

LH-001

## 逆モデル多層神経回路のための前向き伝播信号を用いた学習スキーム A Learning Scheme for Multi-layered Neural Inverse Models Using Forward-propagated Signals

大濱 吉紘<sup>†</sup>

Yoshihiro Ohama

福村 直博<sup>†</sup>

Naohiro Fukumura

宇野 洋二<sup>†</sup>

Yoji Uno

### 1. まえがき

生体の脳が実現する高速かつ滑らかな運動制御のメカニズムを説明するために、内部モデル理論が提唱され、特にフィードフォワード制御器としての逆モデルを学習させるためのスキームが数多く提案されてきている。これらのスキームのほとんどは、逆モデルを多層神経回路で構成して、Back-propagation 則 (BP) によって学習させることを前提としている [1][2]。多層神経回路のパラメータを調整するために BP を利用することは、神経回路上を逆向きに伝播する信号の経路を仮定していることになる。しかし生理学的には、シナプスを超えて情報が逆向きに伝播する事実は、未だ発見されていない。

これまでに我々は、前向き伝播信号によって逆モデルを多層神経回路に学習させるスキームとして、Forward-propagation 則 (FP) を提案してきた [3]。誤差を前向き伝播することにより、FP は神経回路の内部のニューロンに関する教師信号の空間で広義ニュートン法となる。しかしながら、FP が神経回路パラメータに対してどのような適応則となっているかは、これまで不明であった。

今回我々は、観測軌道誤差に関する最尤法の観点から逆モデル学習スキームを検討し、逆モデル学習のための恒等写像学習において対数尤度の勾配が前向き伝播信号のみによって計算できることを示す。この結果を FP に適用することによって、FP は勾配を利用した神経回路パラメータの適応則と見なされることが明らかにされる。すなわち、通常陽に与えることのできない神経回路内の各ニューロンに対する対数尤度を前向き伝播信号によって計算することが広義ニュートン法で説明され、FP ではパラメータ推定のために勾配を利用していることになる。さらに、パラメータ推定時に神経回路の非線形活性化関数を線形とみなす近似を導入したとしても、この形式が成立することを述べる。提案手法の有効性を示すために、非線形ダイナミクスを持つ 2 リンク・アームに対して、逆モデルを 3 層神経回路に学習させる計算機シミュレーションを行う。

### 2. Forward-propagation 学習スキーム

逆モデル学習スキームにおいて、パラメータ  $\theta$  をもつ多層神経回路を目標軌道  $x_d \in X_d$  から運動指令  $\tau \in T$  への写像  $g(x_d, \theta)$  と記述し、制御対象を  $\tau$  から実現軌道  $x_r \in X_r$  への写像  $f(\tau)$  で記述するものとする。

系の出力  $x_r = f \circ g$  は独立同分布のガウス雑音  $e \sim N(0, \sigma^2 I)$  で乱されていると仮定すれば、

$$x_d = f(g(x_d, \theta)) + e \quad (1)$$

<sup>†</sup>豊橋技術科学大学 情報工学系, Department of Information and Computer Sciences, Toyohashi University of Technology

である。多層神経回路は  $L$  層として各層のニューロン数が  $M^{(i)} (i = 1, 2, \dots, L)$  であり、入力層と出力層のニューロン数は制御対象の入出力に関して過不足のないものとする。すなわち、 $X_d \subset \mathbb{R}^{M^{(1)}}$ ,  $T \subset \mathbb{R}^{M^{(L)}}$ ,  $X_r \subset \mathbb{R}^{M^{(1)}}$  である。系の入出力は条件付き確率分布  $p(x_d | f(g(x_d; \theta)))$  として記述でき、ガウス雑音を仮定しているから、規格化定数を  $Z$  として次のように書ける。

$$p(x_d | f(g(x_d; \theta))) = \frac{1}{Z} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} e^T e \right\} \quad (2)$$

たとえば  $N$  個の離散的な時系列データとして目標軌道  $x_{dn}$  および実現軌道  $x_{rn}$  が与えられたとき、逆モデル学習スキームの目的は、例題  $(x_{dn}, x_{rn})$  を利用して、 $g^{-1} \simeq f$  となるようなパラメータ  $\hat{\theta}$  を見つけ、 $x_d \simeq f(g(x_d, \hat{\theta}))$  を実現することである。

ところで、 $e$  に対するアフィン写像  $K$  について、この写像先を  $\hat{e}$  で記述する。

$$\hat{e} = K(e) = a + Be \quad (3)$$

ここで、 $\hat{e}$  の従う同時密度関数  $p(\hat{e})$  は、次のようである。

$$p(\hat{e}) = \frac{1}{Z_+} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\hat{e} - a)^T \Sigma^{-1} (\hat{e} - a) \right\} \quad (4)$$

$$\Sigma^{-1} = BB^T \quad (5)$$

ここに、 $Z_+$  は規格化定数であり、 $\Sigma^{-1}$  は Moore-Penrose 一般逆行列によるものとした。

このような  $K$  として  $a = 0$ ,  $B \simeq \nabla f^{-1}$  を選ぶことができれば、

$$\nabla f \circ K \simeq I \quad (6)$$

となる。式 (4) を利用して定義できる対数尤度  $\log L_K$  を最大化するようなパラメータ  $\hat{\theta}$  を勾配を利用して求めるならば、式 (6) の条件によって、 $\nabla f$  を陽に求めることなく近似勾配を利用できる。もし、多層神経回路が既に近似的な逆モデルを獲得していると仮定するならば、 $B = \nabla^T g$  を選ぶことができる。これは、既に提案された FP のアプローチである。しかし、勾配を利用した方法を適用するための  $\nabla \log L_K$  を計算するには、順伝播した誤差を再び逆伝播しなければならぬ。

FP では各階層におけるパラメータを、入力層から出力層に向かって別々に推定する。すなわち、多層神経回路  $g(\theta)$  は、次のように表現するものとして取り扱う。

$$g(\theta) = g_{L-1}(\theta^{(L-1)}) \circ g_{L-2}(\theta^{(L-2)}) \circ \dots \circ g_1(\theta^{(1)}) \quad (7)$$

$$g_i(\theta^{(i)}) = \omega^{(i)}(s^{(i)}) \quad (8)$$

$$s^{(i)} = \theta^{(i)} \psi^{(i)}(\omega^{(i-1)}) \quad (9)$$

$$\theta^{(i)} = [\theta_1^{(i)} \quad \theta_2^{(i)} \quad \dots \quad \theta_{M^{(i+1)}}^{(i)}]^T \quad (10)$$

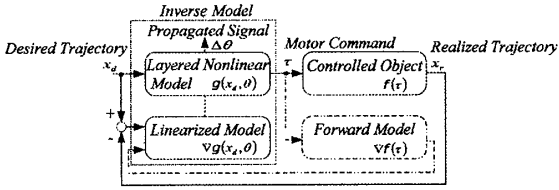


図 1: Forward-propagation 学習スキーム

$\omega^{(i)}, \psi^{(i)}$  はともに微分可能な非線形活性化関数とする。FP では各々の  $g_i(\theta^{(i)})$  のパラメータ  $\theta_j^{(i)}$  についての最尤推定を考える。すなわち、 $B = \nabla_{\mathbf{x}_d}^T \omega_j^{(i)}$  として、観測軌道誤差が正規分布に従うときの  $\hat{e}_j^{(i)}$  の確率分布を考え、この分布型に対する最尤推定を行う。評価すべき経験対数尤度  $\log L_{Kij}$  は次のようである。

$$\log L_{Kij} = \log c_{ij} - \frac{1}{2\sigma^2 N} \sum_{n=1}^N \hat{e}_{n,j}^{(i)2} r_{i,jn}^{-1} \quad (11)$$

このとき、勾配  $\nabla_{\theta_j^{(i)}} \log L_{Kij}$  を計算するためには制御対象の入力周りのヤコビ行列  $\nabla f$  が必要であり、未知の制御対象について  $\nabla_{\theta_j^{(i)}} \log L_{Kij}$  を計算することは難しい。もし、内部構造の明らかな順モデルがあらかじめ用意できれば、近似的に  $\nabla_{\theta_j^{(i)}} \log L_{Kij}$  を計算できる(図1)。しかし、式(6)が成立しているならば、前向き伝播信号のみを考慮すればよく、この順モデルは必要がないことに注意する。これは従来提案してきたFPのアプローチであり、このときの近似勾配を利用した2次の方法の適用は、重みつき最小二乗法の形式となる。これは言い換えれば、従来FPが利用した正規方程式を用いた結合荷重更新の一般化である。さらに、 $\omega^{(i)}, \psi^{(i)}$  が単調増加関数である場合には、 $\nabla_{x_{n,j}^{(i)}} \psi_{n,j}^{(i)} = \nabla_{s_{n,j}^{(i)}} \omega_{n,j}^{(i)} = 1$  としてスキームを簡素化しても、式(6)を満たすことができ、逆モデル学習が適切に行われることが期待できる。

### 3. 計算機シミュレーション

新しく導出されたFP学習スキームが、実際に非線形なダイナミクスを持つ制御対象の逆モデルを正しく学習させることができるかどうかを確かめるために、3層神経回路に対する2リンク・アームの逆ダイナミクスモデル学習の計算機シミュレーションを行った。制御対象となる2リンク・アームは平面上で動作するものとし、ダイナミクスは次式で表現されるものとした。

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) \quad (12)$$

この中で、 $\tau, \theta, M, h$  は、それぞれ関節トルク、関節角度、慣性行列、コリオリ力及び遠心力を意味する。一方、逆モデルを獲得するための3層神経回路は6-12-2のものとし、中間層のみ非線形な活性化関数としてシグモイド関数を持つものとした。3層神経回路は開区間(-0.1,0.1)を範囲とする一様乱数によって初期化され、中間層-出力層の結合荷重は適当な軌道に対する直接逆モデリングと単純な線形重回帰により近似的な値に設定された。ま

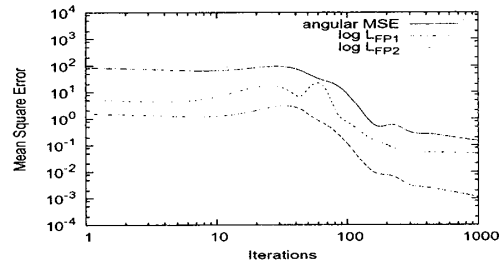


図 2: 逆ダイナミクスモデル学習のパフォーマンス推移

た、勾配の計算に当たって  $\nabla_{x_{n,j}^{(i)}} \psi_{n,j}^{(i)} = \nabla_{s_{n,j}^{(i)}} \omega_{n,j}^{(i)} = 1$  なる簡素化が施され、パラメータ更新のために2次の方法を用い、更新量には適当な小さな係数(学習係数)を掛け合わせた。

学習に用いた軌道は手先に関する直線のジャーク最小軌道で与え、運動開始手先位置を(0.55,0.25)[m]、運動終了手先位置を(-0.10,0.40)[m]とし、学習係数を0.01として1000ステップの繰り返し学習の計算機シミュレーションを行った。このとき、入力層の平均二乗誤差がおおむね  $10^{-1}$  のオーダーであれば、十分なパフォーマンスが得られた。入力層における平均二乗誤差、中間層及び出力層における経験損失  $\log L_{FPi}$  の推移を図2に示す。

この結果から、提案手法が3層神経回路に対して適切に逆モデルを獲得させる能力を持っており、100回程程度の繰り返しによって十分に良い逆モデルが得られていることが判る。学習曲線は単調減少ではないが、これは学習係数を固定していることに由来していると考えられる。

### 4. おわりに

今回逆モデル学習スキームに最尤法を導入し、新しく導出したFPは順モデルの存在のもとで勾配が計算できることを利用した。そして、勾配計算の意味においても初期状態の近傍に逆モデルが存在するならば順モデルは必要なく、前向きに流れる信号のみによって計算できることを明らかにした。提案手法は前向き伝播誤差の相関を考慮するような形式となっており、従来FPを一般化するとともに、前向き伝播信号による対数尤度の計算によって広義ニュートン法に基づく逆モデル学習スキームを実現する。順モデルを適切に獲得する手続きや、あるいは順モデルを常に必要としない条件について検討することは今後の課題である。

### 参考文献

- [1] M.I. Jordan, and D.E. Rumelhart, "Forward models: Supervised learning with a distal teacher," *Cognitive Sciences*, **16**, 307-354, 1992.
- [2] M. Kawato, "Feedback-error-learning neural network for supervised motor learning," in *Advanced Neural Computers*, ed. R. Eckmiller, 365-372, North Holland, Amsterdam, 1990.
- [3] 永澤和行, 福村直博, 宇野洋二, "多層神経回路が逆モデルを学習するための Forward-propagation 則", *信学論 (D-II)*, vol.J85-DII, no.6, pp.1066-1074, 2002.