

資料

J 積分数値解析の比較\*

(CT 試験片のラウンドロビン解析)

材料強度および破壊機構の評価とそ  
の工学的応用に関する研究分科会\*\*

1. 緒言

原子炉用圧力容器によって代表されるような大形構造物では高じん性材料が使用されるので、構造健全性の評価法は従来の線形破壊力学の利用から、弾塑性破壊力学の適用に移行する傾向にある。大形構造物に内在するか、あるいは使用中に発生したき裂等の欠陥の成長開始、または安定成長から不安定成長への移行を支配するパラメータとして J 積分を利用する手法が試みられるようになってきている。

このため、試験片あるいは構造物中のき裂の J 積分の解析が行われるが、この問題は非線形であるために、解析的に閉じた形の解を得ることは困難な場合が多く、数値解析に頼る場合が多い。したがって、J 積分が構造健全性の評価に用いられるためには、信頼性の高い数値解が得られねばならない。アメリカにおいても同じことが考慮され、Wilson-Osias<sup>(1)</sup> は 3 点曲げ試験片の J 積分の数値解に関するラウンドロビンテストを行い、その結果を発表している。この試みにおいては、同一試験片形状、同一荷重条件、同一構成式に対して手法の異なる 10 種類の計算結果が比較されている。荷重、変形が小さい範囲以外では、各計算結果はかなりばらついており、このような解を用いて構造健全性を評価することには問題があるものと考えられる。

以上の背景のもとで、我が国においてもラウンドロビンテストを行い、以下の諸点を解決するための資料を得ることが必要と考えられる。

(1) Wilson-Osias の発表した結果のばらつき

\* 原稿受付 昭和55年9月18日。

\*\* 分科会主査 岡村弘之(東京大学)、幹事 渡辺勝彦(東京大学)、ワーキンググループ主査 坂田 勝(東京工業大学)、幹事 青木 繁(東京工業大学)、菊池正紀(東京理科大学)、委員 大路清嗣(大阪大学)、大塚尚武(千代田化工会社)、影山和郎(東京大学)、岸本喜久雄(東京工業大学)、久保司郎(大阪大学)、小林英男(東京工業大学)、白鳥正樹(横浜国立大学)、高橋由紀夫(東京大学)、高畑泰幸(東京大学)、永田晃則(東京芝浦電気会社)、本間寛臣(豊橋技術科学大学)、富本 博(東京理科大学)、三好俊郎(東京大学)、矢川元基(東京大学)。

原因は何か、数値解法が適切であれば、ばらつきは減少するのではないか。

(2) じん性評価にしばしば利用されるコンパクト試験片についても J の数値はばらつくか。

(3) J の数値解の精度を向上させる要因は何か。

このため、本分科会にワーキンググループを設置して上記の問題を研究した。作業は昭和 54 年 5 月から同年末まで行われた。紙面の制約によって、本文は研究成果の要約になるので、詳しい内容に興味をもたれる読者は分科会資料<sup>(2)</sup>を参照していただきたい。

2. 問題と手法

下記によってラウンドロビンテストを行った。

(i) 3 点曲げ試験片については Wilson-Osias の結果が発表されているので、本グループはコンパクト試験片を対象とする。寸法は図 1 に示す 1TCT とする。

(ii) 材料は A533B とし、構成関係は図 2 に示すものとする(小林英男委員提供)。ここで、降伏応力  $\sigma_Y = 56.0 \text{ kgf/mm}^2$  とし

$$\sigma < \sigma_Y \text{ では } \epsilon = \sigma/E \dots\dots\dots(1)$$

$$\sigma \geq \sigma_Y \text{ では } \epsilon = \sigma/E + \{(\sigma/B)^n - (\sigma_Y/B)^n\} \dots\dots\dots(2)$$

とする。ただし、 $n=3.0$ 、 $B=153.0 \text{ kgf/mm}^2$ 、 $E=2.1 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$ 、 $\nu=0.3$  である。

(iii) 以上の制限のもとで、標準問題と非標準問題

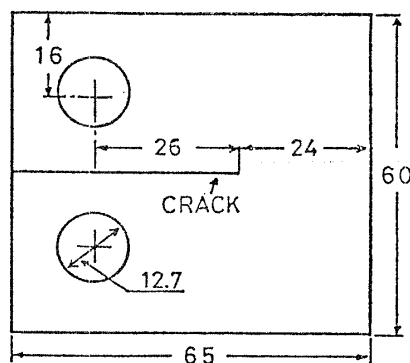


図 1 試験片形状

を設定する。

(a) 標準問題 ひずみ増分理論による有限要素法によって解析し、有限要素メッシュと  $J$  積分径路を図3のように定める (193 節点, 317 要素,  $J$  積分の径路は 10 個)。

(b) 非標準問題 計算法は任意とする。

(iv) 計算結果は下記のものを図示する。

- (イ)  $P-\delta$  線図 (荷重-荷重線変位線図)
- (ロ)  $J-P$  線図 ( $J$  積分-荷重線図)
- (ハ)  $J-\delta$  線図 ( $J$  積分-荷重線変位線図)

(v) 計算手法の特色の要約を解析結果に付す。

### 3. 解析担当者

解析結果を提出したグループおよび個人名を表1に示す。各グループまたは個人の解析結果を無作意に配列して A~G の記号で表示した。

表 1 解析担当者一覧

1	岡村弘之, 影山和郎, 高畑泰幸 (東大)
2	大路清嗣, 久保司郎 (阪大)
3	大塚尚武 (千代田化工)
4	宮本 博, 菊池正紀 (東理大)
5	坂田 勝, 青木 繁, 岸本喜久雄 (東工大)
6	白鳥正樹 (横浜国大), 三好俊郎 (東大)
7	矢川元基, 高橋由紀夫 (東大)

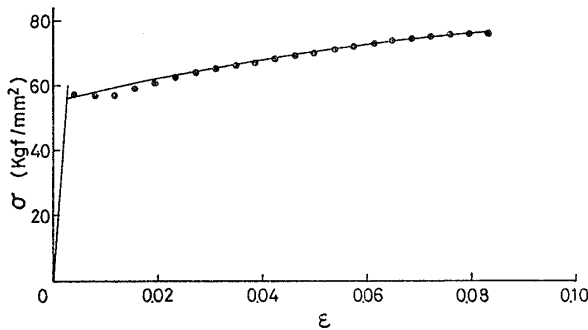


図 2 A533B の応力-ひずみ線図

### 4. 標準問題の結果

4.1 解析条件 標準問題では5個の解析結果が寄せられた。各解析条件を表2に示す。要素はすべて三角形ひずみ要素が用いられ、COEF は要素の降伏判定の際、要素の相当応力  $\sigma$  と降伏応力  $\sigma_Y$  の比  $\sigma/\sigma_Y$  がこの値を越えたとき、その要素が降伏したものと考える規準値である。 $J$  の計算における積分径路上の応力は表2の脚注に示したように定められている。

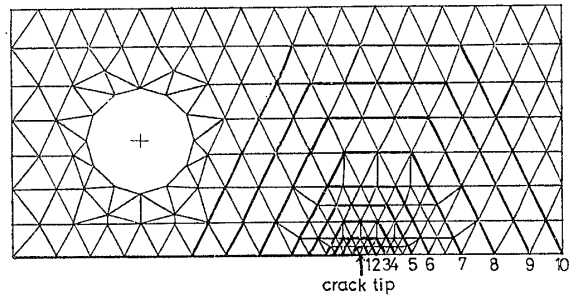


図 3 標準問題のメッシュ分割と積分径路

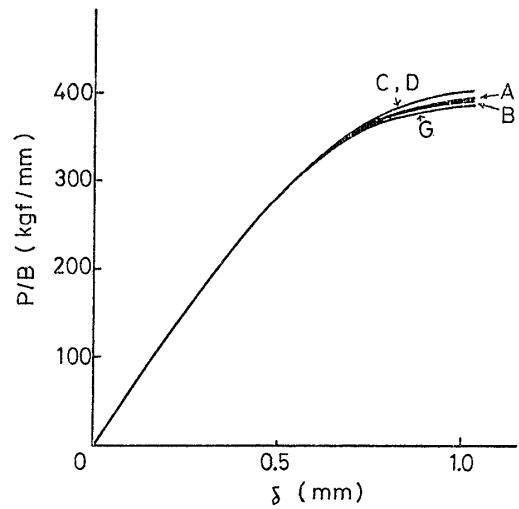
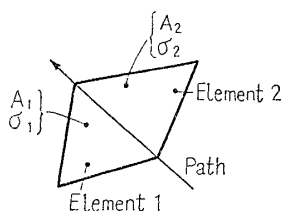


図 4 標準問題の  $P-\delta$  線図

表 2 標準問題解析条件一覧

符 号	要素の種類	荷重漸増法	COEF	$J$ の 計 算*	連立一次方程式の解法
A	三角形定ひずみ要素	山田の方法	0.95	$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$	ガウスの消去法
B	"	"	0.97	"	平方根法
C	"	"	0.995	$\sigma = (\sigma_1 A_2 + \sigma_2 A_1)/(A_1 + A_2)$	ユニット法
D	"	Marcalの方法	"	"	コレスキー法
G	"	山田の方法	0.95	$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$	"

注\*  $A_1, A_2$ : 要素面積,  $\sigma_1, \sigma_2$ : 要素内の応力



4.2 解析結果 (i)  $P-\delta$ ,  $J-P$ ,  $J-\delta$  線図の比較 図4に5個の解析結果による  $P-\delta$  線図を示す。5本の曲線は、 $\delta=0.7\text{ mm}$  程度まではほとんど重なっており、 $\delta>0.7\text{ mm}$  では多少ばらついている。 $\delta=1.0\text{ mm}$  における荷重のばらつきは約  $20\text{ kgf}$ 、その相対値は約  $5\%$  である。ばらつきの原因としては COEF の値の相違が考えられる。COEF の値の小さい A, B, G が、一定の  $\delta$  に対して、C, D よりも小さい  $P$  を与えるのは当然と考えられる。A533B の  $J_{I_0}$  値 ( $8\sim 10\text{ kgf/mm}$ ) の近く ( $P=300\text{ kgf}$ ,  $\delta=0.6\text{ mm}$ ) では、5個の解析結果はほとんど一致しており、Wilson-Osias の報告に見られるような大き

な差異は生じていない。

図5, 6に  $\bar{J}-P$  線図と  $\bar{J}-\delta$  線図を示す。ここで  $\bar{J}$  はすべての径路から計算された  $J$  の平均値である。 $\bar{J}-P$ ,  $P-\delta$  線図に比べて、 $\bar{J}-\delta$  線図のばらつきが幾分大きい、 $J_{I_0}$  値の近くでは、5個の解析結果による  $J$  値は良く一致していることがわかる。

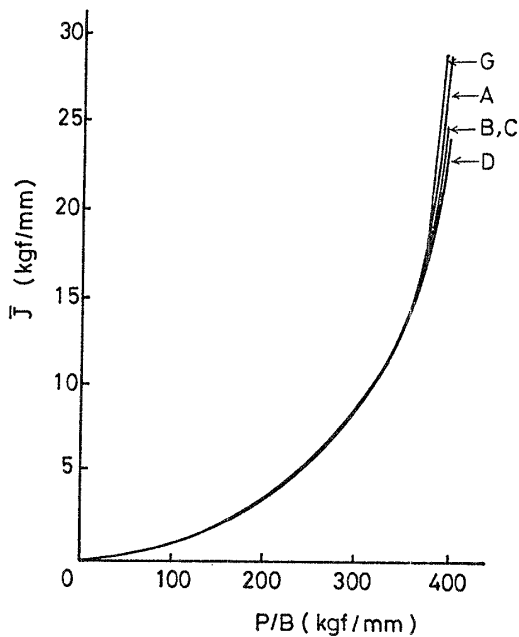


図5 標準問題の  $\bar{J}-P$  線図

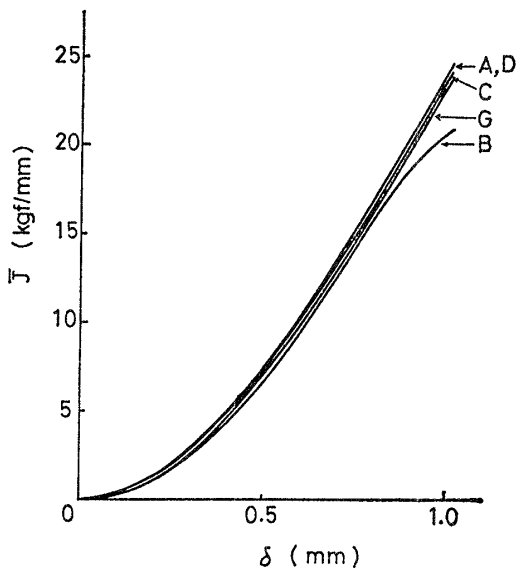


図6 標準問題の  $\bar{J}-\delta$  線図

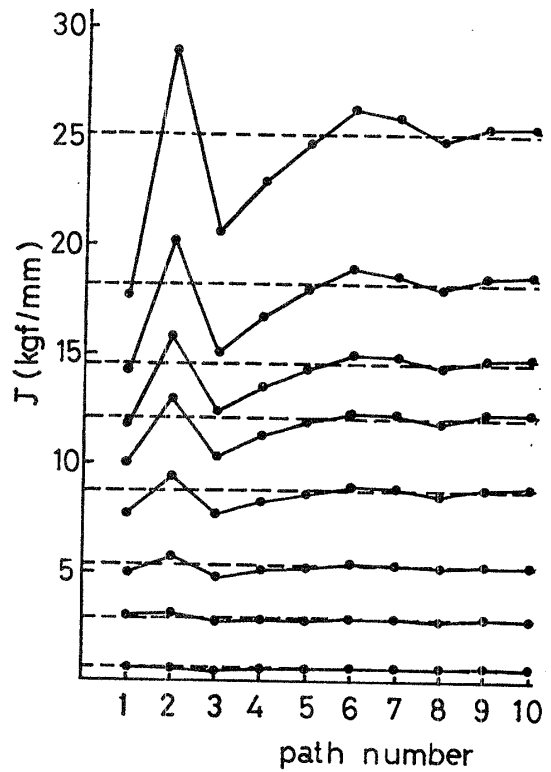


図7 J の径路によるばらつき (解析結果 D)

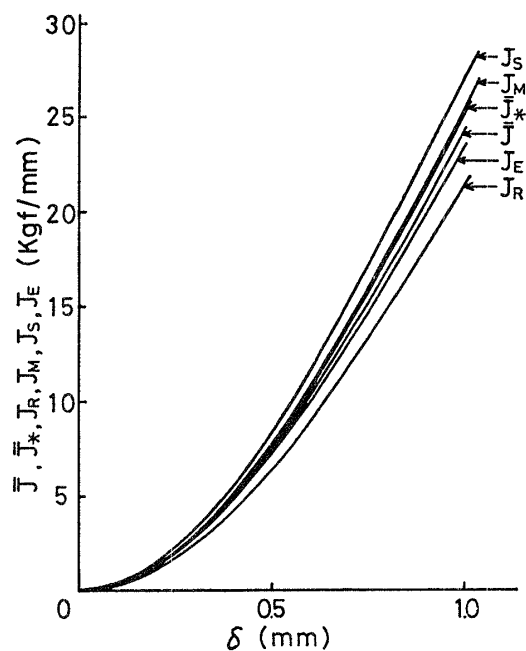


図8 各種定義による J の比較 (解析結果 C)

(ii) 積分経路による  $J$  値のばらつき 図 7 に解析  $D$  における各積分経路ごとの  $J$  値を示す。き裂先端の近くに設定された経路における  $J$  値は平均値からのばらつきが大きい。とくにき裂先端に最も近い 3 個の経路 1~3 においてばらつきが顕著で、その値は  $\pm 15\%$  におよんでおり、変形が進むにつれて幾分増加する傾向がある。き裂先端から離れた経路における  $J$  値は平均値とほぼ一致している。この傾向はすべての解析結果に共通していた。

(iii) 各種定義による  $J$  値の比較 解析結果  $C$  における  $\bar{J}, \bar{J}_*, J_R, J_M, J_S, J_E-\delta$  線図を図 8 に示す。

ここで記号は以下のようである。 $\bar{J}_*$ : ばらつきの大きい経路 1~3 を除いた残りの 7 経路の平均値,  $J_R$ : Rice らの提案した公式<sup>(3)</sup>によって、 $P-\delta$  線図から求

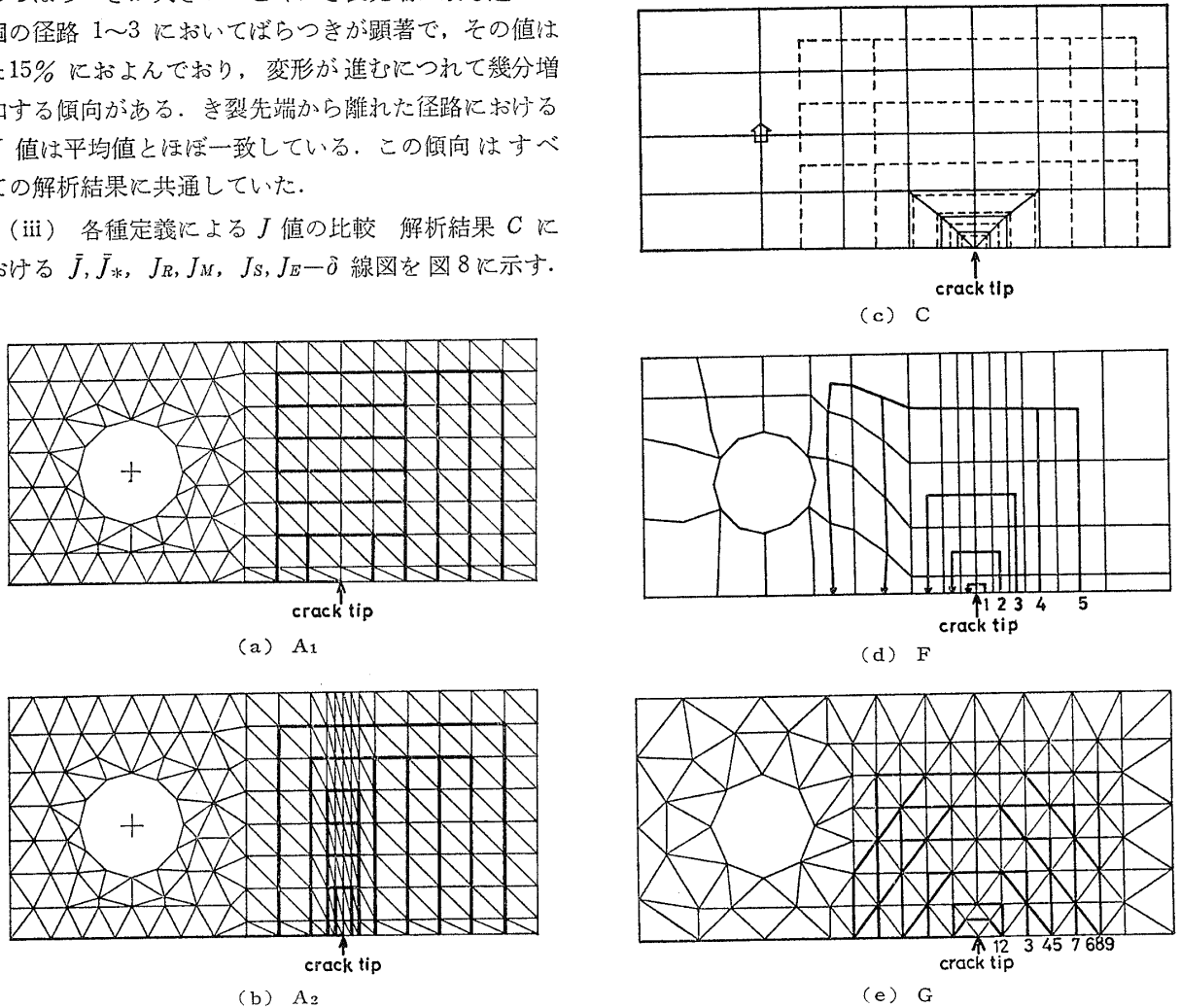


図 9 非標準問題のメッシュ分割図

表 3 非標準問題の解析条件

符号	節点数 要素数	要素の種類	荷重漸増法	$J$ の計算	最小要素寸法 / $a$	メッシュ分割図
A <sub>1</sub>	154 248	三角形定ひずみ要素	山田の方法	$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2$	4/26	図 9 (a)
A <sub>2</sub>	190 312	"	"	"	1/26	図 9 (b)
C	145 38	アイソパラメトリック 四角形二次要素 き裂先端は Barsoum の特異要素	Marcal の方法 全ひずみ理論	ガウス点を通る経路に沿った積分	2/26	図 9 (c)
E <sub>1</sub>	193 317	三角形定ひずみ要素	全ひずみ理論	$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2$	1/26	標準問題と同じ
E <sub>2</sub>	"	"	山田の方法	き裂と塑性域を移動させ、その時のポテンシャルエネルギーの変化量より求める。	1/26	"
F	204 54	8 節点アイソパラメトリック要素	山田の方法	ガウス点を通る経路に沿った積分	2/26	図 9 (d)
G	126 210	三角形定ひずみ要素	"	$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2$	3/26	図 9 (e)

めた  $J$  値,  $J_M$ : Merkle らの提案した公式<sup>(4)</sup>より求めた  $J$  値,  $J_S$ : 白鳥, 三好の提案したすべり線場の解<sup>(5)</sup>より求めた  $J$  値,  $J_E$ : き裂を一要素だけ進展させ, そのときのポテンシャル・エネルギーの変化量から求めた  $J$  値.

$J_M$  と  $\bar{J}_*$  がよく一致していることは注目に値する.

## 5. 非標準問題の結果

**5.1 解析条件** 非標準問題では, 試験片形状と材料の構成式のみを指定して, それ以外は解析担当者が自由に条件を設定して解析した. 計7個の解析結果が提出された. 各々の解析条件とメッシュ分割図を解析グループの記号とともに表3および図9(a)~(e)に示す.

$A_1, A_2, G$  では, 標準問題より粗いメッシュが用いられ,  $C, F$  ではアイソパラメトリック要素が用いられ,  $C$  ではアイソパラメトリック要素のほかき裂先端では特異要素が用いられている. また  $C, E_1$  では全ひずみ理論が用いられており,  $E_2$  では  $J$  積分の計算法に特色がある. メッシュ分割の粗さを示す指標として, 最小の要素寸法とき裂長さの比が表3に示されている.  $A_1$  と  $G$  については,  $G$  の節点数は  $A_1$  の節点数より少ないが, 最小要素寸法は  $G$  の方が  $A_1$  より小さいことに特徴がある.

**5.2 解析結果** 図10はすべての  $P-\delta$  線図を比較したものである. 標準問題の結果を示す図4に比べてばらつきがかなり大きくなっている. 図中の  $E_1, E_2, F$  は標準問題の結果とほぼ一致している.  $\delta=0.6$  mm における  $P$  の値に着目すると,  $C$  では標準

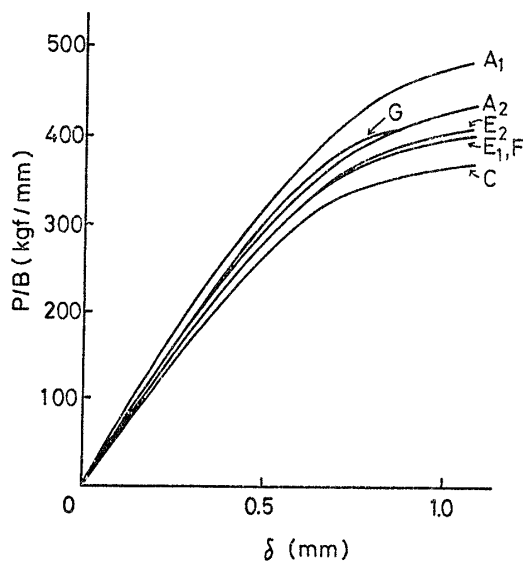


図10 非標準問題の  $P-\delta$  線図

問題より約6%小さく,  $A_1, G, A_2$  ではそれぞれ14, 8, 4%程度大きい. さらに変形の大きい  $\delta=1.0$  mm においては,  $P$  の値のばらつきは30%に達している.  $A_1, A_2, G$  において, ばらつきが標準問題よりも大きいのはメッシュが粗いためと考えられる. しかし最も節点の少ない  $G$  が  $A_1$  よりも低いのは, 表4からわかるように, き裂近傍では  $A_1$  よりも  $G$  のほうに小さい要素が用いられているためと考えられる.  $C$  と  $F$  ではアイソパラメトリック要素が用いられているが,  $C$  ではさらにき裂先端に特異要素が用

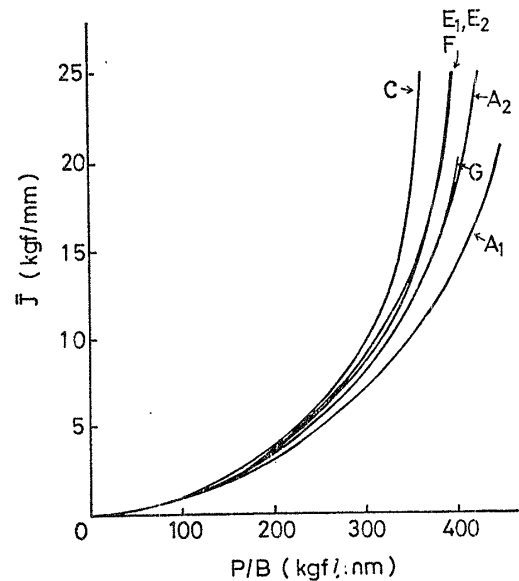


図11 非標準問題の  $\bar{J}-P$  線図

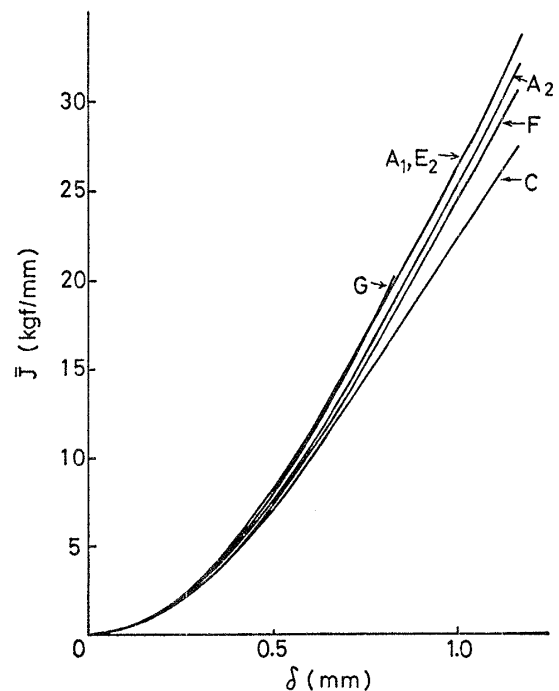


図12 非標準問題の  $\bar{J}-\delta$  線図

いられている。C と F はかなり異なっているので、この問題については今後の検討が必要である。

図 11 は  $\bar{J}-P$  線図である。ここでも  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $F$  は標準問題の結果とはほぼ一致している。  $P=300$  kgf において、 $A_1$ ,  $A_2$ ,  $G$  では  $\bar{J}$  値は 10~20% 程度標準問題における値より小さく、 $C$  では逆に約 12% 大きい。

図 12 は  $\bar{J}-\delta$  線図である。  $\delta=0.6$  mm において  $\bar{J}$  値のばらつきは約 13% 以下である。

## 6. 結 論

(1) 試験片寸法、構成式、メッシュ分割および変位関数を指定した標準問題では、すべての結果において  $J$  は 10% のばらつき範囲内で一致した。しかし、試験片寸法と構成式だけを指定した非標準問題では、Wilson-Osias の結果と同様に、各プログラムの間ではかなりのばらつきを示した。この場合、荷重漸増法、COEF の値、径路積分の計算法の相違は  $J$  の値には余り影響を与えないが、メッシュ分割と変位関数の違いは  $J$  の値に影響しばらつきの原因となることが判明した。

(2) その他下記が判明した。

(イ) 全ひずみ理論とひずみ増分理論の違いによる  $J$  値と  $P-\delta$  線図における差異は小さい。

(ロ) き裂先端に近い積分径路上の  $J$  の値は平均値から離れる。

(ハ) メッシュが粗い場合には、 $P-\delta$  線図が上昇し、これに伴って  $J_S$ ,  $J_M$ ,  $J_R$  の値は過大に評価される。

(ニ) 各種定義による  $J$  値を比較した結果によれば、エネルギー法による  $J_E-\delta$  線図のばらつきが最小であった<sup>(2)</sup>。

(文責 坂田 勝, 青木 繁, 菊池正紀)

## 文 献

- (1) Wilson, W.K. and Osias, J.R., *Int. J. Fract.*, **14**-3 (1978), R 95.
- (2) 日本機械学会「材料強度および破壊機構の評価とその工学的応用に関する研究分科会」資料 MSF-48 (昭 54).
- (3) Rice, J.R., ほか 2 名, *ASTM STP* 536, (1973), 321.
- (4) Merkle, J.G. and Corten, H.T., *Trans. ASME, Ser. J*, **96**-4 (1974), 286.
- (5) 白鳥・三好, 機講論, No. 780-4 (昭 53-4), 41.