

クリープ損傷構成式における材料損傷の局所性の効果*

村上澄男**, 大野信忠**
Sumio MURAKAMI, Nobutada OHNO

1. 緒 言

前報⁽¹⁾では、多結晶金属材料における損傷の発達の方向性を考慮した精密なクリープ損傷理論を展開する目的から、クリープ損傷に伴う微視的構造変化の力学的表現を検討し、これによって著者らが以前に提案した多軸クリープ損傷理論⁽²⁾⁽³⁾を修正した。このとき、クリープ損傷はおもに結晶粒界において発達する空どろあるいは微視的き裂の配置によって支配されると仮定することにより、一般的応力状態におけるクリープ損傷状態は、特定の三つの主面での空げき密度で規定される2階対称な損傷テンソルで記述できることを示した。すると、このテンソルは、材料内の任意の面素の初期状態における面積ベクトルから、損傷によって減少した実質面積ベクトルへの線形変換を定義するものと解釈できる。

このような方向性と並んで、クリープ損傷のもう一つの重要な特徴に、空げきの分布の局所性がある。すなわち、クリープ変形の進行は大域的現象であるのに対して、損傷の発達は局所状態で支配される。ゆえに、これら二つの現象に対する空げきの効果は決して同一ではないにもかかわらず、上述の著者らの理論を含め、従来のすべての損傷理論では、クリープ変形の構成式と損傷の発展式はともに同一の大域変数で記述されてきた。したがって、クリープ損傷理論をさらに精密化するには、変形と損傷の発達に対するこのような内部構造変化の寄与の違いを反映しなければならない。

本論文では、このような空げき分布の局所性を考慮して、前報の理論をさらに発展させるとともに、数値計算結果と実験結果を比較することによってその理論の妥当性と限界を検討する。数値例としては、引張り-ねじり組合せ応力状態での比例ならびに非比例負荷をうける薄肉円管のクリープとクリープ損傷過程を解析し、クリープ変形に対する損傷の局所性の効果と、クリープ破断時間に対する損傷の異方性の影響を明らか

にするとともに、その結果を250°Cにおける薄肉銅円管に対する実験結果と比較する。

2. 構成式と発展式

2.1 クリープ損傷変数と損傷の発展式 クリープ損傷状態の力学的表現とクリープ損傷の発展式は前報⁽¹⁾と同じであるから、以下の議論の便宜のため、ここではその概略を記すにとどめる。

まず物体中に、空げきを多数含む程度に十分大きい空げき、応力あるいは損傷状態は十分一様であるような微小体積 V を考える。 V 中に分布する空げきをだ円体で近似すると、その中に分布するだ円体による面積減少の効果は、各だ円体をその三つの主面で切った切り口面積と、同じ面による V の切り口面積との面積比を、その面の方向を考慮して重ね合わせることによって表しうる。このようにすると、だ円体の存在による任意の方向の面の面積減少は2階対称テンソル

$$\Omega = \Omega_j n_j \otimes n_j$$

$$(j=1, 2, 3 \text{ について和をとる}) \dots \dots (1)$$

によって記述できる。ここで、 n_j と Ω_j は、空げきの配置で定まる損傷テンソルの主方向と対応する主値である。このとき、特に Ω_j は、主方向 n_j に垂直な平面上における空げき密度と解釈できる。

つづいて、損傷の主面とは異なる任意の平面における損傷の効果を調べるために、損傷テンソルの互いに直交する三つの主面とそれに交わる任意の面素からなる微小四面体を考える。この微小面素の面積と単位法線ベクトルをそれぞれ S, ν とすると、その面積ベクトル $S\nu$ は損傷の存在により実質面積ベクトル

$$S^*\nu^* = (I - \Omega)S\nu \dots \dots (2)$$

へ変換される。このような有効面積の減少により、四面体に作用するコーシーの応力テンソル σ の効果は拡大され、その値は式(2)とコーシーの式により実質応力テンソル

$$\sigma^* = \sigma \Phi, \quad \Phi = (I - \Omega)^{-1} \dots \dots (3 \cdot a)$$

によって表される。数理解析の便宜上、さらに上式の σ^* を対称化したテンソル

$$S = \frac{1}{2} [\sigma \Phi + \Phi \sigma], \quad \Phi = (I - \Omega)^{-1} \dots \dots (3 \cdot b)$$

* 昭和55年7月24日 東海支部岐阜地方講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和55年2月22日。

** 正員、豊橋技術科学大学エネルギー工学系(〒440 豊橋市天竺町雲雀ヶ丘)。

を定義する. 式(3)の Φ は, 材料損傷による応力 σ の拡大を定義するから, これを損傷効果テンソルと呼ぶ.

材料の損傷状態は, 式(1)の損傷テンソル Ω で表され, その発達には各瞬間での応力, 損傷状態, 温度のほか, 材料母材の非弾性ひずみ履歴にも依存する. しかし, 損傷の進行に対する応力と損傷の効果は, 式(3)の実質応力テンソル S と損傷効果テンソル Φ を通じてだけ現れるとし, さらに空げき周辺での応力集中の効果も考慮すると, 有限変形におけるクリープ損傷の発展式は, 次のように規定できる⁽⁴⁾.

$$\dot{\Omega} = \bar{H}(S, \Phi, \kappa, \theta) \dots\dots\dots (4)$$

ここで, κ, θ は母材の非弾性変形履歴を表す変数と温度であり, さらに $(\dot{\quad})$ は Jaumann の変化率を表す. クリープ損傷に対する従来の実験結果^{(4)~(6)}を考慮すれば, 上式の具体的な形として

$$\dot{\Omega} = B \left[\zeta_1 \left(\frac{3}{2} \text{tr } S_D^2 \right)^{1/2} + \zeta_2 S^{(1)} + (1 - \zeta_1 - \zeta_2) \left(\frac{1}{3} \text{tr } S \right)^k (\text{tr } \Phi^2)^{l/2} [\eta I + (1 - \eta) \nu^{(1)} \otimes \nu^{(1)}] \right] \dots\dots\dots (5)$$

を考察することができる. ここで S_D はテンソル S の偏差テンソルであり, $S^{(1)}, \nu^{(1)}$ はそれぞれ S の正の最大主値と対応する主方向を表す. さらに $B, k, l, \zeta_1, \zeta_2, \eta$ は材料定数である.

損傷の異方性を考慮した式(5)の最も簡単な式は, 次のように書ける.

$$\dot{\Omega} = B [S^{(1)}]^k \nu^{(1)} \otimes \nu^{(1)} \dots\dots\dots (6)$$

2.2 クリープ速度の構成式 一様応力状態にある物体では, クリープに伴う空どうあるいは微視的き裂ははじめ材料内の多数の点で一様に発生し, 成長する. しかし損傷がある臨界状態に達すると, 特定の空げきだけが合体し, 急速に成長して, その材料は破断に至る⁽⁷⁾⁽⁸⁾.

従来のクリープ損傷理論では, このような空げきの発達の不均一性の効果は無視され, クリープ変形の構成式とクリープ損傷の発展式は, どちらも同じ巨視的な変数によって記述されてきた^{(7)(9)~(11)}. しかし, 実際には, 変形は大域的な現象であるのに対して, 損傷の発達は局所的な要因によって支配されるから, これら二つの現象への空げきの存在の寄与は決して同一ではない. 例えば Dyson-McLean⁽¹²⁾ は, 一定引張りあるいは一定ねじりをうける 750°C の Nimonic 80A では, 破断時の空どうの体積密度は, 100 MPa 以上の相当応力に対して, 2%以下であることを確かめている. このことは, 破断の直前まで, クリープ変形の進行に対する空どうの影響は, 損傷の進行に対するほど大きくはないことを意味する. このため, 構成式と発展式を同一の実質応力テンソルで表した従来の Kachanov-Rabotnov の理論⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾では, 破断時には損傷変数が $\omega=1$ となるから, 常に無限大のクリープ速度を予測するが, これは実験結果と著しく異なる現象である.

このような変形に対する損傷の不均一性の影響を考慮する一つの方法は, 式(1)の損傷テンソルは損傷の進行を特徴づけるものであって, 微小体積 V 中の平均的な量というよりは, その中で空げきが選択的に発達した面上, つまり V の損傷状態を特徴づける特定の面上での空げきの面積密度を表すテンソルとして解釈することである. すると, 損傷の進行とは異なっ

て, 変形の進行に対する空げきの寄与は, 式(1)の損傷テンソルを V 内で平均化した量で与えられることになる. したがって変形に対しては, 式(3)の S, Φ のかわりに, 変形に対する実質応力テンソル \tilde{S} と対応する損傷効果テンソル $\tilde{\Phi}$

$$\tilde{S} = \frac{1}{2} [\sigma \tilde{\Phi} + \tilde{\Phi} \sigma], \quad \tilde{\Phi} = (I - C\Omega)^{-1} \dots\dots (7)$$

を定義することができる. ここで $C(0 \leq C \leq 1)$ は損傷状態に依存するパラメータであって, 材料特性, 温度, 応力状態に依存する. 上式の \tilde{S} と $\tilde{\Phi}$ に対しては, 式(3)の S, Φ と同様な解釈ができる.

発展式の場合と同様, 変形速度テンソル D が上式の \tilde{S} を通じてだけ応力テンソル σ に依存し, さらに損傷テンソル Ω の D への影響が $\tilde{\Phi}$ によって表されるならば, クリープ変形の構成式は

$$D = \bar{G}(\tilde{S}, \tilde{\Phi}, \kappa, \theta) \dots\dots\dots (8)$$

と書ける. ここで, \bar{G} は, 二つの2階対称テンソル $\tilde{S}, \tilde{\Phi}$ の等方テンソル関数である. 上式の最も一般的な陽の形は, 前報⁽¹⁾と同様, \bar{G} に対して等方テンソル関数の表現定理を適用することによって導かれる.

特に, 変形速度テンソル D が, テンソル的には実質応力テンソルだけに依存し, しかも変形の非圧縮性が十分な精度で成り立つものと仮定すれば, 式(8)は

$$\left. \begin{aligned} D &= \beta_1 \tilde{S}_D + \beta_2 \left[\tilde{S}_D^2 - \frac{1}{3} (\text{tr } \tilde{S}_D^2) I \right] \\ \tilde{S}_D &= \tilde{S} - \frac{1}{3} (\text{tr } \tilde{S}) I \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

の形になる. ここで, β_1, β_2 はテンソル \tilde{S} と $\tilde{\Phi}$ の間の 10 個の独立な同時不変量および κ と θ のスカラー関数である. この式は, 応力テンソルの二乗の寄与を考慮した Prager-Drucker 形のクリープ構成式の損傷材料に対する拡張である. なお式(9)によれ

ば、クリープ変形に対する静水圧の影響は、前述の発展式(5)、(6)を通じてだけ現れることになる。

実際の構造要素のクリープ解析に適用しうる構成式は、多軸応力状態だけではなく、変動応力下でのクリープ挙動をも十分な精度で記述するものでなければならない。損傷の存在しない場合、このようなクリープ挙動を記述するのに、Prager-Druckerの流れ法則と、ひずみ硬化理論を組合わせた式が提案されている⁽¹³⁾。材料損傷の存在する場合、この関係式は式(7)で定義された実質応力テンソルを用いて

$$\mathbf{D} = \frac{\sqrt{3}}{2} mA^{1/m} \kappa^{(m-1)/m} (\tilde{S}_{EQ})^{n/m} \left\{ \frac{(K_2)^2 \tilde{\mathbf{S}}_D - (2/3)cK_3 \{ \tilde{\mathbf{S}}_D^2 - (2/3)K_2 \mathbf{I} \}}{K_2 [(K_2)^3 - (2-4c/27)c(K_3)^2]^{1/2}} \right\} \dots\dots\dots (10 \cdot a)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \text{tr} \tilde{\mathbf{S}}_D^2, \quad K_3 = \frac{1}{3} \text{tr} \tilde{\mathbf{S}}_D^3, \quad \tilde{S}_{EQ} = \sqrt{3} \left[\frac{(K_2)^3 - c(K_3)^2}{1-4c/27} \right]^{1/6} \dots\dots\dots (10 \cdot b)$$

$$\kappa = \int \left(\frac{2}{3} \text{tr} \mathbf{D}_M^2 \right)^{1/2} dt, \quad \mathbf{D}_M = [\mathbf{D}]_{\dot{\epsilon}=0} \dots\dots\dots (10 \cdot c)$$

のように書ける。ここで、 A 、 m 、 n は、損傷を伴わない微小変形の一定応力単軸引張りの場合、そのクリープひずみを式

$$\epsilon = A \sigma^n t^m \dots\dots\dots (10 \cdot d)$$

によってあてはめて得られる材料定数である。また c は $0 \leq c \leq 2.25$ のような材料定数である。一方 κ は、空けきの存在しない材料母材のクリープ硬化を表す変数であるから、式(10)では母材のクリープひずみ速度 \mathbf{D}_M で規定してある。

特に式(10)において $c=0$ とおけば、次式を得る。

$$\mathbf{D} = \frac{3}{2} mA^{1/m} \kappa^{(m-1)/m} (3K_2)^{(n-m)/2m} \tilde{\mathbf{S}}_D \dots\dots\dots (11)$$

これは Odqvist 形のクリープ法則とひずみ硬化理論を、損傷を伴うクリープ変形に拡張したものである。

Kachanov⁽⁷⁾ は、はじめて損傷変数を用いたクリープ破断理論を展開する際に、微小き裂の発達過程はクリープ変形に影響しないと考えた。これに対して Rabotnov⁽¹⁰⁾ は、第3期クリープ段階でのクリープ速度の増加を記述するのに、クリープ構成式を損傷の発展式に対するのと同じの実質応力で書き表した。式(7)の実質応力テンソルの定義において、 $C=0$ および $C=1$ とした本理論の特別の場合には、それぞれこれらの Kachanov および Rabotnov の概念に相当する。

3. 数値解析ならびにその実験結果との比較

以上で論じた構成式と発展式の妥当性は、その解析結果を適当な実験結果と比較することによってはじめて検討しうる。つぎに、組合せ応力状態における単調ならびに非比例負荷に対する薄肉円管のクリープ損傷過程を解析し、その結果を 250°C での銅に対する実験結果と比較する。数値解析は、微小変形を仮定し、銅の損傷を記述する最も簡単な発展式(6)とひずみ硬化理論に基づく Odqvist 形クリープ法則を損傷材料へ拡張した式(11)、すなわち

$$\dot{\epsilon} = \frac{3}{2} mA^{1/m} \kappa^{(m-1)/m} \tilde{S}_{EQ}^{(n-m)/m} \tilde{\mathbf{S}}_D \dots\dots\dots (12)$$

$$\dot{\mathbf{Q}} = B [S^{(1)}]^{k_p} \nu^{(1)} \otimes \nu^{(1)} \dots\dots\dots (13)$$

$$\dot{\kappa} = mA^{1/m} \kappa^{(m-1)/m} \sigma_{EQ}^{n/m}, \quad \tilde{S}_{EQ} = \left[\frac{3}{2} \text{tr} \tilde{\mathbf{S}}_D^2 \right]^{1/2}, \quad \sigma_{EQ} = \left[\frac{3}{2} \text{tr} \sigma_D^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots (14)$$

について行う。ここで $\dot{\epsilon}$ はクリープ速度テンソルであり、また $\tilde{\mathbf{S}}_D$ と σ_D はそれぞれ $\tilde{\mathbf{S}}$ と σ の偏差テンソルを表す。

3.1 一定応力における単軸引張りならびに引張り-ねじり組合せ負荷 式(12)~(14)の検討は、まずクリープ速度に対する材料損傷の局所性の効果を評価し、その後損傷挙動の異方的特性を調べることによって行うことができる。前者の問題を明らかにするため、次に一定応力の単軸引張りならびに引張り-ねじり組合せ応力下のクリープ変形を議論する。

図1は、Johnsonら⁽⁴⁾による250°Cの市販銅の薄肉円管試験片による単軸引張り試験結果と、本理論および Rabotnov-Kachanov の理論による予測値との比較を示す。軸引張り応力は $\sigma=45.6$ および 53.2 MPa である。図中の丸印は実験結果であり、また実線、一点鎖線、破線はそれぞれ式(12)~(14)、時間硬化理論⁽¹¹⁾とひ

ずみ硬化理論によって拡張した Rabotnov-Kachanov 理論

$$\dot{\epsilon} = \frac{3}{2} mA t^{m-1} \left(\frac{\sigma_{EQ}}{1-Q} \right)^{n-1} \left(\frac{\sigma_D}{1-Q} \right), \quad \dot{Q} = B \left[\frac{\sigma^{(1)}}{1-Q} \right]^k \quad (\text{時間硬化理論}) \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{3}{2} mA^{1/m} \kappa^{(n-1)/m} \left(\frac{\sigma_{EQ}}{1-Q} \right)^{(n-m)/m} \left(\frac{\sigma_D}{1-Q} \right) \\ \dot{Q} &= B \left[\frac{\sigma^{(1)}}{1-Q} \right]^k, \quad \kappa = \int_0^t \left[\frac{2}{3} \text{tr} \dot{\epsilon}^2 \right]^{1/2} dt \end{aligned} \right\} (\text{ひずみ硬化理論}) \dots\dots\dots (16)$$

による結果である。解析に際しては、上の各式に対して同一の材料定数

$$\left. \begin{aligned} A &= 5.53 \times 10^{-12} (\text{h})^{-0.56} (\text{MPa})^{-4.59} & m &= 0.56, \quad n = 4.59 \\ B &= 1.34 \times 10^{-12} (\text{h})^{-1} (\text{MPa})^{-4.55} & k &= 4.85, \quad C = 0.55 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

を用いた。式 (12)~(16) からわかるように、一定値の単軸応力の場合、本理論と Rabotnov-Kachanov 理論では損傷の発展式は一致し、また両者のクリーブ構成式も損傷の発達がない場合には同一となる。したがって、上記の材料定数のうち B と k は、式 (13)、式 (15) 第 2 式、式 (16) 第 2 式の発展式から計算した破断時間が図中の二つの応力レベルの実験結果と一致するように定め、また A 、 m 、 n は式 (12)、式 (15) 第 1 式、式 (16) 第 1 式のクリーブ式が実験で測定されたクリーブ曲線の初期の部分を記述するように決定した。さらに、定数 C は式 (12) が図中のクリーブ曲線に最もよく当てはまるように選んだ。

図にみられるように、式 (12)~(14) の本理論は、Rabotnov-Kachanov の理論とは違って、破断時において有限のクリーブ速度を与え、実験結果の精度を考えれば、クリーブの全段階にわたって実験結果とよく一致する。このことは、クリーブ構成式 (12) が、損傷のある材料のクリーブ変形特性をよく記述し、またクリーブ変形に対する実質応力テンソルと損傷効果テンソル (7) の概念の妥当性を意味する。

これに対して、時間硬化を考慮した Rabotnov-Kachanov 理論は、破断直前まで本理論と同様実験結果をよく表すが、クリーブ破断の最終段階で大きな

クリーブひずみを見積もり、しかも破断時には無限大のクリーブ速度を与えるという不合理をもつ。確かに図 1 の場合、Rabotnov-Kachanov の理論と実験結果のくい違いが著しい範囲は比較的狭い。しかし、この理論はクリーブ変形に対する損傷の効果を適切に反映したものではなく、応力レベルが低く、第 3 期クリーブ段階が短い場合、あるいは後出の図 3 のように、破断過程の後半で応力変動がある場合のクリーブ変形を正確に予測する必要があるときには、著しい難点となる。このほか、この理論は時間硬化理論によるものであるから、応力が変動する場合に、クリーブ変形を正確に記述することはできない。

一方、Rabotnov-Kachanov 理論をひずみ硬化理論によって拡張した場合、クリーブ速度に対する応力指数 n/m が損傷速度に対するその値 k よりも大きくなる。このため図の破線にみられるように、破断時にはクリーブ速度だけではなく、クリーブひずみそのものに対しても無限大の値を与え、その上変形の比較的初期の段階からクリーブひずみを著しく大きく見積もる。ひずみの計算値の本理論との差は、破断時間の 50% と 80% の時間においてそれぞれ 10 および 20% であり、その後急速に増大する。すなわち、ひずみ硬化理論によって拡張した Rabotnov-Kachanov の式は、損傷材料のクリーブ変形を十分正確に記述し得ない。これに対して本理論の式 (12)~(14) では、空げきの存在が損傷速度とクリーブ速度に対して及ぼす寄与の違いが考慮されており、このような難点はない。

Chaboche⁽¹⁴⁾ は、損傷状態を空げきをもつ材料の 4 階の相当弾性係数テンソルで表現し、損傷材料の粘塑性変形に対する熱力学理論を展開した。しかし、以上の結果から明らかなように、空げきの配置は変形によって直接表されないから、このようなテンソルは損傷状態を記述するのに適切ではない。

次に図 2 は、図 1 と同一温度における薄肉円管の引張り-ねじり組合せクリーブ試験結果と、上で定めた材料定数式 (17) に基づく各理論の計算値を示

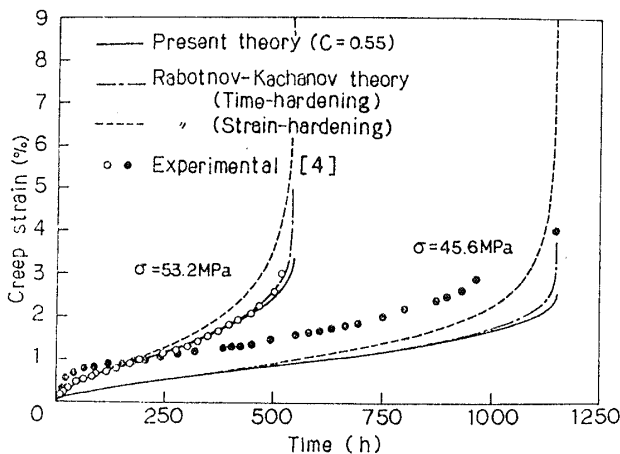


図 1 単軸引張りクリーブにおける実験値との比較

す。軸応力とせん断応力はそれぞれ $\sigma=45.6$ MPa, $\tau=15.2$ MPa であり、また縦軸の ε と γ は軸ひずみと工学的せん断ひずみである。図のような応力比の場合、ミーゼス形流れ法則を仮定した Rabotnov-Kachanov 理論式 (15), (16) では、引張りクリープひずみ ε とせん断ひずみ (工学ひずみ) γ の値は互いに一致する。一方、本理論の式 (12) は損傷の方向性を考慮しているの、 ε と γ は異なった値をとるが、その差は無視できる程度である。これに対して実験結果では、軸ひずみがせん断ひずみよりも大きな値を取り、計算結果とは異なった傾向を示す。この差は流れ法則の修正によっては説明できず、実験結果のばらつきによるものと思われる。

図のように、本理論の式 (12)~(14) は、単軸引張り試験の結果から定めた材料定数式(17)を用いて、組合せ応力状態のクリープ変形をよく記述する。これに対して、Rabotnov-Kachanov 理論の場合、時間硬

化理論は、破断直前を除き実験結果とほとんど一致するが、ひずみ硬化理論はクリープの比較的初期の段階から大きなひずみを予測し、破断時には無限大のひずみを与える。これは図1の場合と同様な傾向であって、変動応力クリープに対する Rabotnov-Kachanov のクリープ式の一つの限界を示す。

3.2 一定引張り-反転ねじり組合せ負荷 損傷の発達が異方的であるという本質的特性は、比例的でない応力負荷のとき最も重要となる。このような場合のクリープ損傷挙動は、等方的な損傷を仮定し、あるいは損傷の異方性を考慮しても主軸座標で表した従来のクリープ損傷理論で記述することは困難である。

3.1 節で検討した一定応力下の単軸引張り、あるいは組合せ応力試験に比べて、組合せ状態で非比例的に応力が変動するようなクリープ破断試験結果は極端に少ない。この少数の例の一つとして、最近 Trampczynski ら⁽¹⁵⁾は、250°C における銅と、150°C におけるアルミニウム合金の薄肉円筒試験片に対して、一定引張り-ねじり組合せ応力と、一定引張り-反転ねじり組合せ応力に対するクリープ破断試験を行った。

はじめに図3は、図1, 2の Johnson らの実験と同様、250°C における市販銅薄肉円筒の一定引張り-反転ねじり組合せ試験における軸ひずみ ε と工学せん断ひずみ γ の時間的变化を示す。図中の破線、実線、一点鎖線は Trampczynski らの実験結果と、本理論式 (12)~(14) ならびに時間硬化理論による Rabotnov-Kachanov の理論式 (15) の計算結果である。このとき、軸引張り応力、せん断応力ならびに応力反転時間は、それぞれ $\sigma=42.5$ MPa, $\tau=14.2$ MPa および $t=219$ h である。

計算は、材料定数

$$\left. \begin{aligned} A &= 3.24 \times 10^{-13} (\text{h})^{-0.33} (\text{MPa})^{-5.9} \\ m &= 0.38, n = 5.9 \\ B &= 1.40 \times 10^{-13} (\text{h})^{-1} (\text{MPa})^{-5.6} \\ k &= 5.6, C = 0.30 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

を用いて行った。このうち、 n, k は図3の実験結果だけでは決定できないので、250°C の市販銅に対して文献(16)で報告されている値 $n=5.9, k=5.6$ を用いた。このとき、 A, m は損傷が顕著でないクリープ曲線の初期の部分に式(12), (15)をあてはめて定め、また B は式(13)による破断時間が実験結果のそれ $t_R=532$ h と一致するように定めた。さらに C は、式(12)~(14)のクリープ曲線が実験結果と一致するように選んだ。

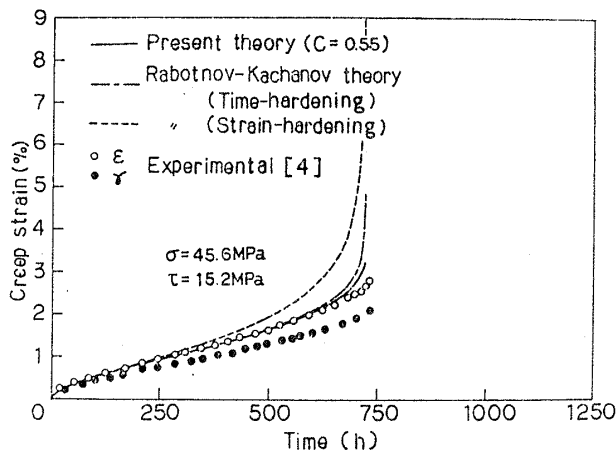


図2 比例負荷でのクリープにおける実験値と計算値との比較

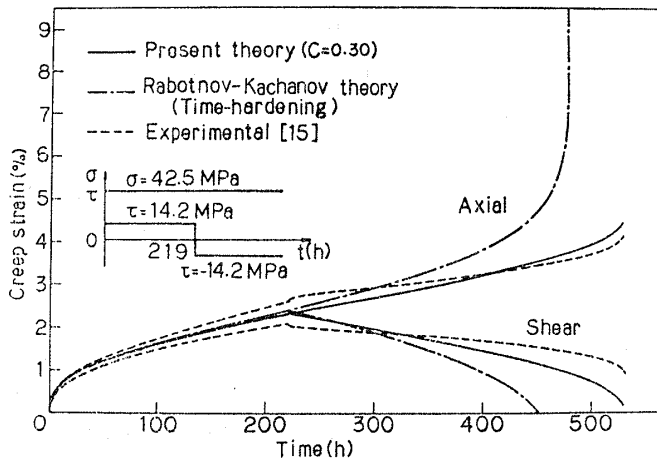


図3 主応力方向の変化するクリープにおける実験値と計算値との比較

図3にみられるように、本理論によるひずみの計算値はクリープ全段階にわたって実験結果とよく一致し、したがって比例的でない負荷に対してもそのクリープ損傷過程をよく記述しうることを示す。これに対して、時間硬化理論に基づく Rabotnov-Kachanov の理論は、クリープ破断時間に近づくに従って著しく大きなクリープひずみを見積もるが、これは材料損傷の不連続分布の効果が考慮されていないことの必然的結果である。式(16)のひずみ硬化理論による Rabotnov-Kachanov の理論では、実験結果からの偏りはさらに大きくなるので、図からは除いてある。さらに Rabotnov-Kachanov の理論式(15)による破断時間は $t_R=480$ h であって、損傷の異方性を考えた本理論の結果 $t_R=532$ h よりも短い。これは銅のように損傷が方向性をもって発達する場合、応力の主方向が変化すると、実際には損傷の著しく発達する面が、応力変動によってより損傷の少ない面に変化し、クリープ破断時間が長くなるのに対して、損傷の等方性を仮定した式(15)はこのような効果を記述し得ないからである。

図4は、Trampczynski らのもう一つの実験結果と、式(12)~(14)および式(15)の計算結果を示す。実験は、図3と同一の薄肉円管に、一定軸応力 σ と 48 時間ごとに反転するせん断応力 τ を加えて行ったが、その大きさ $\sigma=42.5$ MPa, $\tau=14.2$ MPa は図3と同じ値である。計算には図3に対して定めた材料定数式(18)を用いた。図中、実線、一点鎖線、破線はそれぞれ、本理論、時間硬化理論に基づく Rabotnov-Kachanov の理論、実験結果であって、それぞれの破断時間は $t_R=548$ h, 480 h, 484 h である。

はじめに、繰返しせん断に対する図4の結果を、せ

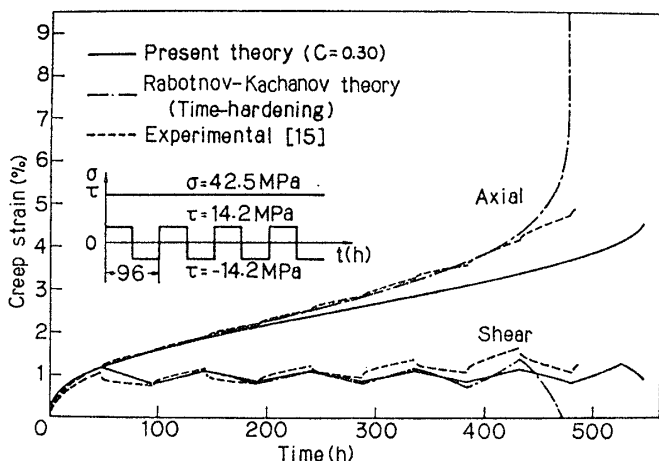


図4 一定引張りおよび繰返しねじり応力クリープにおける実験値と計算値の比較

ん断の反転が1回だけである図3のそれと比較する。損傷の等方性を仮定する Rabotnov-Kachanov の理論では、図3と図4の破断時間は同一であるのに対して、本理論では図4の破断時間 $t_R=548$ h は図3のそれよりも長くなっている。なお前者の理論による図4の軸方向ひずみ曲線は、図3のそれと一致する。すでに述べたように、銅では損傷に伴う空げきは主に最大主応力面に発達する。したがって、図4のような負荷履歴の場合、材料損傷は繰返される二つの応力状態に対応する二つの最大主応力面で均一に進行するため、図3よりも破断時間が長くなることが予想されるが、これは本理論の予測にはかならない。これに対して、図4の実験結果では、図3のそれよりも短い破断時間を示す。この傾向は少なくともクリープ損傷の観点だけからは説明できず、実験結果のばらつき、クリープ疲労相互作用、応力反転による材料母材の軟化などにその原因を求めなければならない。

次に図4の実線と破線を比較すると前者は後者に比べて同一時間で最大 20% 程度小さなひずみを予測する。しかし、これはおもに破断時間の違いに起因するものであり、しかも両者の最終的な破断ひずみがほとんど同じ値であることを考慮すれば、本理論はクリープ損傷過程全体を通じて実験結果をよく記述するといえる。実験結果が本理論に比べて大きいひずみを示すもう一つの原因は、応力反転直後にみられるひずみの測定値の急速な増加があるが、これは反転に伴う材料母材中の転位運動の活性化によるものであって、この効果を記述するにはクリープ構成式に転位配置を記述するような内部状態変数を取り入れる必要がある^{(17)~(19)}。

一方、図4の一点鎖線と破線は見かけ上はよく一致している。しかしこの一致は、図4の実験結果の破断時間が期待されるよりも短いことと、クリープの最終段階でひずみを大きく見積もる効果と応力反転下で時間硬化理論がひずみを小さく見積もる効果が相殺していること、の二つに起因していることに注意する必要がある。ゆえに図4のような応力履歴に対しても Rabotnov-Kachanov の理論は、破断時間とクリープひずみに対して必ずしも正確な予測をするものではない。

図3, 4の結果からわかるように、上で論じた非比例負荷の場合、損傷の等方性を仮定した Rabotnov-Kachanov の理論は破断時間を短く見積もる。図3, 4の場合、本理論との差はそれぞれ 10% および 13% であって、実験結果

のばらつきを考えれば、決して著しいものではない。しかし、この差は反転ねじりに伴う実質応力テンソルの主応力方向の変化の大きさに依存し、必ずしも常に小さな値であるとは限らない。したがって、本論文ではさらに、このような破断時間の一定引張応力 σ と反転ねじり応力 τ との比 σ/τ による変化を明らかにするため、図3、4と同一の応力反転時間、同一の最大主応力 $\sigma^{(1)}=46.8$ MPaの下で、 σ/τ の各値に対する薄肉円管のクリープ破断時間 t_R を計算した。

図5はこのような解析の結果であって、実線A、Bはそれぞれ、図3、4と同じく、負荷後219時間および48時間ごとにねじり反転した場合の破断時間 t_R を示す。なお t_0 は、一定応力 $\sigma^{(1)}=46.8$ MPaの下での単軸引張りに対する破断時間である。Rabotnov-Kachanovの理論によれば、破断時間は応力比、応力反転時間に依存せず、図中の一点鎖線 $t_R/t_0=1$ によって表される。

まず曲線Aを見れば、クリープ破断時間は τ/σ とともに増大する。これは、 $t=219$ hでの応力反転によって生ずる実質応力テンソル S の最大主応力方向 $\nu^{(1)}$ の変化が τ/σ とともに増大し、また反転後の最大主応力面の損傷状態が $\nu^{(1)}$ の変化の増大とともに少なくなるからである。特に $\tau=\sigma^{(1)}$ 、 $\sigma=0$ の極限の場合、 τ の反転に伴う $\nu^{(1)}$ の変化は 90° となり、クリープ破断時間は $t_R=t_0+219$ あるいは $t_R/t_0=1.46$ となる。

負荷履歴Bの場合も同様な傾向が認められる。この場合、 τ の符号の周期的な交替により、材料損傷は対応する二つの最大主応力面で交互に等しく進行し、最終破断はこのうちのいずれかの面で生ずる。曲線Bの波形はこのような最終破面の移り変わりに対応す

る。特に $\sigma/\tau=0$ の場合は互いに直交する二つの面上で独立に、しかも同等に発達し、 $t_R/t_0=1.90$ となる。この場合、 t_R/t_0 が厳密に2とならないのは、最終的な破断は、もう一つの最大主応力面は十分損傷しないまま、最初の1/2サイクルの負荷に対応する最大主応力面で生じるからである。したがって $\sigma/\tau=0$ の t_R/t_0 の値は、応力反転の周期が減少すれば、厳密に2に近づく。

ここで検討した場合、損傷の等方性を仮定したRabotnov-Kachanovの理論は本理論に比べて、破断時間を1.4~2倍短く見積もる可能性があることがわかった。しかも、この差は負荷履歴によってはさらに大きくなり、厳密な破断時間解析においては決して無視できない。なお、実際の多結晶金属のクリープ損傷は、一般に異方的な発達と同時に等方的にも発達するから、その破断時間は図5の実線と一点鎖線の中間にあるが、このような結果も、式(13)のかわりに一般的な発展式(5)を用いることによって記述しうる。

4. 結 言

これまで、金属材料中のクリープ損傷の発達に比べ、クリープ速度への材料損傷の効果についてはあまり大きな注意が払われていなかった。損傷過程を支配する空げきの分布を考慮すれば、損傷の進行と変形の進行に対する材料損傷の効果は決して同一ではない。本論文では、クリープ構成に対して、損傷の発展式とは別の新しい損傷変数を導入して、著者らがすでに発表したテンソル内部状態変数によるクリープ損傷理論を精密化した。次に、著者らの理論の妥当性とその限界を検討するため、引張り-ねじり組合せ応力状態で一定応力負荷と比例的でない変動応力負荷をうける薄肉円管のクリープ損傷過程を解析したところ、 250°C の薄肉銅円管の実験結果にみられる損傷の局所性の効果と、その異方的特性をよく記述した。この理論は、一般の負荷履歴の下でのクリープ損傷現象の定量的はあくを可能にするものである。

最後に、この研究にあたり懇切なご教示と、ゆき届いたご検討を賜った名古屋大学工学部 大橋義夫教授に深く感謝する。また本研究は、昭和53年度および54年度文部省科学研究費補助金(一般研究C, 課題番号355048)の助成による研究の一部であることを付記し、謝意を表す。

文 献

- (1) 村上・大野, 機論, 46-409, A (昭55), 940.
- (2) 村上・大野, 機論, 45-392, A (昭54), 318.
- (3) 村上・大野, 文献(2)の327ページ.

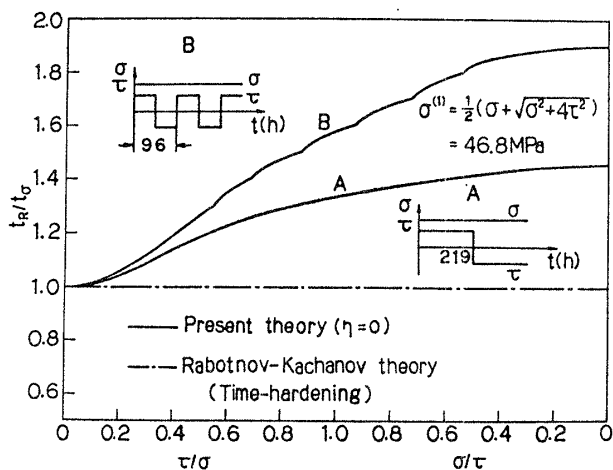


図5 破断時間に対するクリープ損傷の異方性の影響

- (4) Johnson, A. E., ほか2名, *Engineer*, **202**-5248 (1956), 261, 299.
- (5) Johnson, A. E., *Metall. Rev.*, **5**-20 (1960), 447.
- (6) Hayhurst, D. R., *J. Mech. Phys. Solids*, **20**-6 (1972), 381.
- (7) Kachanov, L. M. (大橋訳), 破壊力学の基礎, (昭52), 森北出版.
- (8) Garofalo, F. (足立訳), 金属クリープの基礎, (昭43), 丸善.
- (9) Odqvist, F. K. G., *Mathematical Theory of Creep and Creep Rupture*, (1966), Oxford Univ. Press.
- (10) Rabotnov, Yu. N., *Creep Problems in Structural Members*, (1969), North-Holland.
- (11) Leckie, F. A. and Hayhurst, D. R., *Acta Met.*, **25**-9 (1977), 1059.
- (12) Dyson, B. F. and McLean, D., *Metal Sci.*, **11** (1977), 37.
- (13) 村上・山田, 機論, **40**-335 (昭49), 1853.
- (14) Chaboche, J. L., *ONERA Rep.*, No. 1977-145 (1977).
- (15) Trampczynski, W. A., ほか2名, (1979), (私信).
- (16) Hayhurst, D. R. and Leckie, F. A., *J. Mech. Phys. Solids*, **21**-6 (1973), 431.
- (17) Lagneborg, R., *Trans. ASME, Ser. D*, **93**-2 (1971), 205.
- (18) Paslay, P. R. and Wells, C. H., *Trans. ASME, Ser. E*, **43**-3 (1976), 445.
- (19) Krieg, R. D., ほか2名, *Inelastic Behavior of Pressure Vessel and Piping Components*, PVP-PB-028, (1978), 15, ASME.

討 論

〔質問〕 井上 達雄 (京都大学工学部)

実際の材料における空どうの体積密度が極めて小さいという実験事実から, 損傷の局所性を考慮して著者らのこれまでの理論を更に発展させた意義は大きいと敬服する.

(1) 著者らの理論によると損傷の局所性は, ある領域 V 内の特定の面における選択的な損傷の発達によるとされているが, このほかにクリープの第3期においては破断に至る巨視的き裂の周辺や, 特定の材料では物体の表面に限られる(付1)こともある. このような場合に貴理論を適用するとき, どのように考えればよいか.

(2) 具体的な応用例として, 引張りとねじりおよびその組合せ負荷を扱っておられるが, 空どうを損傷とすると, 損傷は引張りとねじりでその発達の程度が著しく異なることが考えられる. この点についてご意見を伺いたい.

〔回答〕 高分子材料のクレイジングに対して損傷理論を適用されたご経験に基づき, 本理論の発展性に関するご質問をいただき感謝する.

(1) 巨視的き裂の周辺に発達した空げきは, 実質的には巨視的き裂による断面減少の効果をさらに拡大する. したがって, このような微視的空げきの効果は, 巨視的き裂のそれに含めて考えることができ, 結局その実質的效果は本理論によって表現し得る.

次に, 高分子材料のクレイジングのように物体表面に限られる損傷は, 応力-ひずみ関係にはほとんど影響を及ぼさないと考えられる. したがって, このような問題を板厚一定の平面問題として扱う限りにおいては, それは, 式(7)の C を 0 とおいた本理論の特別の場合に対応する. 一方, 三次元的に板厚方向の損

傷分布を考えなければならないときには, 損傷状態を板の表面からの距離の関数としてはあくする必要があると思われる.

(2) ご指摘のように, 引張りとねじりに対しては損傷の発達の程度が著しく異なることがある. 例えば Hayhurst⁽⁶⁾ は, 銅とアルミニウムの破断時間に対するその影響を調べ, 応力の第1不変量ならびに偏差応力の第2および第3不変量の関数として議論している. 本論文では, このような違いは, 式(4)において S ならびに S と Φ の組合せを介して表現される. すなわち式(5)は, そのような違いがこれまでに報告された実験結果に基づいて, S の第1不変量と最大主値, S_n の第2不変量および S の第1主方向を介して現れる場合を表現した式である.

〔質問〕 浜中 順一 (石川島播磨重工業会社)

損傷の局所性に着目して構成式と発展式を導かれ, より実際的な問題を解析されたことに敬意を表す.

(1) 式(3-b)の S は単に数理解析の便宜上導入されたものか, それとも物理的な意味をもつ応力テンソルか. 一方式(3-a)の σ^* は損傷を除いた実質部分に働く応力であるから, 本来対称テンソルであるべきではないか.

(2) 損傷効果テンソル Φ は, 式(1)で空げき密度テンソルとして定義される Ω より導かれるが, これを用いた式(4)で空げき周辺での応力集中を表現しうるか. もし Φ に応力集中の効果まで含めるとすれば, 式(4)のかわりに $\hat{\Omega} = \bar{H}(S, \kappa, \theta)$ でも間接的に応力集中の影響が考慮されるのではないか.

(3) 本理論は図3, 4でねじり反転直後の過渡的なひずみ速度の増加を表していないが, 式(8)に新しい状態変数を導入すれば表しうるとお考えか.

〔回答〕 (1) 式(3-b)の S は, 数理解析の便

(付1) 井上・山本, 機論, No. 800-8 (昭55-6), 137.

宜上、物理的に意味のある σ^* を対称化したテンソルである。このような対称化された実質応力テンソル S を導入したのは、 σ^* と S の違いがあまり大きくなり⁽¹⁾、しかもこれによって式(4)あるいは(8)の展開が簡単化されるからである。

また、ご指摘のように、 σ^* は損傷を除いた実質部分に働く応力とも解釈できる。しかしこの実質部分とは、実際の配置において損傷のない部分を意味するのではなく、断面減少を考慮した仮想的な配置⁽¹⁾に対応するものである。したがって、実質応力テンソル σ^* が対称になる必要はない。

(2) テンソル Φ は、空げきの存在による有効断面面積の減少の効果だけを表現したものであり、空げき周辺での応力集中の効果はこれによって表されない⁽²⁾。確かに、もし Φ が後者の効果をも表せば $\dot{\Omega} = \bar{H}(S, \kappa, \theta)$ と書けるが、上で述べたように Φ は前者の効果だけを表現する。そこで式(4)では、 $\dot{\Omega}$ をさらに Φ の関数とし、 $\dot{\Omega}$ の損傷状態への依存性を実質応力で表現される以上に強くすることによって、空げき周辺での応力集中の効果を記述した。

(3) 損傷のほとんど発達していない遷移クリープ段階でも、多軸応力状態下の応力急変(反転)直後には、ひずみ速度の増加が観察されている^(付2)。したがって、図3と4においてねじり応力を反転した直後に生じている過渡的なひずみ速度の増加は、クリープ損傷によるものではなく、材料の異方的硬化に起因する現象(通常メカニカルラチェットと呼ばれている)である。ゆえに、このような材料の異方的硬化を表す適当な変数を式(8)の引数に加えれば、この現象は記述される。

【質問】 阿部 武治(岡山大学工学部)

クリープにおける変形と損傷を表すため、損傷テンソルを組み込んだ連続体力学的な解析に、クリープき裂成長の物理的な考察を組み入れようとする研究と興味深く拝察した。

(1) C というパラメータが、クリープ速度に対する材料損傷の局所性の効果を表すものとして導入されていると思う。数値解析例では C の値は実験のクリープ曲線と合うように定められているが、何らかの物理的考察から C の値を推定しうる可能性はあるか。

(2) 延性破壊におけるくびれ現象や第3期クリープを不安定現象として解析する考え方もあると思うが、このような考え方と本理論の関連についてはどのようにお考えか。本理論にはくびれの発生は含まれて

いることになっているか。

(3) 図3に関連して、578 ページ左欄 13 行めに Rabotnov-Kachanov 理論 [式(15)] による破断時間は $t_R=480$ h とあるが、これは本論文の理論 [式(13)] による破断時間を実験結果のそれ $t_R=532$ h と一致するように定めた B の値 [式(18)] を、式(15)にも適用することによって得られた値か。式(15)においても、破断時間が実験値と一致するように独自の B の値を決めることでもできると思われるがいかがか。

【回答】 (1) 本論文で述べた材料損傷の局所性とは、微小体積 V 中で損傷が特定の面上に選択的に発達することを意味している。このような局所性の結果、局所的現象である損傷の発達速度と大域的に進行するクリープ速度では、損傷が及ぼす影響は異なり、その違いは、 V 中で空げきが均質に分布すればするほど小さくなる。したがって、その違いを示す C は、 V 内での空げきの体積平均密度と、 V 内で空げきが選択的に発達した面上での空げき密度を比較することによって、ある程度推定できると考えている。

(2) 本論文では、第3期クリープはくびれの発生による静力学的第3期クリープと材料の劣化による物理学的第3期クリープに分類できるという立場に立っている^(付3)。本理論は、このうちクリープ変形中の材料の劣化を記述するものであり、前者を表現しようとするものではない。しかし本理論によっても、くびれの原因である幾何学的非線形性(断面減少)を考慮すれば、クリープにおける不安定現象を一般的に解析できる。

(3) ご指摘のとおりである。本論文で、式(13)と(15)に対して同じ材料定数を用いたのは、材料損傷の等方性を仮定した式(13)とその異方性を仮定した式(15)による破断時間の違いを示すためである。しかしながら、たとえ式(15)の B の値を実験結果に一致するように選んだとしても、図3において軸ひずみとせん断ひずみが破断時に無限大になるという Rabotnov-Kachanov の結果は変わらず、したがって本論文で述べた材料損傷の局所性の重要性については、そのままであることにご注意願いたい。また、図4においてこのように材料定数を選ぶと、Rabotnov-Kachanov の理論による結果と実験結果との見かけ上の一致がなくなり、彼らの理論の不備はさらに目立つことになる。

(付2) Blass, I.J. and Findly, W.N., *Trans. ASME, Ser. E*, 38-2 (1971), 489.

(付3) Odqvist, F.K.G. and Hult, J. (村上訳), クリープ強さの理論, (昭42), 224, 培風館.