

成長ひずみ法による円筒コイルばねの
素線断面形状最適化解析*畔上 秀幸*¹, 片峯 英次*²
今泉 敏幸*³, 沖津 昭慶*¹Shape-Optimization Analysis for Wire Cross Sections of Cylindrically Coiled
Spring by the Growth-Strain MethodHideyuki AZEGAMI, Eiji KATAMINE,
Toshiyuki IMAIZUMI and Akiyoshi OKITSU

Optimum cross sections of cylindrically coiled spring are analyzed by the growth-strain method. This method was previously proposed as a shape optimization method which deforms shapes by generating bulk strain. In the present analyses, the helix angle is neglected. The stress distributions are analyzed by the finite element method based on the stress function. The growth deformation is analyzed by the finite element method on the assumption of a roll of coil as a rotationally symmetric ring under free restriction. The bulk strain is generated based on the strain energy density in a manner in which volume change in the cross section is absorbed in the circuit direction. In consequence, a convergent curve of mass improvement ratio and corresponding cross sections are obtained. The cross sections are egg-shaped tapering to the outside of the coil.

Key Words: Optimum Design, Machine Element, Computational Mechanics, Numerical Analysis, Finite Element Method

1. はじめに

素線断面形状が円形の円筒コイルばねに生ずる応力は、コイル曲がりの影響によって外径側より内径側で大きくなることから、最適な素線断面形状は必ずしも円ではないことが知られている。本研究の目的は、この円ではないより最適な素線断面形状を成長ひずみ法によって解析することである。成長ひずみ法は、体積ひずみを発生させることによって形状を変化させていく形状最適化法として提案されている^{(1)~(4)}。体積ひずみは強度パラメータやポテンシャルエネルギー密度(ひずみエネルギー密度から体積力による単位体積当たりのポテンシャルエネルギーを差し引いた量)などを基準にして発生される。本研究ではピッチ角は無視された。また成長変形のとくに、コイル一巻は軸対称リングと仮定され、体積ひずみの発生則にはこれまでとは異なった工夫が施された。

これまで、円ではない素線断面形状に注目した研究

は、古くは Fuchs⁽⁵⁾によって行われている。彼が提案した形状は内側に尖った卵形であった。外径側は半円、内径側は長だ円で仮定された。しかし、この形状が必ずしも良好な応力分布をもっていないことは、長屋ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾によって指摘されている。彼らは任意の素線断面形状の応力分布を解析する方法としてフーリエ展開境界値平均法を提案し、Fuchsの卵形断面形状に対する応力分布をその方法で解析している。さらに長屋⁽⁸⁾は、動的な効果が考慮されると、内側に尖った卵形であっても適当なアスペクト比の場合に円形を上回る成績をもつことを指摘している。またこの内側に尖った卵形断面形状に対する有限要素法、境界要素法および有限差分法による応力解析は、神谷ら⁽⁹⁾によって行われている。その結果は長屋らの結果と同様である。

より厳密な最適形状は、最近になって大河内ら⁽¹⁰⁾によって解析された。その形状は、Fuchsの卵形とは異なり、やや外側で四角張った円状であった。彼らが設定した問題は、コイル平均半径、最大せん断応力およびばね定数を一定にした制約条件のもとで、質量を目的関数として、それが最小となる素線断面形状を決定する問題である。ただし巻数は、ばね定数を揃えるために調整される。解析法には、数理計画法に基礎をおく逐次形状最適化法が用いられた。この方法は、す

* 原稿受付 平成2年1月25日。

*¹ 正員、豊橋技術科学大学工学部 (〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。*² 学生員、豊橋技術科学大学大学院。*³ 正員、中央発條(株) (〒470-02 愛知県西加茂郡三好町大字福田字宮下43-1)。

すべての表面上節点ごとに、それらの移動に対する目的関数の感度を解析し、目的関数が最も最小化する方向に形状を修正していく方法である。応力解析には有限要素法が用いられた。しかしこの方法の欠点は、膨大な計算時間を必要としている点である。実際、1回の微小な形状修正を行うまでに表面上節点の個数回の応力解析を行う必要があり、十分な収束形状を得るまでにはその修正回数倍の応力解析を必要とする。さらにばね指数(コイル平均直径/素線断面横直径)を変えるとこの解析を繰返すことになる。

本研究では、大河内らの問題設定に従う。すなわち形状の評価指標には、コイル平均半径、最大せん断応力およびばね定数を同一にした円形断面のコイルばねと比較した質量改善比が用いられる。本研究の特徴は、自由な制約条件のもとでの成長解析を繰返すことによって、最適化された素線断面形状をばね指数に対して連続的に解析できる点である。その一連の形状が成長解析を始めたときのばね指数に依存しない収束形状であることは、本論文の中で確認される。その結果、適当な繰返しによって収束領域に到達した後は、成長解析を行うごとに、ばね指数が変化して、そのときの最適化された素線断面形状が解析されることになる。したがって計算時間は、逐次形状最適化法と比較して大幅に削減されることになる。本方法によって解析される一連の形状は、Fuchsの形状とは逆の外側に尖った卵形になる。またその形状は、大河内らの形状と比較して、質量改善比でわずかに劣っているが、応力分布の滑らかさにおいて優れた特徴をもっている。

2. 成長ひずみ法

成長ひずみ法は、図1に示す二つの解析ステップを有限要素法によって繰返す方法である。ステップ1(指

標解析)は、強度パラメータやポテンシャルエネルギー密度などの成長の指標(measure)を解析するステップである。ステップ2(成長解析)は、ステップ1で評価された成長の指標に基づいて体積ひずみを発生させた場合の変形を解析し、形状を出力するステップである。ただし境界条件は、ステップ1の場合、設定された問題の力学的境界条件で与えられ、ステップ2の場合、形状変形に対する拘束条件で与えられる。成長の指標は、強度の最大化を目指す場合には強度パラメータ、剛性の最大化を謀りたい場合にはポテンシャルエネルギー密度が選ばれる⁽⁴⁾。

我々の構想は、ステップ1で今泉ら⁽¹¹⁾の定式化に従った解析法を採用し、ステップ2で特別の工夫を施した成長解析法を採用することである。それぞれの詳細を3章と4章で紹介する。

3. コイル素線断面の応力解析

成長ひずみ法のステップ1で採用した応力分布の解析法は次のようである⁽¹¹⁾。なお、本論文では図2のような円柱座標系に基づく表記法が用いられる。ただしテンソル表示のときは $\{r, \theta, z\}^T = \{x_1, x_2, x_3\}^T$ の関係が仮定される。また右上付 T は転置の意味で用いられる。

円筒中心 z 方向に荷重 F が作用している状態を考える。ピッチ角を無視すれば、応力テンソルは $\sigma_{r\theta}$ と σ_{az} 以外の成分は零となる。そこで、応力関数 ϕ を次のように定義すれば、

$$\sigma_{r\theta} = G \left(\frac{R}{r} \right)^2 \frac{\partial \phi}{\partial z} \dots \dots \dots (1)$$

$$\sigma_{az} = -G \left(\frac{R}{r} \right)^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \dots \dots \dots (2)$$

力の釣合い条件は満たされ、適合条件式は次のように

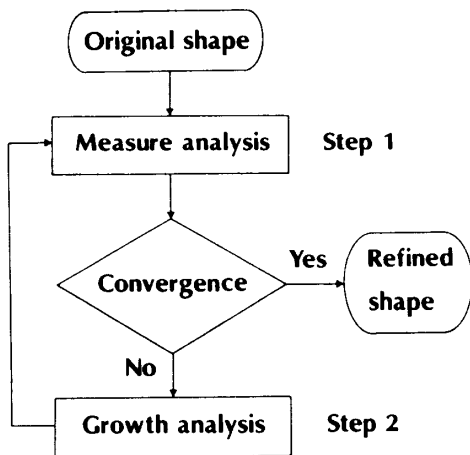


図1 成長ひずみ法

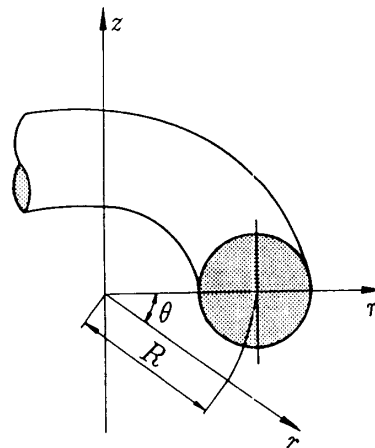


図2 円柱座標系によるコイル表記法

与えられる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{3}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + 2C = 0 \quad (3)$$

ただし、 G は横弾性係数、 R はコイル平均半径（コイル外半径と内半径の平均値）、 C は荷重 F の大きさによって決まる定数である。また境界条件は、素線断面外周 S を自由境界と仮定すると、次の関係になければならない。

$$\phi = 0, \text{ on } S \quad (4)$$

ここで、式(3)と(4)を満たす応力関数 ϕ がコイル素線断面に作用するせん断力 F に対して RF のねじりモーメントを生ずる関係になっていることは容易に確認される。したがって、式(3)と(4)を満たすような応力関数 ϕ が決定されれば、それに基づいて式(1)、(2)によって得られる応力分布はこの問題の解ということになる。

応力関数の解析法は次のように定式化される。式(3)と(4)を停留条件 (Euler の方程式) とする応力関数 ϕ の汎関数 $\chi(\phi)$ は、次のように見出される。

$$\chi(\phi) = \frac{G}{2} \int_A \left(\frac{R}{r} \right)^3 \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 - 4C\phi \right\} dA \quad (5)$$

ただし、 A はコイル素線断面積である。式(5)をマトリックス表示すると、

$$\chi(\phi) = \frac{G}{2} \int_A \left(\frac{R}{r} \right)^3 \{ \{\varphi\}^T \{\varphi\} - 4C\phi \} dA \quad (6)$$

ここで、 $\{\varphi\}$ は次のような応力関数微係数ベクトルである。

$$\{\varphi\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial z} \\ -\frac{\partial \phi}{\partial r} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

有限要素法の手続きに従えば、要素ごとに、応力関数 $\phi(x_i)$ と応力関数微係数ベクトル $\{\varphi(x_i)\}$ は節点応力関数ベクトル $\{\bar{\phi}\}$ によって次のように表せる。

$$\phi(x_i) = \{N(x_i)\}^T \{\bar{\phi}\} \quad (8)$$

$$\{\varphi(x_i)\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & -\frac{\partial}{\partial r} \end{Bmatrix} \{N(x_i)\}^T \{\bar{\phi}\} \\ = [B(x_i)] \{\bar{\phi}\} \quad (9)$$

ただし、 $\{N(x_i)\}^T$ は形状関数横ベクトル、 $[B(x_i)]$ は応力関数微係数-節点応力関数マトリックスである。なお x_i は要素内座標 (x_1, x_3) を表し、要素内で分布する変数には省略しないことにする。また $\{N(x_i)\}^T$ 、 $[B(x_i)]$ および $\{\bar{\phi}\}$ は全節点に対応した成分をもつものと定義する。ただし要素ごとに考える場合には、要素に含まれる節点の成分に縮小されたその部分ベクトル

あるいはマトリックスを考へても差支えない。汎関数 $\chi(\{\bar{\phi}\})$ は、すべての要素について式(8)、(9)の関係を式(6)に代入して、それらを重ね合わせることにによって得られる。したがって応力関数の支配方程式は、 $\delta\chi(\{\bar{\phi}\})=0$ の条件によって、次のように得られる。

$$[a] \{\bar{\phi}\} = \{f\} \quad (10)$$

ここで、

$$[a] = \int_A \left(\frac{R}{r} \right)^3 [B(x_i)]^T [B(x_i)] dA \quad (11)$$

$$\{f\} = 2C \int_A \left(\frac{R}{r} \right)^3 \{N(x_i)\} dA \quad (12)$$

そこで、式(12)の定数 $C=1$ と仮定すれば、そのときの節点応力関数 $\{\bar{\phi}\}$ は、式(4)の境界条件のもとで式(10)の支配方程式を解くことによって得られる。また、そのときの応力分布 $\{\sigma\}$ は、要素ごとに次の関係によって計算される。

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{r\theta} \\ \sigma_{\theta z} \end{Bmatrix} = G \left(\frac{R}{r} \right)^2 [B(x_i)] \{\bar{\phi}\} \quad (13)$$

荷重 F に対応した応力分布 $\{\sigma\}$ は、応力分布 $\{\bar{\sigma}\}$ を定数倍することによって求められる。この定数は、仮の応力分布の場合のコイル素線断面内せん断力 \hat{F} に対する荷重 F の比で与えられる。すなわち、

$$\hat{F} = \int_A \sigma_{\theta z} dA = 2G \int_A \frac{R^2}{r^3} \phi dA \quad (14)$$

$$\{\sigma\} = \frac{F}{\hat{F}} \{\bar{\sigma}\} \quad (15)$$

ばね定数は次のように計算される。コイルばねに生ずるひずみエネルギー U は次のように与えられる。

$$U = \frac{\pi n}{G} \int_A (\sigma_{r\theta}^2 + \sigma_{\theta z}^2) r dA \quad (16)$$

ただし n はコイル巻数である。この式に式(1)~(4)の関係と Green の定理を適用すると次の関係を得る。

$$U = \pi n R^2 \frac{F^2}{\hat{F}} \quad (17)$$

したがって、ばね定数 k は次式によって与えられる。

$$k = \frac{F^2}{2U} = \frac{\hat{F}}{2\pi n R^2} \quad (18)$$

4. コイル素線断面の成長解析

ステップ2の成長解析は、次のような定式化に基づいて行われた。ただし、この解析においてもピッチ角を無視し、さらにこの解析ではコイル巻を軸対称リングと仮定する。

成長の指標には、剛性規準の場合に有効なポテンシャルエネルギー密度を採用する。しかし物体力を考える必要がないことから、実際にはひずみエネルギー密度 W が用いられる。なお、強度規準の場合に有効な Mises 応力を用いても同様の結果が得られることは確

認されている。

体積ひずみテンソル ϵ_{ij}^B はひずみエネルギー密度 W の大きさに基づいて次のように発生されると仮定する。

$$\epsilon_{ij}^B = \frac{W - W_0}{W_0} h \delta_{ij} \dots \dots \dots (19)$$

ここで δ_{ij} は、Kronecker デルタを修正した次のようなテンソルである。それをマトリックス表示すると、

$$[\delta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (20)$$

ただし、 W_0 はひずみエネルギー密度の基準値、 h は成長比である。なお W_0 は成長変形による質量変化を抑えたい場合にはひずみエネルギー密度の体積平均とすればよい。図3は ϵ_{ij}^B の様子を示している。これまで提案されてきた体積ひずみ発生則との相違点は、方向によって体積ひずみの成分比が異なっている点である。コイル素線断面内の体積変化分が周方向で吸収される格好になっている。

体積ひずみを式(19)、(20)のように与えることの妥当性は、5章で実際の解析を通して示される。しかしおよそ次のような理由が考えられる。実際のコイルばねは一卷ごとに断面の食違いがあるために周方向の拘束がないものと考えられるが、本解析ではコイル一巻を軸対称リングと仮定するために、周方向は拘束された状態になっている。式(19)、(20)の体積ひずみはこの拘束を軽減するように作用するものと考えられる。実際、リングに発生するひずみエネルギーは、素線断面に作用するせん断力 F とねじりモーメント RF によって引き起こされている。このリングの微小断面リングに注目し、質量一定のもとでこのリングの剛性を高める（ひずみエネルギーを減少させる）ことを考えると、リング径を減少させてやればよい。そのためには断面を大きくして、それによる体積増加分を周方向で吸収してやる必要がある。式(19)、(20)の体積ひず

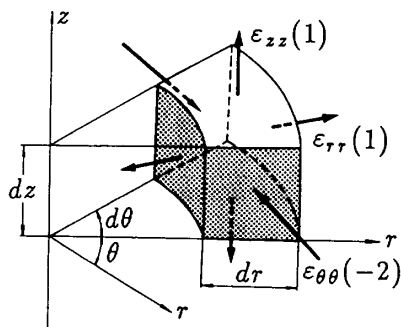


図3 体積ひずみ ϵ_{ij}^B の発生則

みはそのような成分比になっている。

成長変位の解析法は、軸対称問題の場合に次のように定式化される。体積ひずみの発生によって生ずる成長ひずみテンソル ϵ_{ij}^G は、成長変位テンソル u_i^G と次の関係にある。それをマトリックス表示すると、

$$[\epsilon^G] = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r^G}{\partial r} & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r^G}{\partial z} + \frac{\partial u_z^G}{\partial r} \right) \\ 0 & \frac{u_r^G}{r} & 0 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r^G}{\partial z} + \frac{\partial u_z^G}{\partial r} \right) & 0 & \frac{\partial u_z^G}{\partial z} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (21)$$

また成長応力テンソル σ_{ij}^G は成長ひずみテンソル ϵ_{ij}^G と次の関係にある。

$$\sigma_{ij}^G = D_{ijkl} (\epsilon_{kl}^G - \epsilon_{kl}^B) \dots \dots \dots (22)$$

ただし D_{ijkl} は弾性の剛性テンソルである。なおテンソル表示のときは総和規約を採用する。体積ひずみの発生によるひずみエネルギー U^G を成長変位 u_i^G の汎関数と考えると、

$$U^G(u_i^G) = 2\pi \int_A r (\epsilon_{ij}^G - \epsilon_{ij}^B) D_{ijkl} (\epsilon_{kl}^G - \epsilon_{kl}^B) dA \dots \dots \dots (23)$$

式(23)をマトリックス表示すると、

$$U^G(\{u^G\}) = 2\pi \int_A r (\{\epsilon^G\} - \{\epsilon^B\})^T [D] \times (\{\epsilon^G\} - \{\epsilon^B\}) dA \dots \dots \dots (24)$$

有限要素法の手続きに従えば、要素ごとに、成長ひずみベクトル $\{\epsilon^G(x_i)\}$ は節点成長変位ベクトル $\{\bar{u}^G\}$ によって次のように表される。

$$\{\epsilon^G(x_i)\} = [B^R(x_i)] \{\bar{u}^G\} \dots \dots \dots (25)$$

ただし $[B^R(x_i)]$ は軸対称要素のひずみ-節点変位マトリックスである。なお $[B^R(x_i)]$ と $\{\bar{u}^G\}$ は全節点に対応した成分をもつものと定義する。ただし要素ごとに考える場合には、要素に含まれる節点の成分に縮小されたそれらの部分マトリックスとベクトルを考えても差支えない。ひずみエネルギー $U^G(\{\bar{u}^G\})$ は、すべての要素について式(25)の関係を式(24)に代入して、それらを重ね合わせることによって得られる。したがって成長変位の支配方程式は、成長に要するひずみエネルギー最小の条件 $(\delta U^G(\{\bar{u}^G\}) = 0)$ によって、次のように得られる。

$$[k] \{\bar{u}^G\} = \{g\} \dots \dots \dots (26)$$

ここで、

$$[k] = 2\pi \int_A r [B^R(x_i)]^T [D] [B^R(x_i)] dA \dots (27)$$

$$\{g\} = 2\pi \int_A r [B^R(x_i)]^T [D] \{\epsilon^B(x_i)\} dA \dots \dots (28)$$

ただし、 $[k]$ は剛性マトリックス、 $\{g\}$ は体積ひずみの

発生によって引き起こされた等価節点力ベクトルである。したがって節点成長変位 $\{\bar{u}^G\}$ は, $\{g\}$ を計算して, 成長の境界条件のもとで式(26)の支配方程式を解くことによって得られる。

5. 解析結果

成長ひずみ法によるコイル素線断面形状の解析結果を紹介する。最適性の評価基準には, コイル平均半径, 最大せん断応力およびばね定数を同一にした円形断面のコイルばねと比較した質量改善比が用いられた。質量改善比の計算方法は, 付録に記述されている。また, 成長開始時の素線断面は円形で与えられた。成長の境界条件は自由拘束と仮定された。

解析に用いられた定数は次のようである。材料にはばね鋼が想定された。横弾性係数 $G=78.40$ GPa, ポアソン比 $\nu=0.3125$ と与えられた。成長開始時の円形断面直径は 4 mm に固定された。成長比 $h=0.1$ と設定された。またひずみエネルギー密度の基準値 W_0 はその体積平均によって与えられた。

ステップ1と2の両解析とも対称性を考慮して素線

断面の上半分について行われた。解析に用いられた要素は, 両解析とも8節点アイソパラメトリック要素である。要素分割を図4に示す。なおこの分割方法は大河内ら⁽¹⁰⁾の解析で用いられたものと同一である。また要素分割は成長変形のために次の関係に従って改善された。図4の点に注目して, 点0は点1と点9の中央とする。外形1-3-5-7-9上の節点は外形上等間隔とする。また点2, 4, 6, 8, 10はそれぞれ直線1-0, 3-0, 5-0, 7-0, 9-0上の一定比率の内分点とする。最大せん断応力は全要素内の Gauss 積分点(要素当たり9点)で評価された。なお, 文献(1)の付録に記された方法でせん断応力分布の平滑化処理を行い, その結果に基づいて評価された最大せん断応力を用いた場合との差は, 質量改善比において0.2%以下であることが確認されている。

全体を見渡す解析結果は図5と6に示されている。図5にはばね指数 (spring index) に対する質量改善比 (mass improvement ratio) の結果が, 図6にはばね指数に対する素線断面形状の解析結果が示されている。いずれも四つのばね指数 15, 20, 25, 30 から成長解析を始めた結果がまとめられている。また図5には大河内ら⁽¹⁰⁾の結果も比較のために載せられている。

図7はひずみエネルギー密度分布を調べた結果である。詳しくは, ばね指数 30 から成長解析を始めた場合のばね指数 6, 10, 12 のときの結果が示されている。図中上段の結果は, 質量改善比を求めるときに比較された円形断面についての結果である。また図中下段には大河内ら⁽¹⁰⁾の結果も比較のために載せられている。なお等高線の値は体積平均によって無次元化されている。

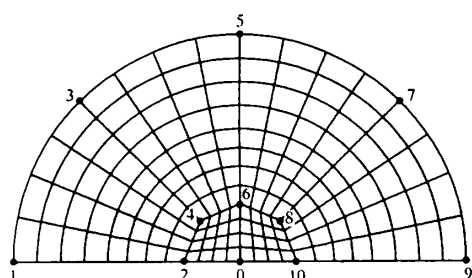


図4 素線断面の要素分割

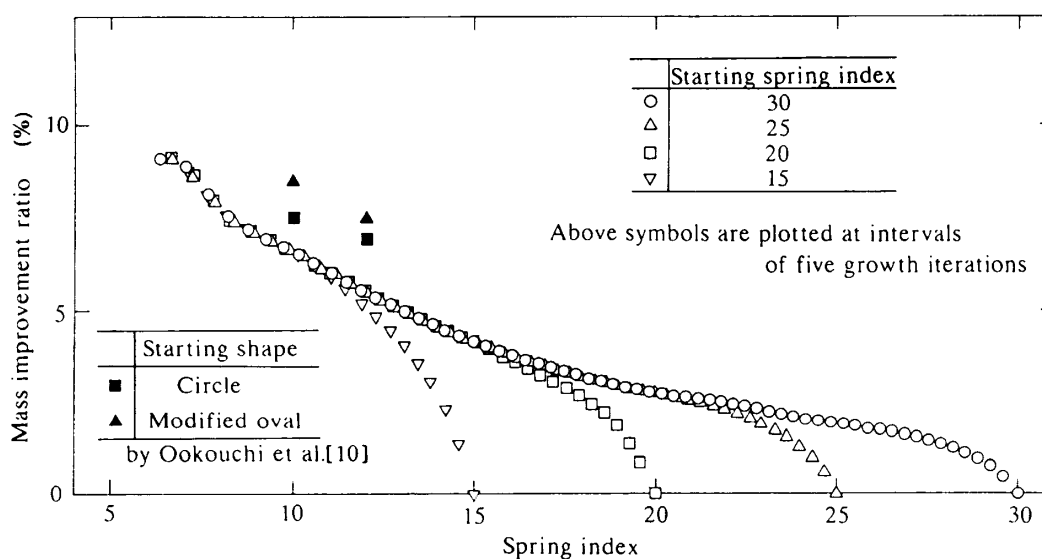


図5 解析結果: ばね指数に対する質量改善比

体積ひずみ発生則の妥当性は、 $\{\epsilon_{rr}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{zz}\}^T$ の成分比を変えた解析を行うことによって検討された。図 8 にはその結果が示されている。いずれも成長開始ばね指数は 15 とされた。ばね指数 30 の結果は収束曲線を与えるものとして示されている。また図 8 には、大河内ら⁽¹⁰⁾の結果から成長解析を始めた場合の結果も同時に載せられている。

これらの結果は次のようにまとめられる。

(1) 成長変形を繰返すことによって、素線断面はばね指数が小さくなる方向に移動し、ひずみエネルギー

密度分布は均一化された。

(2) 成長開始のばね指数に依存しない質量改善比の収束曲線が存在した。その収束曲線上では、ばね指数が小さくなるに従って質量改善比が上昇した。

(3) 収束領域の素線断面形状には一意性が存在した。その形状は外側に尖った卵形で、その偏平度はばね指数が小さくなるに従って拡大された。

(4) 大河内ら⁽¹⁰⁾の結果と比較すると、成長ひずみ法による結果は滑らかな形状であった。また質量改善比はわずかに劣っていた。しかし、ひずみエネルギー

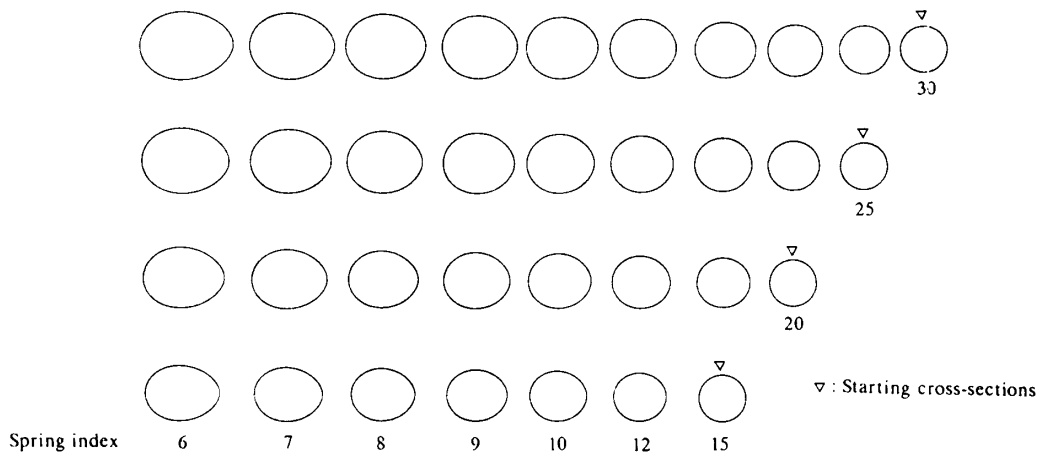


図 6 解析結果：ばね指数に対する素線断面形状

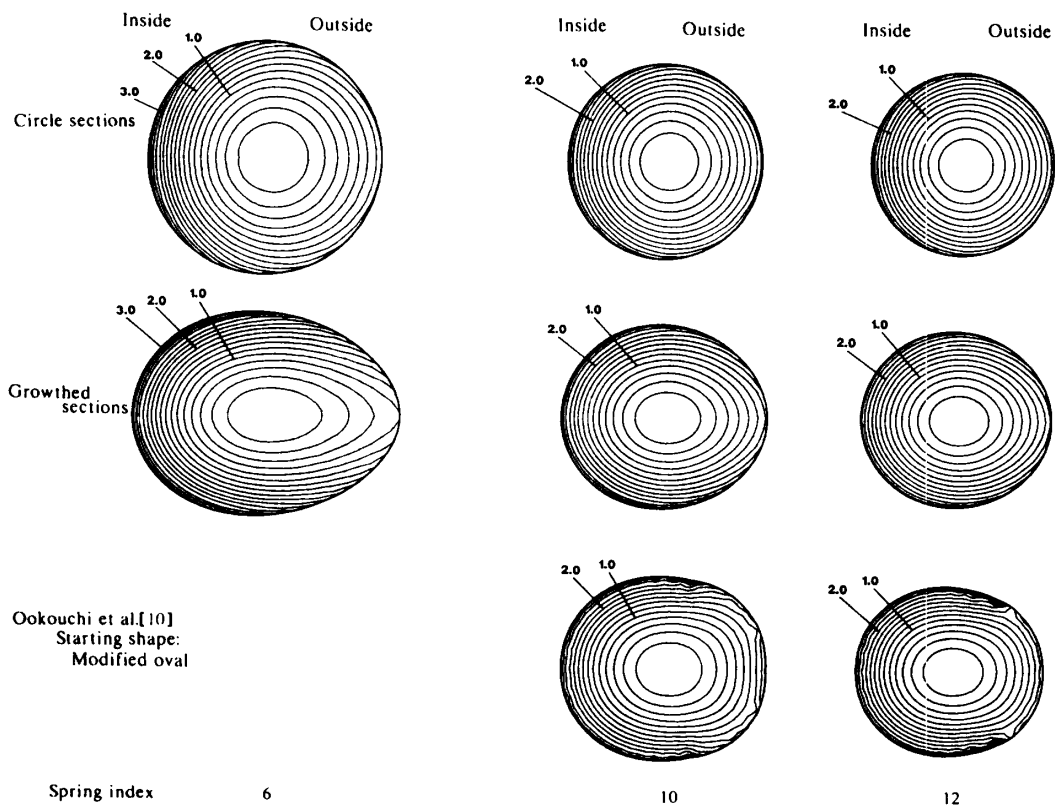


図 7 解析結果：ひずみエネルギー密度分布

密度分布の滑らかさは優れていた。

(5) 体積ひずみの発生則が式(19), (20)以外の場合には, 質量改善比の収束は見られなかった。

(6) 大河内らの結果を成長開始形状にした場合には, 質量改善比の曲線は成長ひずみ法の収束曲線に乗ってきた。

これらの結果について次のような考察を行うことができる。結果(1)は成長ひずみ法の基本的な性質によるものと考えられる⁽⁴⁾。結果(2)のばね指数の下降に伴って質量改善比が上昇する傾向と, 結果(3)の卵形の偏平度がばね指数の下降に伴って拡大する傾向は, コイル曲がりの影響度を考えると自然な結果と思われる。実際, ばね指数が無限大のとき最適素線断面形状が円形であることは明らかであるが, ばね指数が無限大から小さくなるに従ってコイル曲がりの影響が現れて, 外径側と内径側の応力差が増加する。その応力差の増加は改善の効果も増加させると考えられる。なお質量改善率の収束曲線が成長比の大きさに影響されないことは, 実際の解析によって確認されている。結果(4)の相違は, 成長ひずみ法のエネルギー密度均一化作用によるものと理解される。実際, 大河内ら⁽¹⁰⁾の結果では外径側外周上にひずみエネルギー分布の屈曲点がいくつか存在する。そのような状況は成長ひずみ法による体積ひずみの連続的な湧き出しによる変形では生じ得ないものと思われる。しかしその反面, ひずみエネルギー分布の滑らかさは十分なものとなって得られることになる。結果(5)は4章のように考察される。結果(6)は, 結果(4)について考察されたように, 成長ひずみ法のひずみエネルギー密度均一化作用によるものと考えられる。

6. ま と め

円筒コイルばねの素線断面形状の最適化解析に成長ひずみ法が適用された。成長解析ではコイル一巻は軸対称リングと仮定された。そのとき周方向の拘束を緩

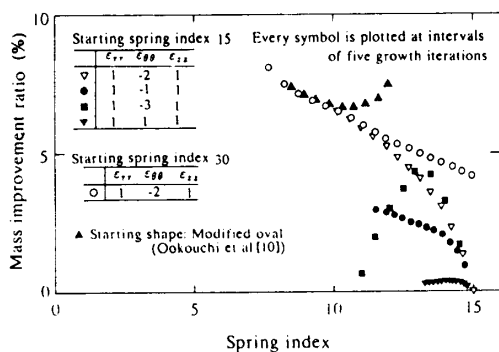


図 8 体積ひずみ発生則の検討結果

和させるために, 素線断面の変化による体積変化が周方向で吸収されるような体積ひずみ発生則が用いられた。

その結果, 成長開始のばね指数に依存しない質量改善比の収束曲線とそれに対応した素線断面形状が得られた。その形状は, 外側に尖った卵形であった。また大河内ら⁽¹⁰⁾の結果と比較すると, 質量改善比はわずかに劣っていたが, 応力分布(ひずみエネルギー密度分布)の滑らかさは優れたものになっていた。

付録 質量改善比の計算方法

質量改善比 μ は, 任意素線断面円筒コイルばねの質量 M と円形断面コイルばねの質量 M^c によって次のように定義される。

$$\mu = \frac{M^c - M}{M^c} \dots\dots\dots (29)$$

ただし, 両コイルばねのコイル平均半径 R , 最大せん断応力 σ_{max} , ばね定数 k は同一とされる。

本研究では, 円形断面コイルばねの質量 M^c は次のように求められた。円形断面コイルばねの素線直径 d は, 円形断面コイルばねの最大せん断応力 σ_{max}^c が, 成長ひずみ法によって得られたコイルばねの最大せん断応力 σ_{max} と一致するように, 繰返し修正計算によって求められた。ただし, 荷重 F には成長ひずみ法で設定された値, コイル平均半径 R には成長ひずみ法によって得られたコイルばねのコイル平均半径が仮定さ

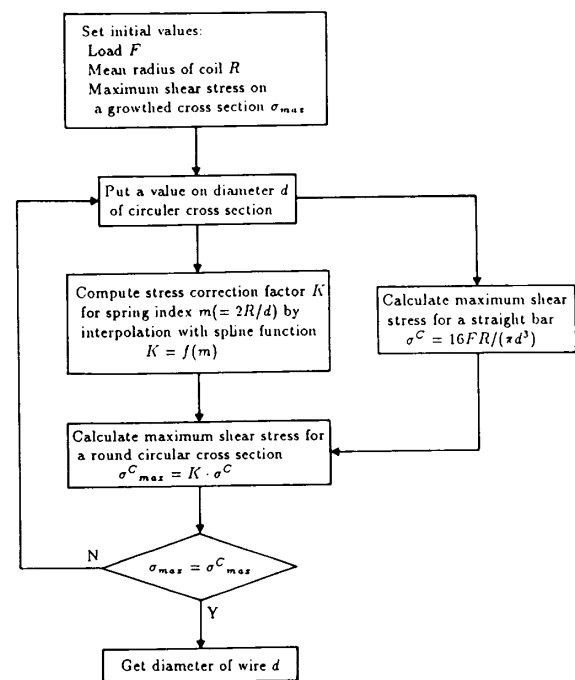


図 9 円形断面コイルばね素線直径 d の計算法

れた。図9はその手順を示している。なお応力補正係数 (stress correction factor) K は、あらかじめ3章の方法で解析され、補間関数で求められていた。補間関数には3次のB-スプライン関数が用いられた。スプライン間隔はばね指数で2に設定された。さらに円形断面コイルばねの巻数は、円形断面コイルばねのばね定数 k^c と成長ひずみ法によって得られたコイルばねのばね定数 k が等しくなるように調整された。すなわち、成長ひずみ法によって得られたコイルばねで仮定された巻数 n に対して、円形断面コイルばねの巻数は nk^c/k に調整された。ただし k^c は、材料力学の結果を用いて次式で計算された。

$$k^c = \frac{Gd^4}{64nR^3} \dots\dots\dots (30)$$

円形断面コイルばねの質量 M^c は、したがって次のように計算された。

$$M^c = 2\pi n \frac{k^c}{k} \int_{A^c} r dA \dots\dots\dots (31)$$

ただし A^c は直径 d の円形断面積である。

文 献

- (1) 畔上, 機論, 54-508, A (1988), 2167.
- (2) Azegami, H., Okitsu, A., Ogihara, T. and Takami, A., *Current Topics in Structural Mechanics 1989 (ASME 1989 Pressure Vessels and Piping Conference, Honolulu, Hawaii)*, (1989-7), 199
- (3) 畔上・荻原・高見, 機論, 56-523, A (1990-3), 589.
- (4) 畔上・高見, 機論, 56-530, A (1990-10), 2162.
- (5) Chironis, N. P., *Product Engineering*, 27 (1969-1), 86.
- (6) 長屋, 機論, 51-470, A (1985), 2293.
- (7) 佐藤・長屋・武田・松本・齊藤・森田, 文献(6)の2303ページ.
- (8) 長屋, 機論, 54-503, C (1988), 1393.
- (9) 神谷・豊福, ばね研究会講演前刷集, (1985-1), 25.
- (10) 大河内・今泉・市川, 機論, 55-515, A (1989), 2033.
- (11) 今泉・大河内・市川, 機論投稿中.