

回復可能なクリープ硬化範囲を規定した
多軸変動応力クリープ構成式*村上澄男**, 大野信忠**
Sumio MURAKAMI, Nobutada OHNO

1. 緒 言

304 ステンレス鋼の一定応力下での応力反転試験の場合、応力反転後のクリープ曲線は初期状態に対するそれとあまり変わらず、したがって材料の硬化状態は応力反転によってほとんど初期状態のそれに回復することが報告されている⁽¹⁾⁽²⁾。さらに、非比例負荷のもとでの304 ステンレス鋼⁽³⁾、軟鋼⁽⁴⁾およびアルミニウム合金⁽⁵⁾に対する多軸クリープ試験によれば、一般に主応力方向が変化すれば、過渡的にクリープ速度が増加するとともに、その変化後しばらくの間は応力およびクリープ速度テンソルは非共軸となることが確かめられている。これらの実験事実は、クリープは過去の負荷履歴に依存し、本質的に異方的な現象であることを示す。

これまでにも、クリープ変形におけるこのような異方的性質を記述するため、いくつかの構成式理論が研究されている。たとえば Gittus⁽⁶⁾ と Krieg ら⁽⁷⁾は、クリープ変形の際の微視的構造変化を検討して金属物理学的クリープ理論を提案しており、一方 Malinin ら⁽⁸⁾、Chaboche⁽⁹⁾、Miller⁽¹⁰⁾ はクリープの異方硬化を背応力で表現した現象論的クリープ構成式を定式化した。しかしこれらの理論は、実際の非弾性構造解析用構成式としては構成式の構造が複雑であり、しかも材料定数の決定が必ずしも容易でないという欠点をもつ。これに対して、オークリッジ国立研究所 (ORNL) は、核反応炉構造要素の詳細非弾性解析用構成式を開発する際に、古典的なひずみ硬化理論に対し、応力方向の反転のある場合のクリープ挙動を記述するための補助法則を提案した⁽¹⁾。この理論は構成式の仮定の簡単さ、および材料関数と材料定数がすべて一定引張応力クリープ試験により決定できるという便利さのため、最近のクリープ解析の多くで採用されている。

しかし ORNL の理論は、単軸応力状態と同じく、

多軸応力状態に対しても2個のひずみ原点を仮定し、これを基準にしてクリープ硬化量と応力反転を定義しているため、その多軸応力状態への拡張にはいくつかの難点がある。すなわち、多軸応力状態に対する ORNL の理論は、このような理由から解析的な形に表現することができず、したがってその数理的取扱いが簡単ではない。このほか ORNL の理論では、クリープ変形の進行に伴って上述のひずみ原点を設定するとき、過去のクリープ履歴あるいは応力変化のわずかな違いによって、新しく定められるひずみ原点の位置が不連続に変化し、この結果、一意的な解析結果を与えないことがある。

本論文では、ひずみ硬化理論を一般的多軸応力状態に対して拡張することにより、ORNL の理論のような困難さを持たないクリープ構成式を定式化する。このため、まず単軸クリープの応力反転の際の主要な微視構造の変化として、不動化していた転位の再可動化の効果を考える。このとき、応力反転後のあるひずみ範囲の間は不可逆な転位配列が生じないと仮定し、このようなひずみ範囲を回復可能なクリープ硬化の範囲と名づける。次に多軸応力状態に対して、このような回復可能クリープ硬化範囲をクリープひずみ空間の球によって表現すれば、材料の変形履歴はその中心 a_{ij} と半径 ρ によって規定される。このとき、多軸応力状態に対するクリープ構成式は、これらの変数を用い、古典的なひずみ硬化理論を拡張することによって定式化できる。つづいて本論文では、この理論の妥当性を検討するため、主応力方向が周期的に変動する多軸クリープ変形を、導かれた構成式から計算し、その結果を 650°C での 304 ステンレス鋼薄肉円管に対する実験結果、ならびに ORNL の理論結果と比較する。

2. 構成式の仮定と定式化

2.1 応力符号の反転を伴う単軸クリープの構成式
等方硬化を仮定したひずみ硬化理論は、単軸クリープに対して

$$\dot{\epsilon}^c = f(q, \sigma) \operatorname{sgn}[\sigma] \dots \dots \dots (1)$$

* 昭和56年7月14日 東海支部創立30周年記念講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和56年2月20日。

** 正員、豊橋技術科学大学 (〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1)。

$$\dot{q} = |\dot{\epsilon}^c| \dots \dots \dots (2)$$

と書ける。ここで、 ϵ^c と σ はそれぞれクリープひずみと応力を示し、また (') は時間に関する物質導関数を表す。さらに $\text{sgn}[\]$ は、[] 内の引数の符号を意味する。式 (2) によって規定される硬化変数 q は、応力符号が反転しても、クリープの進行とともに単調に増加し、この結果材料の単調な硬化を表現する。しかし実際には、応力符号が反転すると、すでに述べたように、過渡的に材料の軟化が生じるから、等方便化を仮定したひずみ硬化理論によって、応力反転を伴うクリープを精度よく表現することはできない。これは、式 (2) の硬化変数 q が、応力反転に伴って生じる微視的構造変化の効果を十分表現していないことに起因する。以下では、まずこのような微視的構造変化について簡単に考察するとともに、この変化を硬化変数 q によって表現する方法について議論する。

一般にクリープが進行すると、転位は不動転位の形成、種々の障害物へのたい積、各種の転位構造の形成などにより可動性を失い、材料は硬化する。このような不動化した転位は、応力反転によって可動性を回復する可逆的な部分と、それを回復せず不可逆的な転位構造を形成する部分からなると考えられる。このため、応力符号が反転すると、転位の可逆的な部分の再可動化によって、応力反転後に大きなクリープ速度が生じ、材料の軟化が観察される。このように再可動化した転位は、それまで不動化していた方向とは逆の方向へ運動する。したがって、応力反転後のあるひずみ範囲では、可逆的な転位の不可逆的な転位への移行は、顕著でないとは仮定できる。しかし、再可動化した転位は、応力反転後のクリープの進行とともに再び不動化し、このひずみ範囲を越えると不可逆的な転位構造の形成に寄与するようになる。

いま、材料の過渡的軟化の効果を記述するのに、上述のような可逆的な転位の再配列だけをもたらしひずみ範囲、すなわちクリープ硬化が回復可能なひずみ範囲を考える。図 1(a) のように一定応力 σ_1 によってクリープひずみ ϵ^c が進行する場合、このひずみ範囲は図 1(b) の曲線 OA, OD で囲まれた部分のように変化する。いま、時間 t におけるこの範囲の大きさと中心の座標をそれぞれ $2\rho, \alpha$ とすれば、それは

$$g = (\epsilon^c - \alpha)^2 - \rho^2 \leq 0 \dots \dots \dots (3)$$

と書ける。前述の仮定によれば、転位構造の不可逆的な変化が生じるのは、クリープひずみ ϵ^c が、式 (3) のひずみ範囲の境界上にあつて、しかもその外側に向かって増加するときである。この意味で、式 $g=0$ によって定義されるひずみ境界を、回復可能なクリープ

硬化の境界 (あるいは簡単にクリープ硬化境界) と呼ぶことにする。

次に、時間 t_1 で応力が σ_1 から $-\sigma_2$ へ反転するとする。式 (3) のひずみ範囲では転位構造の不可逆的な変化は生じないと仮定したから、時間 $t_1 \leq t < t_2$ では回復可能なクリープ硬化の境界は変化せず、したがってそれは図 1(b) の直線 AB, DE で与えられる。ここで、 t_2 は、応力反転後クリープひずみが反対側のクリープ硬化境界 E に達したときの時間を示す。つづいて時間 $t \geq t_2$ では、クリープひずみがクリープ硬化境界上にあつて外側に向かって動くから、クリープ硬化境界は図 1(b) の曲線 BC, EF のように変化する。

このように、クリープ硬化が回復可能なひずみ範囲は、クリープひずみがクリープ硬化境界上にあつて外側に向かって動くときだけ大きくなる。したがって、 $\dot{\rho}$ は

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \lambda |\dot{\epsilon}^c| & g=0 \text{ かつ } (\partial g / \partial \epsilon^c) \dot{\epsilon}^c > 0 \dots (4.a) \\ 0 & g < 0 \text{ あるいは } (\partial g / \partial \epsilon^c) \dot{\epsilon}^c \leq 0 \dots (4.b) \end{cases}$$

と書ける。ここで λ は、 ρ の発達を割合を示す材料定数である。さらに、 $g=0$ かつ $(\partial g / \partial \epsilon^c) \dot{\epsilon}^c > 0$ のとき、 $dg=0$ が成立しなければならない。この条件に式 (4.a) を代入すれば、 $\dot{\alpha}$ は次のように求められる。

$$\dot{\alpha} = \begin{cases} (1-\lambda) \dot{\epsilon}^c & g=0 \text{ かつ } (\partial g / \partial \epsilon^c) \dot{\epsilon}^c > 0 \dots (5.a) \\ 0 & g < 0 \text{ あるいは } (\partial g / \partial \epsilon^c) \dot{\epsilon}^c \leq 0 \dots (5.b) \end{cases}$$

つづいて、硬化変数 q の変化について議論する。まず図 1(b) の OA 上では応力反転が生じないから、通常のひずみ硬化理論が成り立つと仮定すれば、式 (2) と (4.a) から

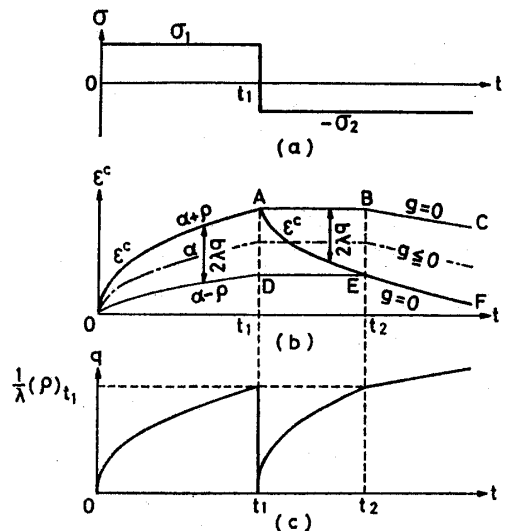


図 1 回復可能なクリープ硬化範囲とクリープ硬化変数の変化

$$q = |\dot{\epsilon}^e| = (1/\lambda)\rho \quad (0 \leq t < t_1) \dots\dots\dots(6 \cdot a)$$

となる。次に、時間 t_1 で応力が σ_1 から $-\sigma_2$ へ反転する場合を考える。いま、応力反転によって再可動化する転位密度が十分に大きく、したがって応力反転直後の $\dot{\epsilon}^e$ は、式 (1) において $q=0$ としたときの $\dot{\epsilon}^e$ によって近似できると仮定する。このとき q は、図 1 (c) に示すように、時間 t_1 で瞬間的に 0 に減少した後、クリープの進行に伴って再び増加する。上で述べたように、時間 $t_1 \leq t < t_2$ では不可逆な転位の再配列は生じないから、図 1 (c) のように $t=t_2$ での硬化状態は応力反転直前の硬化状態に等しくなる。このとき、回復可能なクリープ硬化範囲内での q のこのような増加が、 $\dot{\epsilon}^e$ の変化に比例すると仮定すれば、 q は

$$\begin{aligned} q &= (1/2\lambda)|\dot{\epsilon}^e - (\alpha + \rho)| \\ &= (1/2\lambda)\rho - (1/2\lambda)(\dot{\epsilon}^e - \alpha) \quad (t_1 \leq t < t_2) \end{aligned} \dots\dots\dots(6 \cdot b)$$

と書ける。ここで、式 (3) すなわち $\rho \geq |\dot{\epsilon}^e - \alpha|$ を用いた。最後に、時間範囲 $t \geq t_2$ では、 $\dot{\epsilon}^e$ がクリープ硬化境界上において外側に動く。したがって、 $\dot{\epsilon}^e$ が OA 上にあるときと同様に通常のひずみ硬化理論を仮定すると、 $t \geq t_2$ での q は次のように表される。

$$\begin{aligned} q &= |\dot{\epsilon}^e(t_1)| + |\dot{\epsilon}^e(t) - \dot{\epsilon}^e(t_2)| \\ &= (1/\lambda)\rho \quad (t_2 \leq t) \dots\dots\dots(6 \cdot c) \end{aligned}$$

式 (6 \cdot a)、(6 \cdot b) および (6 \cdot c) は、次のことに注意すれば、一つの式にまとめることができる。すなわ

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \begin{cases} (1/2)|\dot{\epsilon}^e| & g=0 \text{ かつ } (\partial g/\partial \dot{\epsilon}^e)\dot{\epsilon}^e > 0 \\ 0 & g < 0 \text{ あるいは } (\partial g/\partial \dot{\epsilon}^e)\dot{\epsilon}^e \leq 0 \end{cases} \dots\dots\dots(7 \cdot b) \\ \dot{\alpha} &= \begin{cases} (1/2)\dot{\epsilon}^e & g=0 \text{ かつ } (\partial g/\partial \dot{\epsilon}^e)\dot{\epsilon}^e > 0 \\ 0 & g < 0 \text{ あるいは } (\partial g/\partial \dot{\epsilon}^e)\dot{\epsilon}^e \leq 0 \end{cases} \dots\dots\dots(7 \cdot c) \\ g &= (\dot{\epsilon}^e - \alpha)^2 - \rho^2 \dots\dots\dots(7 \cdot d) \end{aligned}$$

上式によって規定される $\alpha + \rho$ と $\alpha - \rho$ は、現在までの $\dot{\epsilon}^e$ の最大値と最小値に等しくなる。いま、 $\dot{\epsilon}^+ = \alpha - \rho$ 、 $\dot{\epsilon}^- = \alpha + \rho$ とおくと、式 (7 \cdot a) は

$$q = \begin{cases} |\dot{\epsilon}^e - \dot{\epsilon}^+| & (\sigma > 0) \\ |\dot{\epsilon}^e - \dot{\epsilon}^-| & (\sigma < 0) \end{cases} \dots\dots\dots(8)$$

となり、式 (7) は ORNL の修正ひずみ硬化理論に一致することがわかる。しかし式 (7) は、2 個のひずみ原点 $\dot{\epsilon}^+$ と $\dot{\epsilon}^-$ を用いることなく解析的な形に表現されていることに注意すべきである。すなわち、2 \cdot 2 節で示すように、式 (3) のクリープ硬化範囲を多軸状態に拡張することにより、ORNL の理論のような難点のない多軸クリープ構成式が定式化できる。

2 \cdot 2 主応力方向の変化を伴う多軸クリープの構成式 2 \cdot 1 節の理論を多軸状態へ拡張するために、最初に式 (3) の回復可能クリープ硬化範囲を多軸状態に対して定義する。2 \cdot 1 節で述べたように、回復可能クリープ硬化範囲は、再可動化した転位の移動によってクリープは進行するが、不可逆的な転位構造は生じない範囲を表す。再可動化した転位は、不動化する以前の運動方向とは逆の方向へ最も動きやすいと考えられるから、多軸状態における回復可能クリープ硬化範囲は、逆負荷の方向のひずみ経路に対して最も大きく、例えば、図 2 の破線のように書くことができる。しかし、このようなクリープ硬化範囲の形を記述することは容易ではない。そこで本論文では、考える負荷履歴を、逆負荷あるいは比例負荷からの偏りが著しくない場合に限り、回復可能クリ

ち、時間 $0 \leq t < t_1$ および $t_2 \leq t$ では、条件 $g=0$ が成り立つと同時に σ と $(\dot{\epsilon}^e - \alpha)$ は同符号である。一方、時間 $t_1 \leq t < t_2$ では、 $\dot{\epsilon}^e$ がひずみ範囲 $g \leq 0$ の中心を通過するまでは σ と $(\dot{\epsilon}^e - \alpha)$ は異符号であり、それ以後においては同符号となる。この結果、式 (6 \cdot a)、(6 \cdot b) および (6 \cdot c) は、次式によって統一的に表現される。

$$q = (1/2\lambda)\rho + (1/2\lambda)\text{sgn}[\sigma(\dot{\epsilon}^e - \alpha)]|\dot{\epsilon}^e - \alpha| \dots\dots\dots(6 \cdot d)$$

式 (6 \cdot d) は、図 1 に示すような引張り後に圧縮を加えるクリープに対して導かれたが、最初に圧縮を与え、その後引張りが作用する場合や、さらにクリープひずみがひずみ範囲 $g \leq 0$ にあるときに応力反転が生じるような一般の場合でも成立する。すなわち、一般に応力反転が生じると q は $(1/\lambda)|\dot{\epsilon}^e - \alpha|$ だけ瞬間的に変化する。なお、このような q の変化は σ と $(\dot{\epsilon}^e - \alpha)$ の符号および $(\dot{\epsilon}^e - \alpha)$ の大きさによって決まるから、式 (1) と (6 \cdot d) によってクリープを記述するとき、ひずみ履歴依存性は $(\dot{\epsilon}^e - \alpha)$ を介して表現される。

以上の構成式において、 $\lambda=0$ とおけば、等方硬化形のクリープひずみ硬化理論、すなわち、式 (1) と (2) が得られる。一方、 $\lambda=1/2$ とおけば、式 (1)、(3) \sim (5) および (6 \cdot d) は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}^e &= f(g, \sigma)\text{sgn}[\sigma] \\ q &= \rho + \text{sgn}[\sigma(\dot{\epsilon}^e - \alpha)]|\dot{\epsilon}^e - \alpha| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7 \cdot a)$$

$$\dots\dots\dots(7 \cdot b)$$

$$\dots\dots\dots(7 \cdot c)$$

$$\dots\dots\dots(7 \cdot d)$$

ブ硬化範囲を、図2の実線で示す中心 α_{ij} , 半径 ρ の球

$$g = (2/3)(\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij})(\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij}) - \rho^2 \leq 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

によって近似する。ここで、 α_{ij} は二階対称の偏差テンソルである。

式(9)によって定義される回復可能クリープ硬化範囲が膨張および移動するのは、クリープひずみ ϵ_{ij}^e が面 $g=0$ (今後、回復可能クリープ硬化面、あるいは簡単にクリープ硬化面と呼ぶ) 上にあって、しかもクリープ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ が外向き法線成分を持つときだけである。したがって、単軸状態において式(4)と(5)で規定される $\dot{\rho}$ と $\dot{\alpha}_{ij}$ は、多軸状態に対して、

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \sqrt{2/3} \lambda \dot{\epsilon}_{ij}^e n_{ij} & g=0 \text{ かつ } (\partial g / \partial \epsilon_{ij}^e) \dot{\epsilon}_{ij}^e > 0 \quad \dots\dots\dots (10.a) \\ 0 & g < 0 \text{ あるいは } (\partial g / \partial \epsilon_{ij}^e) \dot{\epsilon}_{ij}^e \leq 0 \quad \dots\dots\dots (10.b) \end{cases}$$

$$\dot{\alpha}_{ij} = \begin{cases} (1-\lambda) \dot{\epsilon}_{kl}^e n_{kl} n_{ij} & g=0 \text{ かつ } (\partial g / \partial \epsilon_{ij}^e) \dot{\epsilon}_{ij}^e > 0 \quad \dots\dots\dots (11.a) \\ 0 & g < 0 \text{ あるいは } (\partial g / \partial \epsilon_{ij}^e) \dot{\epsilon}_{ij}^e \leq 0 \quad \dots\dots\dots (11.b) \end{cases}$$

と書ける。ここで n_{ij} は

$$n_{ij} = (\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij}) / [(\epsilon_{kl}^e - \alpha_{kl})(\epsilon_{kl}^e - \alpha_{kl})]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

と定義される。特に $g=0$ のとき、 n_{ij} はクリープ硬化面に対する単位外向き法線を示す。なお、クリープひずみ ϵ_{ij}^e がクリープ硬化面上にあり、しかもクリープひずみ速度がその内部に向かわないときには、条件 $dg=0$ が成立しなければならないが、式(10.a)と(11.a)はこの条件を満足する。また、 $\lambda=1/2$ のとき、式(10)~(12)は、繰返し塑性変形の最大塑性ひずみ範囲依存性を表すために、Chabocheら⁽¹¹⁾が塑性ひずみ空間内で規定した発展式に一致する。しかし彼らは、このような発展式を先験的に定義しており、それに対する物理的背景をまったく議論していない。

つづいて、硬化変数 q の変化を規定する。硬化変数 q は、単軸状態では転位の再可動化の効果によって、応力反転とともに0に瞬間的に減少した。多軸状態では、主応力方向の変化とともに活動すべり面が変化するから、このような材料の軟化によっても q は減少する。本理論では、クリープ硬化の方向性がクリープひずみ ϵ_{ij}^e とクリープ硬化面の中心 α_{ij} の差 $(\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij})$ によって表される。したがって、 ϵ_{ij}^e がクリープ硬化面上にあって外側に向かって動くときでさえも、

s_{ij} と $(\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij})$ が非共線であれば q は一定応力状態のもとでのクリープ硬化の値 $(1/\lambda)\rho$ より小さくなる。このような q として、式(6.d)を拡張した形

$$q = (1/2\lambda)\rho + (1/2\lambda)(\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij})s_{ij}/\bar{\sigma}, \quad \bar{\sigma} = [(3/2)s_{ij}s_{ij}]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

を考える。このとき $2\lambda q$ は、図2に示すように、法線方向が $-s_{ij}/\bar{\sigma}$ であるような $g=0$ の接平面とクリープひずみ点 ϵ_{ij}^e の間の距離に等しくなる。

最後に、簡単のためクリープ速度テンソルと偏差応力テンソルの非共軸性を無視し、しかもこれらのテンソル間の共軸性を仮定すれば、式(1)は多軸状態に対して

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = (3/2)f(q, \bar{\sigma})s_{ij}/\bar{\sigma} \quad \dots\dots\dots (14)$$

のように書ける。なお、 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ と s_{ij} の間の非共軸性については、2.3節で議論する。

2.3 理論の二、三の一般化

後出の図4を見ると、応力反転直後のクリープひずみの変化は、初期の材料に対する負荷直後のそれに比べてかなり大きく、また応力反転後のクリープひずみがある程度生じると、クリープ速度は急激に小さくなっている。本節では、応力反転後のこのようなクリープひずみの変化と、非比例負荷のもとでのクリープ速度テンソルと偏差応力テンソルの間の非共軸性が記述できるように、2.2節の理論を拡張する。

応力反転直後、このように大きなクリープ速度が生じる主な原因は、背応力の効果によって擬弾性的なクリープひずみの回復が生じることや、応力反転によって再可動化した転位がその影響を受けることにある。しかしこのような背応力の影響を考慮してクリープ構成式を定式化し、さらにその材料関数と材料定数を限られた校正試験の結果から決定することは、必ずしも容易なことではない。また、たとえこのような構成式を決定することができたとしても、校正試験以外の負

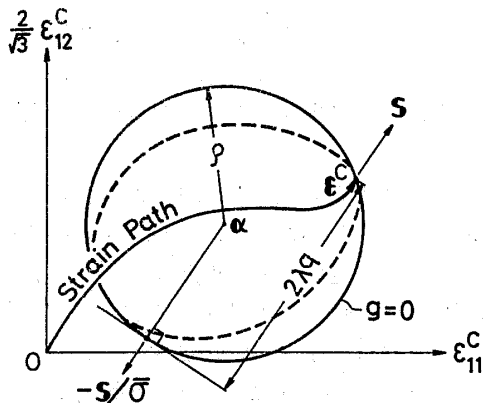


図2 多軸応力状態におけるクリープ硬化面

荷履歴に対するクリープをその構成式によって計算した結果が、実験結果と精度よく一致するとは限らない⁽²⁾。したがってここでは、式(13)における $(\epsilon_{ij}^o - \alpha_{ij})$ の線形性を非線形化することによって、この効果を表現することにする。すなわち、単純変形の場合、このようなクリープひずみの変化に対応する q の変化は、応力反転によって0に減少した後しばらくの間はあまり増加せず、クリープひずみが回復可能クリープ硬化範囲を横断し終わるにつれて急激に増加する傾向を示す。このような q の変化を表す式として、式(13)を非線形化した式

$$q = \frac{\rho}{\lambda} \left(\frac{\mu}{2\rho} \right)^\zeta, \quad \mu = \rho + (\epsilon_{ij}^o - \alpha_{ij}) s_{ij} / \bar{\sigma} \dots (15)$$

が考えられる。ここで $\zeta (\geq 1)$ は材料定数である。クリープひずみ ϵ_{ij}^o がクリープ硬化面上にあり、しかも $(\epsilon_{ij}^o - \alpha_{ij})$ と s_{ij} が共線ならば、上式は $q = (1/\lambda)\rho$ 、 $\mu = 2\rho$ となり、材料定数 ζ の影響はなくなる。したがって、 q に対する $(\epsilon_{ij}^o - \alpha_{ij})$ のこのような非線形性の効果は、応力反転直後あるいは主応力方向の変化直後において最も大きく、その後応力状態が変化しなければしだいに消失する。

次に式(14)では、 $\dot{\epsilon}_{ij}^o$ と s_{ij} の間の共軸性を仮定したが、非比例負荷のもとではこれらのテンソルは一般に非共軸となる。このような非共軸性は、材料のクリープ硬化に対する内部状態を規定するテンソルの主軸と応力テンソルのそれが一致していないために生じる。多軸クリープの試験結果によると、このような非共軸性は主応力を変化した直後に最も大きく、その後しだいに消失する。このことは、内部状態テンソルの主方向が、主応力方向の変化後にしだいに応力テンソルのそれに近づくことを意味する。

この理論では、内部状態の方向性は $(\epsilon_{ij}^o - \alpha_{ij})$ で

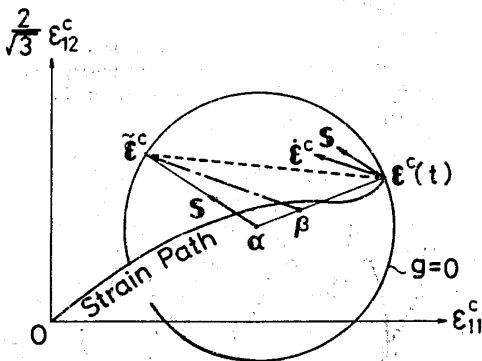


図3 偏差応力テンソルの方向が変化したときのクリープひずみ速度テンソルと偏差応力テンソルの非共軸性

表されるから、上の議論によって、 $\dot{\epsilon}_{ij}^o$ は $(\epsilon_{ij}^o - \alpha_{ij})$ と s_{ij} が共軸となるように生じることになる。 $(\epsilon_{ij}^o - \alpha_{ij})$ と s_{ij} のこのような共軸性が、主応力方向の変化後最も速やかに達成されるのは、内部状態の再配置のためのひずみ範囲である回復可能クリープ硬化範囲を ϵ_{ij}^o が横断し終えた時に、これらのテンソルが共軸となる場合である。すなわち、図3の破線のように、 $\dot{\epsilon}_{ij}^o$ が $\bar{\epsilon}_{ij}^o$ に向けて変化する場合である。ここで、 $\bar{\epsilon}_{ij}^o$ はひずみ硬化面の中心 α_{ij} から見て偏差応力テンソル s_{ij} の方向にあるクリープ硬化面上の点であり、

$$\bar{\epsilon}_{ij}^o = \alpha_{ij} + (3/2)\rho s_{ij} / \bar{\sigma} \dots (16)$$

と表される。この場合、 $\dot{\epsilon}_{ij}^o$ は $(\bar{\epsilon}_{ij}^o - \epsilon_{ij}^o)$ と共線となる。しかし一般には、 $\dot{\epsilon}_{ij}^o$ の方向は、 $(\bar{\epsilon}_{ij}^o - \epsilon_{ij}^o)$ の方向と s_{ij} のその間にあると考えられる。したがって、 s_{ij} と $(\bar{\epsilon}_{ij}^o - \alpha_{ij})$ が共線であることに注意すれば、 $\dot{\epsilon}_{ij}^o$ は $(\bar{\epsilon}_{ij}^o - \beta_{ij})$ と共線となるように規定できる。ここで β_{ij} は、 ϵ_{ij}^o と α_{ij} の適当な内分点である。この結果、式(14)は

$$\dot{\epsilon}_{ij}^o = \sqrt{3/2} f(q, \bar{\sigma}) (\bar{\epsilon}_{ij}^o - \beta_{ij}) / [(\epsilon_{ki}^o - \beta_{ki}) (\epsilon_{ki}^o - \beta_{ki})]^{1/2} \dots (17)$$

と一般化できる。主応力方向の変化後、応力状態が変化しなければ、 $\dot{\epsilon}_{ij}^o$ と s_{ij} の間の非共軸性はしだいに消失するから、このとき内分点 β_{ij} も点 α_{ij} に近づかなければならない。このような β_{ij} は

$$\beta_{ij} = \alpha_{ij} + \xi \left(1 - \frac{q}{\rho/\lambda} \right) (\epsilon_{ij}^o - \alpha_{ij}) \dots (18)$$

と書ける。ここで、 ξ は主応力方向変化後の非共軸性の大きさを表す材料定数である。

3. 実験結果との比較および検討

式(7)で与えられる本理論の特別な場合は、単純応力状態のもとではORNLの修正ひずみ硬化理論に一致する。しかし、ORNLの理論は、多軸応力状態においてはすでに述べたようないくつかの不完全さを持つ。以下においては、2章の理論により主応力方向の変動を伴う多軸クリープを解析し、その結果をORNLの理論による結果ならびに650°Cでねじりと引張応力を受ける304ステンレス鋼薄肉円管に対する実験結果⁽³⁾と比較することにより、本理論の特性と妥当性を検討する。

解析に用いた構成式は、式(1)と(2)のひずみ硬化理論、 $\lambda = 1/2$ に対する式(9)~(14)の異方硬化理論、ならびにこのような異方硬化理論に式(15)と(17)を考慮した理論の三とおりであり、次のようにまとめられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^e &= (3/2)mA^{1/m}q^{(m-1)/m}\bar{\sigma}^{(n-m)/m}s_{ij} \\ q &= \int_0^t [(2/3)\dot{\epsilon}_{ij}^e \dot{\epsilon}_{ij}^e]^{1/2} dt \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(ひずみ} \\ \text{硬化理論)} \end{array} \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^e &= (3/2)mA^{1/m}q^{(m-1)/m}\bar{\sigma}^{(n-m)/m}s_{ij} \\ q &= \rho + (\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij})s_{ij}/\bar{\sigma} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(異方硬化} \\ \text{理論 A)} \end{array} \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^e &= \sqrt{3/2}mA^{1/m}q^{(m-1)/m}\bar{\sigma}^{n/m}F_{ij}/(F_{kl}F_{kl})^{1/2} \\ q &= 2\rho[1/2 + (\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij})s_{ij}/(2\rho\bar{\sigma})]^\zeta \\ F_{ij} &= (3/2)\rho s_{ij}/\bar{\sigma} - \xi[1 - q/(2\rho)](\epsilon_{ij}^e - \alpha_{ij}) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(異方硬化理論 B)} \end{array} \dots\dots\dots(21)$$

式 (20) と (21) における ρ と α_{ij} は、式 (10) と (11) において $\lambda=1/2$ とした式によって規定される。なお、以上の 3 種類の理論は、一定応力単軸引張りクリープに対して、次式

$$\epsilon^e = At^m \sigma^n \quad \dots\dots\dots(22)$$

に帰着する。これらの構成式に現れる材料定数は、式 (19) と (20) では A, m, n の 3 個、式 (21) ではこれらに ζ と ξ を加えた 5 個であり、次の値を用いた。

$$\left. \begin{aligned} A &= 3.1 \times 10^{-10} (\text{h})^{-0.54} (\text{MPa})^{-7.2} \\ m &= 0.54, \quad n = 7.2, \quad \zeta = 2.1, \quad \xi = 0.25 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここで、 A, m, n は、 $\sqrt{3}\sigma_{12} = 117.7, 137.3, 156.9$ MPa {12.0, 14.0, 16.0 kgf/mm²} のもとでの一定ねじり応力試験の結果によって定められ⁽³⁾、また ζ は図 4 に示す応力反転試験における応力反転後のクリープ曲線が記述されるように決定し、さらに、 ξ の値は図 6 の主応力方向変化試験における $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ と s_{ij} の非共軸性が表されるように求めた。

3.1 ORNL の理論に対する検討 本理論の妥当性を議論するまえに、多軸応力状態における ORNL の理論の妥当性について検討する。すでに述べたように、この理論は解析的な形に表現されておらず、その数学的取扱いがめんどうなだけでなく、一意的な

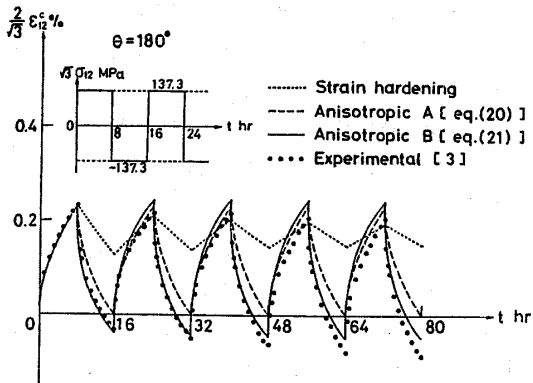
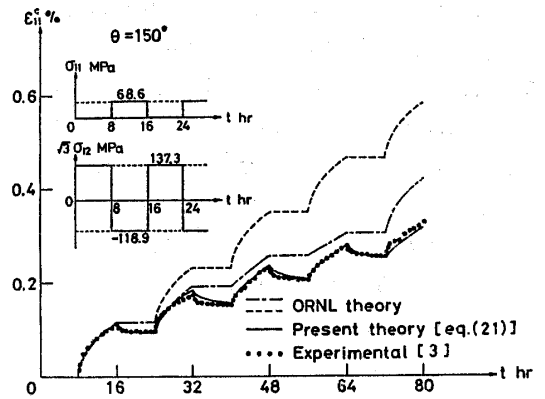


図 4 繰返しねじり負荷のもとでのクリープひずみの変化 ($\theta=180^\circ$)

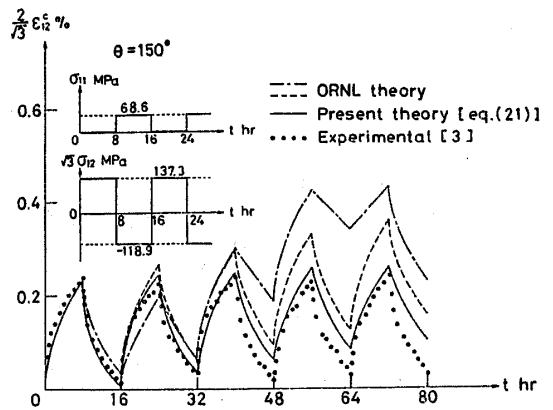
解析結果を与えないことがある。図 5 (a), (b) は、ORNL の理論によって、図中に示す $\theta=150^\circ$ の繰返し多軸負荷のもとでの引張りクリープひずみ ϵ_{11}^e とねじりクリープひずみ ϵ_{12}^e を計算した結果および対応する実験結果を示す。ここで、 θ は、応力方向の変動量を表す角度であり、二つの偏差応力状態 s_{ij}, s_{ij}^* に対して、次のように定義される。

$$\cos \theta = s_{ij}s_{ij}^*/(s_{kl}s_{kl}s_{mn}^*s_{mn}^*)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(24)$$

図 5 (a), (b) 中の一点鎖線は、図の応力履歴に忠実に従って計算した ORNL 理論の結果であり、一方破線は、各回の応力繰返し間隔を 8 時間から任意の微小時間、 Δt ずつ繰返し数とともに増加させて計算した結果である。後者はまた、応力値が 137.3 MPa から半周期ごとにわずかな増加する場合にも対応する。両者における負荷履歴の差は、極めてわずかであるから、一点鎖線と破線には本来区別できるような差はあり得ない。しかし一点鎖線と破線は、図からわかるように、明らかな違いを示す。このほか、これらの結果は繰返し数の増加とともに実験結果とくい違いを示すが、その大きさは同図中実線で記した本理論の式(21)の結



(a) 軸方向クリープひずみ



(b) ねじりクリープひずみ

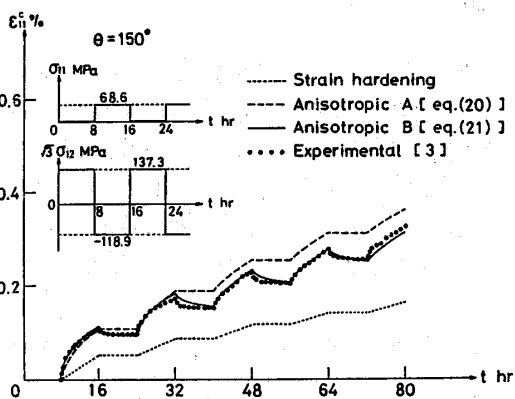
図 5 多軸繰返し負荷に対する ORNL 理論の計算結果 ($\theta=150^\circ$)

果と実験結果との差に比べて著しい。

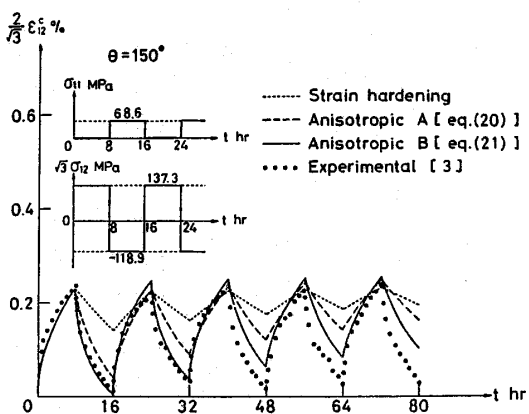
3.2 本理論の結果と実験結果との比較 まず、図 6 (a), (b) は、図 5 (a), (b) と同じ負荷履歴に対する本理論の結果を示す。図中の破線と実線は、それぞれ式 (20) と (21) による結果であり、また点線は式 (19) のひずみ硬化理論による結果を示す。

最初に、式 (21) の結果 (実線) について検討する。図 6 (a) は繰返しによる軸方向の累積ひずみ ϵ_{11}° の変化を示す。実線は精度よく実験結果を記述することがわかる。一方、図 6 (b) の繰返しねじりひずみ成分 ϵ_{12}° については、実線は最初の 2 周期間は実験結果を精度よく表すが、その後実験結果ほどに大きな振幅を示さなくなる。これは、 $(\epsilon_{ij}^\circ - \alpha_{ij})$ と s_{ij} が応力状態の変化後においてなす角度が、サイクル数の増加とともに小さくなり、このため応力状態の変化に伴う q の減少量がしだいに小さくなるからである。

次に、式 (20) による異方硬化理論の結果 (破線) は、図 6 (a) に示す引張応力 0 のもとでの軸方向クリープひずみの回復を十分表現し得ない。これは、この



(a) 軸方向クリープひずみ



(b) ねじりクリープひずみ

図 6 多軸繰返し負荷のもとでの軸方向およびねじりクリープひずみの変化 ($\theta=150^\circ$)

式では ϵ_{ij}° と s_{ij} の間の非共軸性が無視されていることに起因する。一方、ねじりクリープひずみの変化については、この理論によるその振幅は、式 (21) のそれよりも小さくなっているが、これは式 (20) では q に対する $(\epsilon_{ij}^\circ - \alpha_{ij})$ の非共線性が考慮されていないからである。このように式 (20) は、必ずしも実験結果を精度よく記述しない。しかし、式 (20) に含まれる材料定数はすべて一定引張りあるいは一定ねじり応力試験によって決定でき、しかも、ORNL の理論のような難点を持たない。したがって、このような簡易さと解析結果の安定性を考えれば、式 (20) は工学的クリープ解析に対する有用な構成式であるといえる。

図 6 (a), (b) の点線で示されるひずみ硬化理論は、軸方向クリープひずみに対しては実験結果の半分程度を、一方ねじりクリープひずみに対しては実験結果の 1/3~1/5 程度のひずみ振幅を見積もるにすぎず、応力反転のある問題には適用できないことがわかる。

さらに図 7 は、 $\theta=30^\circ$ に対する同様な結果を示す。この図から、 $\theta=30^\circ$ の場合には、式 (19), (20) および (21) による計算結果には実質的な差がなく、それらのいずれによってクリープひずみを見積もっても、大きく実験結果と異なることがわかる。

4. 結 言

本論文では、回復可能なクリープ硬化範囲を考慮し、非定常多軸クリープの新しい構成式を定式化した。単純応力状態における最も簡単な場合、この理論は ORNL の修正ひずみ硬化理論に一致する。

つづいて、主応力方向の変化する引張り-ねじり組

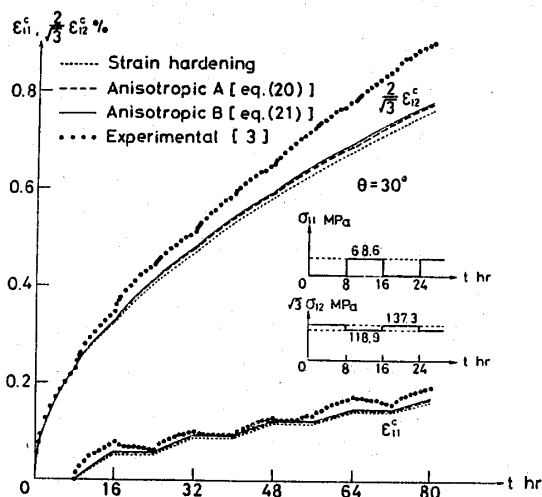


図 7 多軸繰返し負荷のもとでの軸方向およびねじりクリープひずみの変化 ($\theta=30^\circ$)

合せクリープを解析し、650°Cでの304ステンレス鋼に対する実験結果と比較することにより、本理論の妥当性と有用性を検討した。ORNLの理論は、数学的取扱いが複雑であるだけでなく、一意的でない解析結果を与える。しかし、ここで提案したクリープ構成式(9)~(18),あるいは式(20), (21)は、このような不完全さを持たないだけでなく、一般の多軸応力状態に対するクリープ挙動をORNL理論よりも精度よく記述しうることがわかった。特に、構成式(20)の場合、ORNLの理論と同じく、材料定数はすべて通常の一定応力単軸引張りクリープデータから与えられるから、実用非弾性構造解析用クリープ構成式として有用であると考えられる。

最後に、この研究にあたり貴重な実験結果のご提供とゆき届いたご検討を賜った名古屋大学工学部 大橋義夫教授に深く感謝する。

文 献

- (1) Corum, J.M., ほか4名, ORNL-5014, (1974). Oak Ridge Nat. Lab.
- (2) 村上・ほか2名, 機講論, No. 813-1 (昭56-3), 24.
- (3) 大橋・ほか2名, 文献(2)の21ページ.
- (4) 大南・ほか2名, 材料, 18-186 (昭44), 226.
- (5) Blass, J.J. and Findley, W.N., *Trans. ASME, Ser. E*, 38-2 (1971), 489.
- (6) Gittus, J.H., *Trans. ASME, Ser. H*, 98-1 (1976), 52.
- (7) Krieg, R.D., ほか2名 (Chang, T.Y. and Krempl, E., 編), *Inelastic Behavior of Pressure Vessel and Piping Components*, PVP-PB-028 (1978), 15, ASME.
- (8) Malinin, N.N. and Khadjinsky, G.M., *Int. J. Mech. Sci.*, 14-4 (1972), 235.
- (9) Chaboche, J.L., *Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Tech.*, 25-1 (1977), 33.
- (10) Miller, A., *Trans. ASME, Ser. H*, 98-2 (1976), 97, 106.
- (11) Chaboche, J.L., ほか2名 (Jaeger, T.A. and Boley, B.A. 編), *Trans. 5th Int. Conf. Struct. Mech. React. Tech.*, Paper No. L 11/3 (1979), North-Holland.

討 論

〔質問〕 浜中 順一

(石川島播磨重工業会社技術研究所)

金属材料の一般負荷条件下でのクリープ挙動を記述し得る実用的な構成方程式を提案されたことに敬意を表す。

(1) 式(4・a)のパラメータ λ の決定法、すなわち、どのような基本的実験データから決定すればよいかをご教示願いたい。

(2) λ が1/2以外の場合でも応力反転直後は $q=0$ としているが、 $\lambda < 1/2$ ではある程度の不可逆な転位構造を形成しているため反転直後も、 $q=0$ ではなく硬化を示すのではないか。もしそうだとすると λ は反転直後のクリープひずみ速度から決定すべきであり、式(15)の $\dot{\epsilon}$ は反転後のクリープひずみ速度の変化率から決定すべきであると考えられるがいかがか。

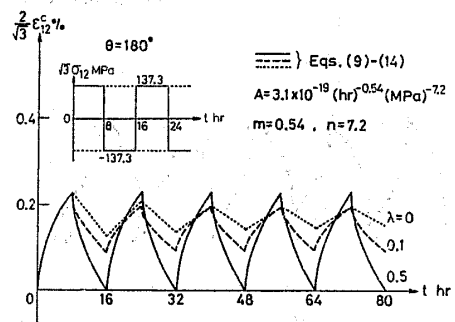
(3) 本理論では除荷時のクリープ回復現象、荷重漸減時の逆遷移クリープ現象などを表すことができるか。

〔回答〕 (1) 応力反転クリープ($\theta=180^\circ$)における λ の効果を付図1に示す。この図から λ は材料の等方的な硬化の程度を表すことがわかる。したがって、応力反転後のクリープひずみの変化が初期負荷後のそれより小さく現れる場合には、 λ の値はこのようなクリープひずみの変化が表されるように決定すればよいことになる。しかし実際には、3章と同じく、

$\lambda=1/2$ において差し支えないと考えている。

(2) ご指摘のとおりであると思うが、本研究では理論の簡単化のため、 $\lambda < 1/2$ の場合にも応力反転直後 $q=0$ とした。しかし、回答(1)に述べたように、これによって材料の等方的な硬化が表現できなくなるわけではなく、したがって不都合はないと考えている。

次に、ご指摘の場合の λ と $\dot{\epsilon}$ の決定についてお答えする。 λ と $\dot{\epsilon}$ は、それぞれ回復可能クリープ硬化範囲の大きさおよび背応力の効果を表現する材料定数である。両者はともに、応力反転直後、およびその後のあるひずみ範囲においてクリープひずみ速度の増加をもたらすから、 λ と $\dot{\epsilon}$ をご指摘のように分離して決定することはできないと思われる。なお、応力反転後のクリープひずみの変化が初期負荷後のそれより小さい場



付図1 応力反転クリープにおける λ の効果

合には $\zeta=1$, $\lambda < 1/2$ とし, 一方, 図4のように前者が後者より大きい場合には $\zeta > 1$, $\lambda = 1/2$ と規定すればよいと考えている。

(3) 現在の形のままで, 本理論はご指摘のような現象を記述することはできない. 本論文においてこれらの現象を無視したのは, このためのクリープひずみの変化はそれほど大きくなく, したがって, 実用的には無視し得ると考えたからである. なお, 本理論の式(9)~(14)における偏差応力 s_{ij} を有効応力 $s_{ij} - \eta_{ij}$ (η_{ij} : 背応力) で置き換えるか, あるいはクリープひずみの一部として擬弾性ひずみを考えれば, ご指摘のような現象も記述できると考えている.

〔質問〕 宮川 松 男 (東京大学工学部)

(1) 単軸引張りクリープ試験から求めた定数を用いて, 単軸引張りの後にねじりをうける場合に, この理論を適用したときの精度は, 薄肉円筒のねじり試験から求めた定数を用いた場合とどの程度異なるか.

(2) 軸圧縮を受ける柱状材のねじれ変形へのポストバックリング挙動を取扱うときに貴理論の適用はいかがか.

〔回答〕 (1) 引張り負荷後にねじり負荷をうける場合, 材料は過渡的に軟化する⁽³⁾⁽⁵⁾. このとき, 式(13)あるいは(15)の硬化変数 q は, それぞれ $1/2$, $(1/2)^2$ に減少するから, 本理論はこのような現象を表現する. 実際に本理論を文献(3)の $\theta=90^\circ$ の場合に適用したところ, 荷重変動直後を除けば(図7の $\theta=30^\circ$ 参照), ほぼ実験結果を記述できることを確かめている. なお, 材料定数の決定のための較正試験

を, 引張試験とねじり試験のどちらで行うかは, いわゆる相当応力および相当クリープひずみの規定の問題であると思う. 本論文では, これらをミーゼス形に選んだが, 600°C ⁽³⁾, 593°C (付1)での304ステンレス鋼に対してはこの妥当性は確かめられている.

(2) クリープ座屈に関する最近の研究によると, クリープ変形は系の瞬間的な分岐および不安定には直接的な寄与をするものではないことが明らかにされている(付2). ただ, 系に初期不完全性がある場合には, クリープは準静的な座屈前変形を引き起こし, これによって瞬間的(弾塑性)座屈を促進するにすぎない. ご質問のように, 軸圧縮を受ける柱状材のねじれ変形への座屈の場合, 初期不完全性に基づく座屈前クリープ変形過程では応力成分の比は大きく変化しないから, クリープ構成式の違いが柱のポストバックリング挙動に与える影響は大きくないと思われる. しかし, 系が不安定なポストバックリングを示し, その後荷重が一定に保たれる場合には, 材料ははじめ圧縮応力を受け, その後さらにねじり応力を受けることになる. このような場合, 回答(1)でも述べたように, 材料は過渡的軟化を示す. 古典的なクリープ理論とは異なり, 本理論はこの効果も表現しているので, このような座屈後クリープ挙動を, 従来のクリープ理論よりも, 適切に記述することができる.

(付1) Mark, R. and Findley, W. N., *Trans. ASME, Ser. E*, 45-4 (1978), 773.

(付2) Obrecht, H., *Int. J. Solids Struct.*, 13-4 (1977), 337.