

き裂進展抵抗曲線(J_I - R 曲線)に関する考察*

小栗久和**, 本間寛臣***

A Comment on J_I - R Curve Characterizing Stable Crack Growth

by Hisakazu OGURI and Hiroomi HOMMA

Stable crack growth experiments for SM 50 A steel and 2017-T 3 aluminum were carried out to obtain J_I - R curves under crack-line wedge loading and 3-point bending. J -integral value, which was computed by use of the formula for a growing crack recommended by ASTM, increased at different rates with the crack growth amount under both type loadings while the values at initiation equaled. Finite element analysis was made for the stable crack growth measured by the experiment to compute the J -integral value at the growing crack tip. In elasto-plastic materials, elastically unloaded region is left behind the growing crack tip. This region lets J -integral lose the path independency. J -integral value at growing crack tip was computed from the integration of J along the specimen outer contour and correction for the unloaded region. The computation results showed that the J -integral value at the crack tip was almost invariable while the crack grew and was independent of the loading type.

Key Words: Fracture, J -integral, Stable Crack Growth, J_I - R Curve

1. 緒言

ASTM(米国材料試験協会)⁽¹⁾は、低・中強度材料の安定き裂成長に対する抵抗特性を、Rice⁽²⁾が提案した J 積分を用いて表示するための試験規格を定めようとしている。線形弾性体および非線形弾性体に対して定義された J 積分は、き裂先端に流入するエネルギーあるいはひずみエネルギー解放率というエネルギー平衡に基づく物理量を表すのに対して、弾塑性材料においては、単にき裂先端の応力・ひずみ場を特徴づけるパラメータと解釈される⁽³⁾。弾塑性材料に対しても、エネルギー平衡に基づくひずみエネルギー解放率という明確な物理的意味を有するパラメータとして \bar{J} 積分⁽⁴⁾・ J_{ext} 積分⁽⁵⁾などが提案されているが、工学的な観点から計測可能な J 積分を、延性材料の安定き裂成長過程を表示するパラメータとして用いようとするのが ASTM の思想と思われる。したがって、この場合に J 積分を安定き裂先端の応力・ひずみ場を特徴づけるパラメータ⁽⁶⁾としてとらえるべきであると考えられる。ASTM⁽¹⁾

は材料中を進展中のき裂に対して、荷重・荷重点変位曲線から J 積分を算定し、き裂進展抵抗曲線 (J_I - R - Δa) を評価する手法を規格化しようとしているが、この J 積分の算定はあくまでも非線形弾性体に基づくものであり、弾塑性材料に対するものではない。すなわち、弾塑性材料においては安定き裂先端後方に必ず、塑性変形状態から弾性的に除荷された領域 (Wake region) が存在し、荷重・荷重点変位曲線よりポテンシャルエネルギーのき裂長さに関する変化率として求められる J 積分値が、必ずしもき裂先端の J 積分値と一致しない。

そこで本研究では、2種類の材料に対し安定き裂成長過程を観察するとともに、有限要素法を用いてき裂成長過程を解析し、成長き裂先端の J 積分値を、除荷領域を考慮するとともに、その他の領域は比例負荷の条件が成立していることを暗黙のうちに仮定して求め、これより J_I - R 曲線について考察を加えた。

2. 安定き裂進展実験

2.1 材料および試験片 実験に供した材料は、溶接用構造鋼 SM 50 A と高力アルミニウム合金 A 2017-T 3 である。それぞれの材料の機械的性質を表 1 に示す。試験片はき裂線くさび荷重 (CLWL) 試験片

* 昭和 59 年 11 月 29 日 第 929 回講演会において講演、原稿受付 昭和 59 年 5 月 30 日。

** 准員、岐阜工業高等専門学校(〒501-04 岐阜県本巣郡真正町上真桑)。

*** 正員、豊橋技術科学大学(〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1)。

と3点曲げ試験片で、それぞれの試験片形状および寸法を図1(a), (b)に示す。なお、試験片は繰返し負荷により5mm程度の疲労予き裂を導入したのち実験に供した。

2.2 実験方法 実験は図2(a), (b)に示すような装置により行った。CLWL試験片に対しては、油圧ジャッキによりき裂線に垂直にくさびを打ち込み、き裂を進展させた。負荷荷重 P は図2(a)に示すように、くさびを囲むように弾性変形している試験片上にはり付けたひずみゲージによりひずみ量を測定し、これより応力分布を求め、これをひずみゲージをはり付けた線上にわたって積分することにより算出した。き裂進展量 Δa は、試験片の片側の表面にて低倍率の拡大鏡により測定した。また荷重点におけるき裂開口変位 δ は、荷重点をはさんだ位置の開口量を測定しその内挿値をとった。

3点曲げ試験片に対しては、材料試験機のアクチュエータを上昇させ曲げモーメントを加えることによりき裂を進展させた。負荷荷重 P は、試験機のロードセ

ルにより検出された値をとった。き裂進展量 Δa は、試験片両表面にて拡大鏡により測定した。また荷重点変位 δ はアクチュエータの変位をとり、き裂開口変位はクリップゲージにより測定した。

いずれも負荷方法は変位制御である。この実験より荷重・荷重点変位 P - δ 曲線、き裂進展量 Δa とき裂開口変位の関係およびき裂進展抵抗 J_I - R 曲線を得た。

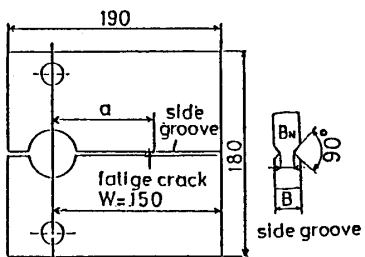
2.3 実験結果 本実験によって得られた J_I - R 曲線の一例を図3に示す。SM50Aに対してそれぞれの負荷形式によって得られた J_I - R 曲線を示したものである。なお、図3中のBSは3点曲げ試験片である。図3より、き裂発生点における J 積分値は両者ともほぼ一致しているが、き裂が進展するにつれ3点曲げ試験片のほうが高い値となっている。A2017-T3に対しても同様な結果が得られた。このことから、 J_I - R 曲線は材料に特有な曲線とはみなしがたいことが分かる。

3. 進展き裂先端における J 積分値の評価

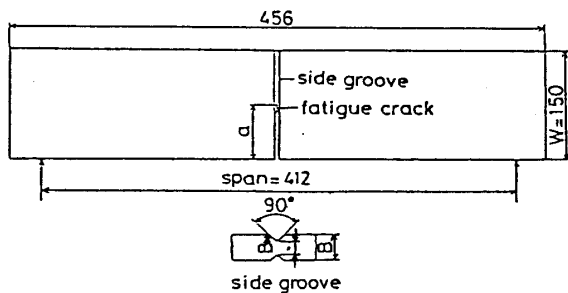
工学的な見地から、弾塑性材料の静止き裂に対して、 J 積分の積分径路独立性が近似的に成立することを示した有限要素法の結果⁽⁷⁾ならびに、進展き裂先端における応力・ひずみ場が J 積分に支配されているという Shih⁽⁶⁾の結果をもとに、ここでは弾性除荷領域を後方に残しながら進展するき裂に対して、その先端に

表 1 供試材の機械的性質

Material	σ_y (MPa)	σ_t (MPa)	Elong. (%)	E (GPa)
SM50A	419	516	30	206.3
A2017	290	456	21.5	71.2

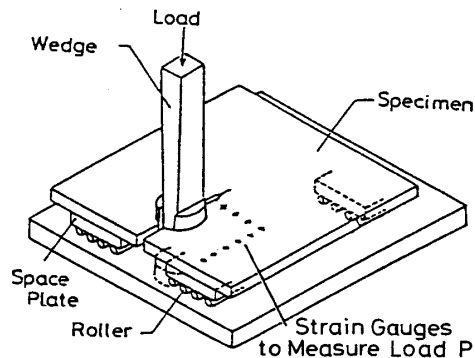


(a) CLWL 試験片

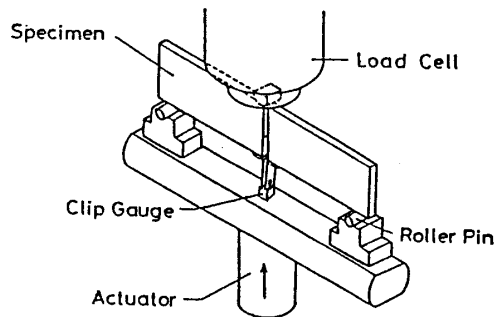


(b) 3点曲げ試験片

図 1



(a) CLWL 試験片実験装置



(b) 3点曲げ試験片実験装置

図 2

における J 積分の評価を行う。静止き裂と異なり、弾性除荷領域の存在のため積分経路独立性は完全に成立しない。図4に示すようなき裂について、き裂下面から、き裂と除荷領域を囲むようき裂先端より十分遠くを通り、き裂上面に至る径路を Γ_1 、き裂面に沿って始点に戻る径路を Γ_2 とする。ここで、点 O より Γ_1 に沿って進み点 O' に至り、さらに Γ_2 に沿って進み再び点 O に戻る閉じた径路を考え、この径路に囲まれる面を A とすればガウスの発散定理より、

$$\int_{\Gamma_1+\Gamma_2} (W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds) = \iint_A \left\{ \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right\} dx dy \quad \dots\dots (1)$$

となる。ここで、 W は物体のひずみエネルギー密度、 T_i は表面力ベクトル、 u_i は変位ベクトル、 ds は径路上の線素である。式(1)の線積分を径路ごとに分解し、 Γ_1, Γ_2 に沿う線積分をそれぞれ $J_{\Gamma_1}, J_{\Gamma_2}$ とすれば、

$$J_{\Gamma_1} - J_{\Gamma_2} = \iint_A \left\{ \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right\} dx dy \quad \dots\dots\dots (2)$$

となるが、右辺の面積分は比例負荷の条件が満足されている領域で零となり、それ以外すなわち除荷領域で値をもつからこれを $J_{unloaded}$ とする。また J_{Γ_1} は積分路をき裂先端から十分遠くにとった J 積分値であり、これを J_{remote} とする。 J_{Γ_2} はき裂面に沿った積分であるが、 $T_i=0, dy=0$ となりき裂先端のみで値をもつことになる。これを $-J_{crack tip}$ とすれば式(2)は、

$$J_{crack tip} = J_{remote} - J_{unloaded} \quad \dots\dots\dots (3)$$

と表すことができる。ところで、塑性状態にある物体が弾性除荷されたとき、その物体のひずみエネルギー密度は単軸状態の場合、図5の面積 W_u で表される。平面応力状態においては、式(4)で表される。

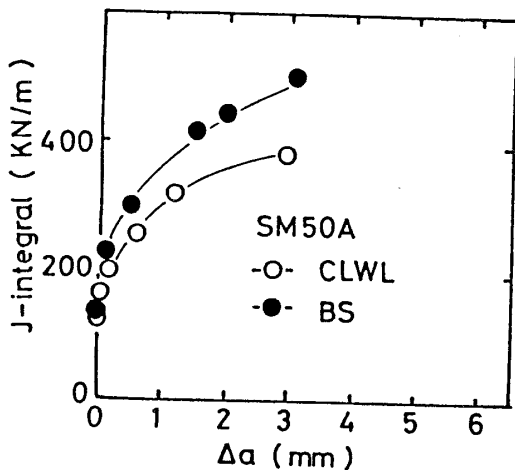


図3 負荷形式による J_I - R 曲線の比較

$$W_u = \int_0^{\epsilon_x^*} \sigma_x d\epsilon_x + \int_0^{\epsilon_y^*} \sigma_y d\epsilon_y + \int_0^{\gamma_{xy}^*} \tau_{xy} d\gamma_{xy} - \frac{1}{2} \left\{ 2\sigma_x^* - \frac{E}{1-\nu^2} (\Delta\epsilon_x + \nu\Delta\epsilon_y) \right\} \Delta\epsilon_x - \frac{1}{2} \left\{ 2\sigma_y^* - \frac{E}{1-\nu^2} (\nu\Delta\epsilon_x + \Delta\epsilon_y) \right\} \Delta\epsilon_y - \frac{1}{2} \left\{ 2\tau_{xy}^* - \frac{E}{2(1+\nu)} \Delta\gamma_{xy} \right\} \Delta\gamma_{xy} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\epsilon_x^*, \epsilon_y^*, \gamma_{xy}^*$ および $\sigma_x^*, \sigma_y^*, \tau_{xy}^*$ は除荷直前のひずみおよび応力成分、 E はヤング係数、 ν はポアソン比、 $\Delta\epsilon_x, \Delta\epsilon_y, \Delta\gamma_{xy}$ は除荷ひずみ量である。したがって $J_{unloaded}$ はこれらの諸量を用いて次式で表される。

$$J_{unloaded} = \iint_{A_u} \left[\frac{\partial W_u}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right] dx dy = \iint_{A_u} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_0^{\epsilon_x^*} \sigma_x d\epsilon_x + \int_0^{\epsilon_y^*} \sigma_y d\epsilon_y + \int_0^{\gamma_{xy}^*} \tau_{xy} d\gamma_{xy} - \frac{1}{2} \left[2\sigma_x^* - \frac{E}{1-\nu^2} (\Delta\epsilon_x + \nu\Delta\epsilon_y) \right] \Delta\epsilon_x - \frac{1}{2} \left[2\sigma_y^* - \frac{E}{1-\nu^2} (\nu\Delta\epsilon_x + \Delta\epsilon_y) \right] \Delta\epsilon_y - \frac{1}{2} \left[2\tau_{xy}^* - \frac{E}{2(1+\nu)} \Delta\gamma_{xy} \right] \Delta\gamma_{xy} \right\} - \sigma_x^* \frac{\partial \epsilon_x^*}{\partial x} - \sigma_y^* \frac{\partial \epsilon_y^*}{\partial x} - \tau_{xy}^* \frac{\partial \gamma_{xy}^*}{\partial x} \right] dx dy \quad \dots\dots\dots (5)$$

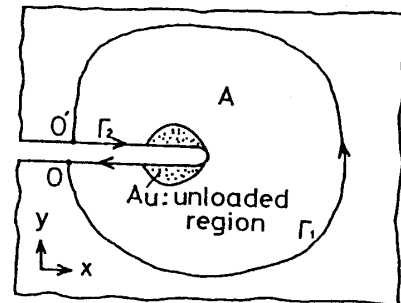


図4 き裂先端後方に除荷領域が存在する物体

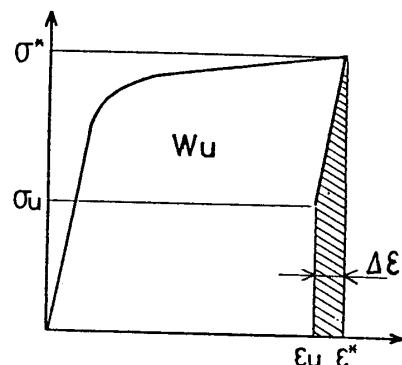


図5 除荷によるひずみエネルギー密度の変化

式(5)において, $\sigma_x^u, \sigma_y^u, \tau_{xy}^u$ および $\epsilon_x^u, \epsilon_y^u, \gamma_{xy}^u$ は除荷された時の応力およびひずみ成分である。 W_u は式(4)に示すように, 除荷される直前のひずみエネルギー密度から除荷によって失われたひずみエネルギー密度を差引いたもので, これらを W, W' とすれば,

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_u}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x}(W - W') \\ &= \frac{\partial W}{\partial \epsilon_x^*} \frac{\partial \epsilon_x^*}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial \epsilon_y^*} \frac{\partial \epsilon_y^*}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial \gamma_{xy}^*} \frac{\partial \gamma_{xy}^*}{\partial x} \\ &\quad - \frac{\partial W}{\partial \epsilon_x^u} \frac{\partial \epsilon_x^u}{\partial x} - \frac{\partial W}{\partial \epsilon_y^u} \frac{\partial \epsilon_y^u}{\partial x} - \frac{\partial W}{\partial \gamma_{xy}^u} \frac{\partial \gamma_{xy}^u}{\partial x} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(6)$$

と書ける。この関係を用いて式(5)を計算すると,

$$\begin{aligned} J_{\text{unloaded}} &= \iint_{A_u} \left(\sigma_x^* \frac{\partial \epsilon_x^*}{\partial x} + \sigma_y^* \frac{\partial \epsilon_y^*}{\partial x} + \tau_{xy}^* \frac{\partial \gamma_{xy}^*}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. - \Delta \epsilon_x^u \frac{\partial \sigma_x^u}{\partial x} - \Delta \epsilon_y^u \frac{\partial \sigma_y^u}{\partial x} - \Delta \gamma_{xy}^u \frac{\partial \tau_{xy}^u}{\partial x} \right) dx dy \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(7)$$

となる。

4. 解析結果の検討

8 節点のアイソパラメトリック要素を用いた有限要素法により, 3 章の安定き裂成長実験の解析を行った。本解析では塑性変形理論としてひずみ増分理論を用い, き裂開口変位を荷入力として与え, 実験より得られたき裂開口変位とき裂進展量の関係に基づき, 一要素分(本解析では 1 mm)ごとき裂進展量に対する変位となった時に, き裂先端の節点変位の拘束を解除し節点力を 5 段階で解放することにより, き裂の進展をシミュレートした。

実験に対するシミュレーションの良否は P - δ 曲線により判断した。図 6 に両者の P - δ 曲線を比較した

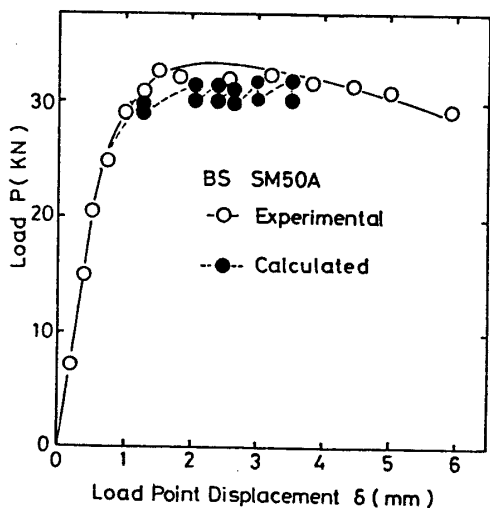


図 6 実験と解析による P - δ 曲線の比較

一例を示す。全般に両者はよく一致した。図 7 は実験と解析による J_I - R 曲線を比較した一例である。両者の間に大きな差が生じているが, 図 6 は ASTM⁽¹⁾の推奨式により評価しているのに対し, 図 7 は定義どおり径路積分により評価しているためと思われる。実験と同様解析においても, J_I - R 曲線の荷形式依存性が顕著である。

図 8 にき裂進展量 Δa に対する $J_{\text{crack tip}}$ を式(3)を用いて評価した結果を示す。き裂進展が離散的であるため, P - δ 曲線同様のこ刃状に変化しているが, いずれの荷形式においても $J_{\text{crack tip}}$ がほぼ一定の値に達した時点でき裂が進展しており, 荷形式による差は小さい。A 2017-T 3 においても同様な傾向がみられた。荷形式によって J_{remote} の値が異なっているにもかかわらず, $J_{\text{crack tip}}$ がほぼおなじ値となっているのは, 安定成長中のき裂において, 先端における J 積分値は一定であり, 先端近傍の応力・ひずみ場がある一定の条件を満足した時安定き裂が成長していることを示している。これは, 一般に安定き裂進展中に微視的破壊機構が明確に遷移することがないという事実および高橋⁽⁹⁾らのき裂先端近傍で吸収される塑性仕事が一一定であるという事実に対比するものである。

これより, われわれが弾塑性材料を用いて実験で測定する J_I - R 曲線の上昇は, 除荷領域に吸収されるエネルギーがき裂の進展に伴って増加するためと解釈される。

5. 結 言

き裂進展に伴ってき裂先端後方に生じる弾性除荷領域に吸収されるエネルギーを考慮することにより, 進展中のき裂先端の応力・ひずみ場を真に特徴づけるパラメータとしての $J_{\text{crack tip}}$ を算定するために, 有限要素法によって, 溶接構造用鋼 SM 50 A と高力アルミニ

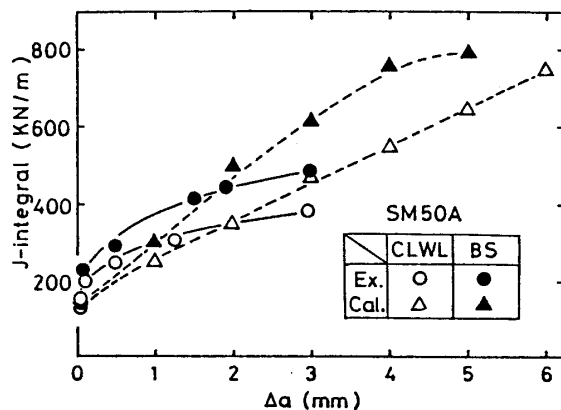


図 7 実験と解析による J_I - R 曲線の比較

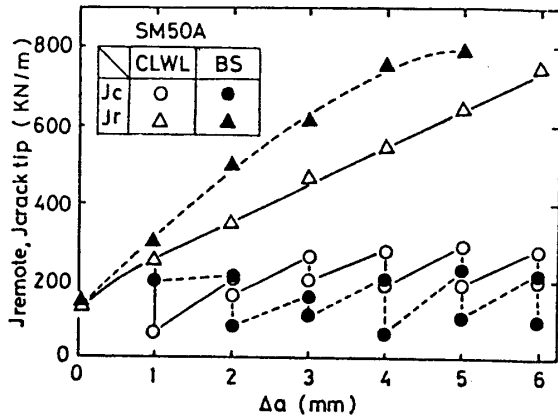


図 8 き裂進展に対する J_{remote} , $J_{crack\ tip}$ の変化

ウム合金 A 2017-T 3 中の安定き裂成長についてシミュレーションを行い、次の結論を得た。

(1) 安定に成長するき裂先端の $J_{crack\ tip}$ は、き裂の進展ならびに負荷形式に依存せず、材料によってほ

ぼ一定の値を示した。

(2) き裂の安定成長に伴うき裂進展抵抗 (ASTM が提唱する J_I - R 値) の増加は、き裂先端後方に生じる弾性除荷領域に吸収されるエネルギー量が、き裂の進展に伴って増加するためと解釈される。

文 献

- (1) Albrecht, ほか 7 名, *J. Test. Eval.* 10, 6-245 (1982), 245.
- (2) Rice, J. R., *Trans. ASME, Ser. E*, 35-2 (1968), 379.
- (3) Hutchinson, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, 16 (1968), 13.
- (4) 青木・ほか 2 名, 機論, 46-410, A (昭 55), 1049.
- (5) 宮本・ほか 2 名, 機講論, No. 780-9 (昭 53-7), 69.
- (6) Shih, C. F., ほか 2 名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 668 (1979), 65.
- (7) Kobayashi, A. S., ほか 2 名, *Eng. Fract. Mech.*, 5 (1973), 293.
- (8) Takahashi, H., *Proc. ASME Mater. Div. Conf. Struct. Integ. Technol.*, (1979), 49.