

異方配列多孔板の動特性に関する実験的研究*

沖津昭慶**, 森下 信**, 鳥谷和史***

Experimental Study on The Dynamic Characteristics of Perforated Plates

by Akiyoshi OKITSU, Shin MORISHITA, and Kazufumi TORIYA

In the present paper, the mechanical properties of perforated plates with rectangular arrays of holes are investigated mainly experimentally.

Perforated plates have generally been used for the elements of constructions for the purpose of saving the materials and of light-weighting, however, the effects of perforation to the dynamic characteristics have not been discussed minutely.

The perforated rectangular plates are dealt with as orthotropic ones herein, and its effective elastic modulus is estimated from the experiments of perforated beam elements with the same array of holes. Resonance frequencies and several modes of the plate are measured by use of the time-average holography, and they show good agreement with calculated values estimated by Rayleigh's method. As a result, the perforated plates show less orthotropy than they have been expected, laser holography is the effective method in estimating dynamic characteristics of such perforated plates.

Key Words: Elasticity, Perforated Plate, Orthotropic Plate, Holography, Dynamic Characteristic

1. 緒 言

円孔が一定ピッチで配列された多孔板は、材料の節約および軽量化を目的として、輸送用機械をはじめ各種の構造物の構成要素に近年ますます多用される傾向にある。それに伴い穴による強度低下や振動に対する対策などが必要となってきた。

多孔板の静的な特性については、熱交換器の管板などを対象とする研究が実験と解析の両面から行われており⁽¹⁾⁽²⁾、種々の配列をもつ有孔板の静的な機械的性質が明らかになっているが、動特性に関する研究は少なく、単一孔板⁽³⁾⁽⁴⁾もしくは等方配列を有する多孔板⁽⁵⁾に限られている。

著者らは多孔はりの孔径と弾性係数の関係を表す実験式を提案するとともに、多孔板を単一孔を有する有孔要素と無孔要素に離散化して全体としての剛性を数値計算により推定できることを報告している⁽⁶⁾。

本研究では直交異方配列を有する多孔板の振動実験を行って固有振動数を求め、エネルギー理論に基づく理論解と比較することによって、有効弾性係数の評価を行

うことを目的とする。このために多孔板の直交する2軸方向の配列を有するはり要素を用いた振動実験によって各軸方向の弾性係数を求め、これらの値を多孔板に適用して板の固有振動数を与える式に代入し、実験結果を比較検討した。なお、多孔板の振動実験においては、時間平均法レーザホログラムにより振動モードを二次元像として観察し、共振点の決定および直交異方性が振動モードに及ぼす影響等の検討を高い精度で行うことができた。

2. 理 論

直交する2方向に穴の配列をもつ図1のごとき多孔板を考える。今、穴による質量減少を表すためのパラメータとして残留質量比 φ を次式で定義する。

$$\varphi = \frac{M^*}{M} = \frac{\rho^*}{\rho} = 1 - \frac{N\pi d^2}{4ab} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 M は質量、 ρ は密度、 N は穴の総数、 d は孔径、 a, b は板の横・縦の長さを表す。また*は多孔板に関する記号に付けるものとする。

さらに、穴の配列を表すパラメータとして、 x, y 方向のリガメント効率 η_x, η_y を次式で定義する。

$$\eta_x = \frac{h_x}{p_x} = \frac{p_x - d}{p_x}, \eta_y = \frac{h_y}{p_y} = \frac{p_y - d}{p_y} \dots\dots(2)$$

* 昭和59年11月29日 第929回講演会において講演、原稿受付 昭和59年5月30日。

** 正員、豊橋技術科学大学(〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

*** トヨタ自動車(株)(〒471 豊田市トヨタ町1)。

ここで、図2に示すように p は孔ピッチ、 h は穴の間の最小残余長さ、 x, y の添字は x, y 方向のものを表す。すると異方配列多孔板では式(1)は式(2)より

$$\varphi = 1 - \frac{\pi}{4}(1 - \eta_x)(1 - \eta_y) \dots \dots \dots (3)$$

また、ピッチの等しい等方配列多孔板では $\eta = \eta_x = \eta_y$ とおけばよい。

2.1 多孔はりの有効弾性係数 異方配列多孔板の固有振動数を求めるためには、直交する単軸方向の材料定数が必要である。このために、直交する2方向のり要素を取り出すと、固有振動数 f_n は、

$$f_n = \frac{k^2}{2\pi} \sqrt{\frac{E^* I}{\rho^* A}} \dots \dots \dots (4)$$

となる。ここで、 E は弾性係数、 I は断面二次モーメント、 A は断面積、 k は境界条件により決まる定数である。

多孔はりの有効弾性係数 E^* と、同一形状、材質の無孔はりの弾性係数 E との比を作ると、式(4)より、

$$\frac{E^*}{E} = \frac{\rho^*}{\rho} \left(\frac{f_n^*}{f_n} \right)^2 = \varphi \left(\frac{f_n^*}{f_n} \right)^2 \dots \dots \dots (5)$$

となる。式(5)からおのおのの固有振動数 f_n^*, f_n を実験により測定することによって、 E^*/E を求めることができる。

2.2 平板の自由振動 平板の運動方程式は、たわみを w として

$$\rho t \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

で与えられる⁽⁷⁾。ここで、 D_x, D_y, H は次式で与えられる。

$$D_x = \frac{E_x t^3}{12\nu}, D_y = \frac{E_y t^3}{12\nu}, H = \nu_y D_x + 2D_{xy}$$

$$D_{xy} = \frac{G t^3}{12}, \nu = 1 - \nu_x \nu_y \dots \dots \dots (7)$$

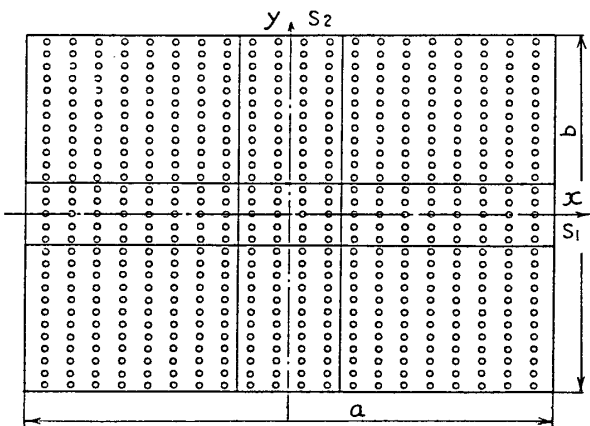


図1 多孔板

t は板厚、 ν はポアソン比、 G は横弾性係数を表す。等方性の場合

$$D = D_x = D_y = \frac{E t^3}{12(1 - \nu^2)}, G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

となる。

式(6)で、板の変位 w を次のように仮定する⁽⁸⁾。

$$w = f(x)g(y) \sin \omega t \dots \dots \dots (8)$$

$$f(x) = \cosh \frac{r}{a} x - \cos \frac{r}{a} x - \alpha \left(\sinh \frac{r}{a} x - \sin \frac{r}{a} x \right)$$

$$g(y) = \cosh \frac{r}{b} y - \cos \frac{r}{b} y - \beta \left(\sinh \frac{r}{b} y - \sin \frac{r}{b} y \right)$$

$$\alpha = \frac{\cosh ra - \cos ra}{\sinh ra - \sin ra}$$

$$\beta = \frac{\cosh rb - \cos rb}{\sinh rb - \sin rb}$$

r は $\cosh r \cos r = 0$ を満足する値である。

式(8)を式(6)に代入し、エネルギー法を用いれば、

$$\rho t \omega_n^2 = \frac{\int_0^a \int_0^b (D_x w_{xx}^2 + 2H w_{xy}^2 + D_y w_{yy}^2) dx dy}{\int_0^a \int_0^b w^2 dx dy} \dots \dots \dots (9)$$

式(9)より固有振動数が求まる。周辺固定の境界条件のもとで、(1, 1)~(2, 2)の4種類のモードについて求めた結果を次に示す。

$$f_{1,1} = \frac{22.36}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{1}{\rho^*} \left[D_x + 0.605H \left(\frac{a}{b} \right)^2 + D_y \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right]} \dots \dots \dots (10)$$

$$f_{2,1} = \frac{61.62}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{1}{\rho^*} \left[D_x + 0.297H \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 0.132D_y \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right]} \dots \dots \dots (11)$$

$$f_{1,2} = \frac{22.36}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{1}{\rho^*} \left[D_x + 2.26H \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 7.59D_y \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right]} \dots \dots \dots (12)$$

$$f_{3,1} = \frac{121.0}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{1}{\rho^*} \left[D_x + 0.166H \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 0.034D_y \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right]} \dots \dots \dots (13)$$

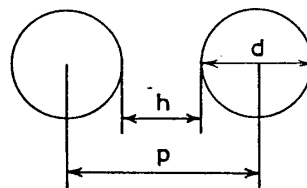


図2 ピッチおよび最小残余長さ

3. 実験

本研究で使用した多孔はりおよび多孔板は、実用性、製作の精度等を考慮して、孔径を2mmで一定とし、孔ピッチを最小4mmとした。その結果残留質量比 ϕ の最小値は式(3)から0.8となる。また、一方向のピッチを4mmで一定とし、他の方向のピッチを変化させることとした。

実験は、まずはり要素について行った。実験に使用した材料の機械的性質を表1に示す。試験片として表2に示すように、 y 方向のピッチを一定としたはり要素 S_1 と x 方向のピッチを一定としたはり要素 S_2 を考え、一端固定、他端自由の境界条件のもとで励振し、一次～四次の固有振動数を求めた。これを多孔はり、無孔はりについて行い、式(5)より E^*/E を求めた。

次に多孔板について励振実験を行った。使用した多孔板の種類を表3に示す。板の縦横比は1:1の正方形のもの、 $1:\sqrt{2}$ の長方形の2種類を使用した。このうち、長方形の一部のものについては、穴の配列を逆にすることによって、異方性を逆転させた試験片も作成した。板は周辺固定の境界条件のもとで、スピーカにより励振し、固有振動数の決定、振動モードの測定、および直交異方配列と振動モードの関連性などをHe-Neレーザによる時間平均法ホログラムを用いて行

表1 供試材の機械的性質 (Al合金)

Young's Modulus	Specific Gravity	Tensile Strength
7.16×10^4 MPa	2.72	137 MPa

表2 多孔はり要素の種類

	Pitch		Ligament Efficiency		Residual Mass Ratio ϕ
	P_x	P_y	η_x	η_y	
S_1	4	4	0.5	0.5	0.80
	5	†	0.6	†	0.84
	6	†	0.67	†	0.87
	8	†	0.75	†	0.90
	10	†	0.8	†	0.92
	20	†	0.9	†	0.96
S_2	4	4	0.5	0.5	0.80
	†	5	†	0.6	0.84
	†	6	†	0.67	0.87
	†	8	†	0.75	0.90
	†	10	†	0.8	0.92
	†	20	†	0.9	0.96

った。実験装置の配置などを図3に示す。

4. 実験結果および考察

図4に、3章で述べたはり要素 S_1, S_2 に関する振動実験結果から求めた有効弾性係数を示す。リガメント効率 $\eta=0.5$ (等方配列)に対しては $E^*/E=0.6$ で、この値はO'Donnellらによる静的な実験⁽¹⁾から得た値とほぼ一致する。同一規格のはり要素を使用した実験の範囲では E^*/E のばらつきは2%以内であった。

図5に図4の S_1, S_2 の E^* を E_x^*, E_y^* とし式(7)の第1, 2式に代入して求めた D_x^*, D_y^* と η, ϕ の関係を示す。なお図5にはMahoneyらによる異方配列多孔板の静的な問題に対する理論解を併せて示してある⁽⁹⁾。同一の η, ϕ に対してはつねに $D_y^* > D_x^*$ であり、

表3 多孔板の種類

a/b	Pitch		Ligament Efficiency		Residual Mass Ratio ϕ
	P_x	P_y	η_x	η_y	
$\sqrt{2}$	4	4	0.5	0.5	0.79
	†	5	†	0.6	0.84
	†	6	†	0.67	0.87
	†	8	†	0.75	0.90
	†	10	†	0.8	0.92
	†	20	†	0.9	0.96
	10	4	0.8	0.5	0.93
	20	†	0.9	†	0.96
1.0	4	4	0.5	0.5	0.81
	†	8	†	0.75	0.91
	†	12	†	0.8	0.94
	†	†	†	†	†
	†	†	†	†	1.0

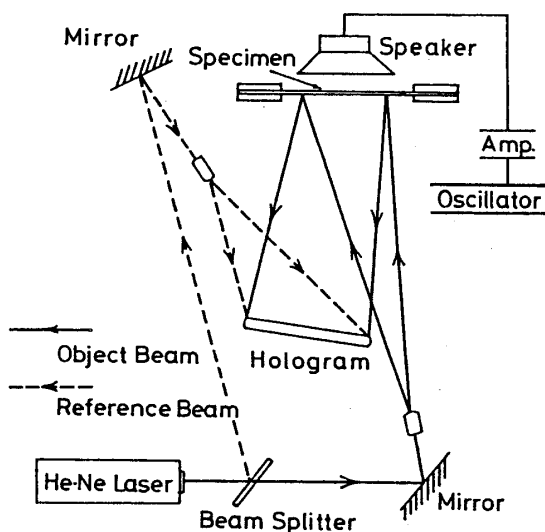


図3 実験装置配置図

その差は η, φ の増大とともに大きくなっている。これは x 方向の孔間隔が広がるほど y 方向の穴のない帯状部分が広くなり y 方向の剛性が高くなるためである。しかし Mahoney らの理論値と比較してかなり等方的であるといえる。佐藤は $\varphi=0.9$ の場合に孔数を種々変化させた等方性多孔板においては E^* は孔数に無関係にほぼ一定であると報告しているが⁽⁵⁾、これを含めて、今後さらに検討を要する。

表4に多孔板の各固有モードに対応する固有振動数を示す。計算値は、図5に示される本実験で得た $D_x^* D_y^*$ を式(10)~(13)に代入して求めた値である。計算に際しては異方性材料に関する ν および G が必要である。等方配列多孔板を対象とした解析によると $\eta=0.5\sim 1.0$ に対し $\nu=0.25\sim 0.33$ と変化する。本実験の場合、 $\eta=0.5\sim 0.9$ であり、かつ上述の ν の変化に対応する固有振動数の変化は2.5%以内に納まるので、ここでは $\nu=0.3$ とした。また G は等方配列の値を使用できるとした⁽⁹⁾。実験値と計算値の差は最大3

%程度であることから、はり要素によって求めた $E^*/E, \nu, G$ などはほぼ妥当であると考えられる。

次に正方形板と長方形板によるホログラム像を示す。図6は正方形形状多孔板の(3, 1)モードから(1, 3)モードへの移行を表す。理論的には同一振動数で現れ

表4 多孔板の固有振動数 ($a/b=\sqrt{2}$, 上段: 実験値, 下段: 計算値 (D_{exp}/D_{cal}))

Mode Pitch	(1,1)	(2,1)	(1,2)	(3,1)
4x4	230	371	526	600
	233/241	378/393	550/573	615/638
8x4	241	386	575	637
	244	392	581	643
10x4	243	390	576	640
	246/249	395/395	589/607	649/632
20x4	246	393	582	652
	250	400	599	658
4x10	246	402	553	648
	249/243	404/408	578/572	656/672
4x20	248	400	567	656
	252	406	583	664
-x-	253	406	586	659
	254	408	610	668

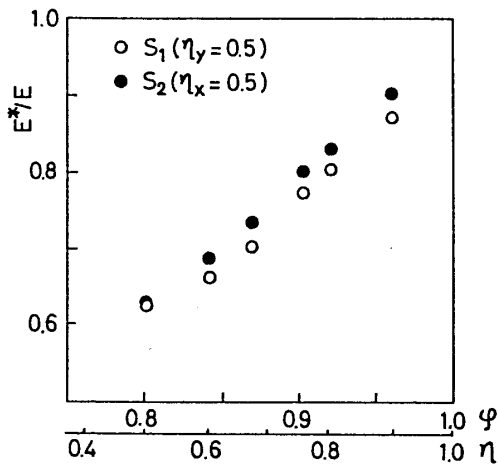


図4 はり要素による有効弾性係数

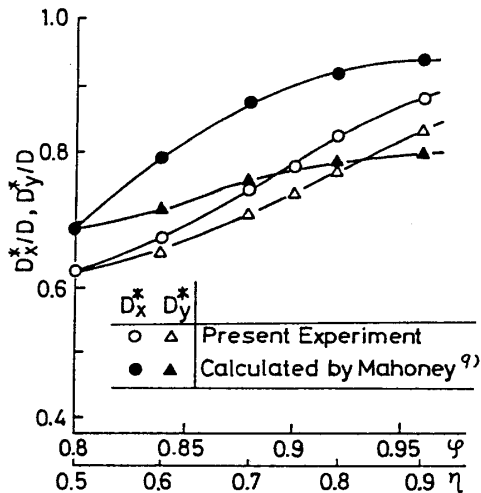


図5 異方配列多孔板の曲げ剛性

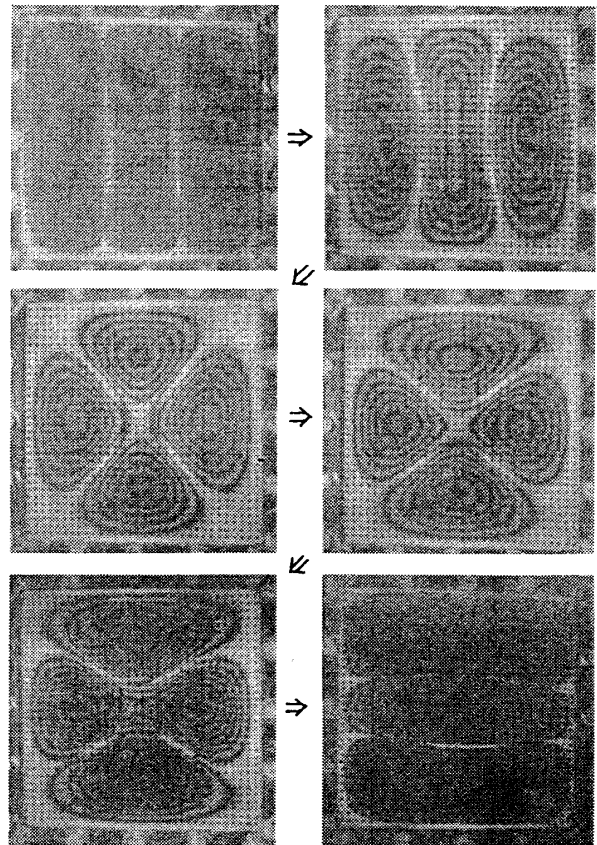


図6 正方形板のホログラム像(ピッチ:4×4)

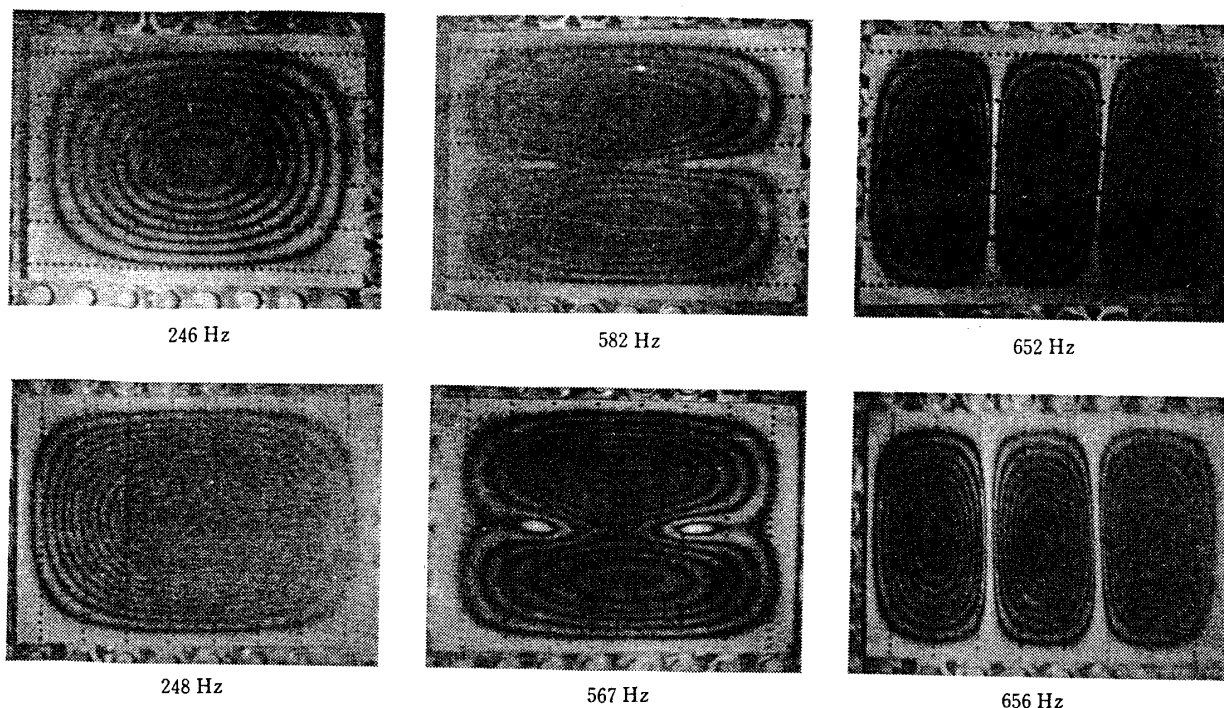


図7 長方形異方配列多孔板のホログラム像(上段:4×20ピッチ, 下段:20×4ピッチ)

るが、実験では数 Hz 程度の範囲内で図6のような移行がみられた。さらに長方形多孔板で孔配列を x, y 方向で逆にした場合のモード変化を示す例を図7に示す。これに対応して、表4の4×10と10×4および4×20と20×4の配列に対する固有振動数は(1, 1), (2, 1), (3, 1)モードでは差が小さく、かつ実験的 D^* による計算値のほうが、Mahoneyによる D^* を用いた計算値より実験値に近い値を示しており、高次モードではこの傾向が特に顕著である。このことは、はり要素の実験で示された等方性と同じ傾向が板についても示されたことになる。また(1, 2)モードでは固有振動数の大小関係が前述の三つのモードとは逆になっている。これは(1, 2)モードでは他の三つのモードと比較し、短辺の方向の変形が大きいため、 y 方向の剛性が大である10×4, 20×4の固有振動数が4×10, 4×20のものより大きくなったものと考えられる。したがって、多孔板の縦横比が大きくなるにつれてこの傾向も顕著になると考えられる。

5. 結 論

直交異方配列を有する多孔板を異方性板として扱い、その弾性係数を多孔はりの振動実験から求め、従来用いられてきた理論と比較し、さらにそれらの値を

用いて多孔板の固有振動数を求め実験値と比較検討した結果、以下の結論を得た。

- (1) 本実験で用いた多孔板は、異方配列を有するにもかかわらず、かなりの等方性が認められた。今後、孔径を変化させた実験を行い、従来の理論の限界を示す必要がある。
- (2) レーザホログラムを用いることにより多孔板の機械的性質を非接触でかつ高い精度で容易に求めることができた。
- (3) 長方形多孔板の異方性が固有振動数に及ぼす影響は振動モードにより異なることが示された。

文 献

- (1) O'Donnel, W. J., *Proc. Weld. Res. Council*, (1967)*, 1.
- (2) Bailey, R. and Hicks, R., *J. Mech. Eng. Sci.*, 2-2 (1960), 143.
- (3) 入江・ほか2名, 機講論, No. 782-1 (昭53-10), 71.
- (4) Gorman, D. J., *J. Sound Vib.*, 89-1 (1983), 107.
- (5) 佐藤, 金沢大学工学部紀要, 12-2 (昭54), 79.
- (6) 沖津・ほか2名, 材料, 33-372 (昭59), 1213.
- (7) Leissa, A. W., *NASA, Spec. Publ.*, 160 (1969), 1.
- (8) Young, D. and Felgar, R. P., *Eng. Res. Ser.*, No. 44 (1949), 54.
- (9) Mahoney, J. B. and Saleno, V. L., *Weld. Res. Council Bull.*, 106 (1965), 1.