

結晶塑性論に基づく多結晶金属材料の 統一形非弾性構成方程式の一提案*

徳田正孝**, 大野信忠***, Jan KRATOCHVIL****

Unified Constitutive Equations for the Inelastic Behaviour of Polycrystalline Metals, Based on a Semi-Micro Approach

by Masataka TOKUDA, Nobutada OHNO, and Jan KRATOCHVIL

Many important features observed in the inelastic behaviour of polycrystalline materials are caused for by a non-uniformity of microstructure and changes during the deformation process. Using the slip theory, a simplified model of a polycrystal which incorporates non-uniformity is presented, and a set of compact and reliable inelastic constitutive equations are developed, on the basis of the model, in a rate-form. The equation can reproduce deformation history effects and rate effects at an elevated temperature observed in a set of systematic experiments, with reasonable accuracy.

Key Words: Plasticity, Polycrystalline Metal, Inelastic Constitutive Equations, Slip Model, Complex Loading

1. 緒 言

今日の連続体力学の大きな興味の一つは、大形計算機による非弾性変形あるいは応力解析に適合する簡単さと、信頼に足る精度を持つ構成方程式の形式化である⁽¹⁾。特に、高温、多軸負荷さらには多軸繰返し負荷条件下における構造物・機器要素の強度設計においてその要請は大きい。

本論文では、この問題解決に対し、多結晶材料を対象とし、次の二点の重要性に着目する。

(1) 複合負荷条件下における多くの興味ある変形特性(変形履歴依存性など)は、材料の微視的構造の不均質性およびその変化に起因している⁽²⁾。

(2) 常温条件下も含め、非弾性ひずみは、時間独立成分と、時間従属成分に分ける便宜的な形でなく、統一的に扱われるべきである。統一形構成方程式の形式化の意義については、井上の総説など⁽³⁾⁽⁴⁾に詳しい。

現在、(1)に挙げた材料の微視的不均質性を比較的

簡単な形で取り入れうる方法に、フラクシオン・モデルあるいはすべりモデルによるものの二つを挙げることができる。フラクシオン・モデル⁽⁵⁾⁽⁶⁾は、異なる力学的性質(初期降伏応力、ひずみ硬化係数、クリープ特性など)を持つ要素の集合から成るものであり、個々の要素の非弾性挙動の平均として巨視的挙動を取扱うものである。このような力学的観点からすれば、多結晶金属材料のすべりモデル⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾は、一種のフラクシオン・モデルである。すべりモデルにおいて、異なる配置を持つ単結晶成分が、フラクシオン・モデルの各要素に対応する。そして、両モデルとも、単純な理想化されたそのような要素のある組合せを用いることによって、非常に複雑な非弾性応答を生み出しうる。加えて、すべりモデルにおいては、フラクシオン・モデルに比べ、多結晶金属の基本的な、物理・機械的性質を直接的・合理的に組み込める利点がある。さらに、フラクシオン・モデルあるいは一般の現象論的モデルの多軸化においては、例えば Mises 形に代表されるような、ある降伏関数あるいは流れポテンシャル関数の形の仮定が必要である⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾。これに対し、多結晶すべりモデルにおける多軸化は、考えている結晶粒全体にわたるすべり現象の平均化プロセスにより自動的に得られる。

本論文では、上述のような立場から、多結晶体の簡

* 昭和60年11月2日 東北支部仙台地方講演会において講演、原稿受付 昭和60年4月30日。

** 正員、三重大学工学部(〒514 津市上浜町1515)。

*** 正員、豊橋技術科学大学(〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

**** チェコスロバキア科学アカデミー・物理学研究所(Na Slovance 2, 180-40 Prague 8, Czechoslovakia)。

単なすべりモデルが提案され、このモデルに基づき、比較的コンパクトな形の非弾性構成方程式が、微分形式にて形式化される。このモデルは、多結晶体の主要変形メカニズム、すなわち、すべり、すべり系間の相互作用（潜在硬化に関係）、結晶粒間の相互作用（内部応力と関係）などの基本的性質を失わない範囲で、できるだけ単純化したものである。また、このモデルにおいて、すべり系の“すべりひずみ-せん断応力（分解せん断応力）関係”は、転位の熱活性化運動理論⁽¹¹⁾に基づくものを選んだ。したがって、本モデルの数式化は、変形履歴効果に関連した塑性異方性の発達および温度効果を同時に考慮し、非弾性ひずみを分離しない統一形構成方程式を与えることになる。

このように導かれた非弾性構成方程式の有用性を示すため、この式を用いて、いくつかの典型的な高温・多軸負荷条件下での非弾性挙動を解析し、対応する実験結果⁽¹²⁾と比較した。実験は、200°C 炉中の初期等方アルミニウム薄肉円管に軸力と内圧の組合せ負荷を与えることにより行われたものである。

なお、多結晶すべりモデルを直接用いた統一構成方程式の形式化の試みは、Ponter-Leckie⁽¹³⁾に見られる程度であり、さらに得られた構成方程式を系統的な実験結果に照らし、その定量的評価を行ったものは現在のところほとんど見当たらない。

2. 単結晶および多結晶体の力学的モデル

物理的・力学的観点から、単結晶および多結晶は次のように理想化される。この理想化は、既報⁽¹¹⁾に示した常温における場合と基本的には同じであるので、ここでは、その概要のみを記しておく。

(1) 多結晶は、ランダムに配置された多数の単結晶の集合より成り、したがって巨視的には初期等方である。塑性変形は、結晶粒内のすべりによってのみ生じる。

(2) すべりは、結晶学的構造により決まるすべり系により取扱われる。本論文では例として、面心立方構造を選んだ。

(3) すべりの開始は Schmid 則によるものとする。

(4) 結晶粒は、簡単のため弾性的には等方であるとする。

(5) すべり系の応力-ひずみ関係は、転位の熱活性化運動により支配されるものとする。ここにおいてすべり系間の相互作用による硬化および回復による軟化が考慮される。この詳細は、次節にて述べる。

(6) 結晶粒間の相互作用は、Lin のひずみ一定の

仮定⁽¹⁴⁾にて考慮する。この場合、多結晶モデルにおいて、ひずみは一様に分布するが、ひずみの弾性および塑性部分は、各結晶粒において異なる。したがって応力も各結晶粒により異なり、多結晶体の応力分布は不均一になる。

3. 回復を考慮したすべり系の応力-ひずみ関係

一般に、すべり系のすべりひずみ速度 $\dot{\gamma}$ は、次の形で与えられる。

$$\dot{\gamma} = \alpha_m b V / 2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 α_m は可動転位密度、 b はバーガース・ベクトルの大きさ、 V は転位の平均速度である。転位は、非常に速く移動するけれども、無数の微細な障害物にかなり長い間止められる。したがって、転位の平均速度は、巨視的実験にみられる変形速度に対応する程度の比較的小さなものとなる。いわゆる短範囲応力場を作る林転位、分散している微小介在物および空孔などを、その障害物と考えるとき、転位の平均速度は次のように表される⁽¹¹⁾。

$$V = 2B^* \nu \exp[-H_0 / (kT)] \times \sinh[v^*(\tau - \tau_y) / (kT)], \quad \tau \geq \tau_y \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 ν は熱格子振動数と活性化エントロピに関係するいわゆる反応定数、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度、 H_0 はエネルギー障壁の大きさ（活性化エンタルピ）、 v^* および B^* は、それぞれ障害物の大きさおよび障害物の距離に関する定数、 τ_y は熱活性化によっては超えられない応力障壁（いわゆる降伏応力）であり、長範囲応力場と関係している。 τ はすべり系に加わる有効なせん断応力（分解せん断応力）である。式(2)を式(1)に代入することにより、すべり系のすべりひずみ速度 $\dot{\gamma}$ と分解せん断応力 τ の間の関係は次のような形に得られる。

$$\dot{\gamma} = \alpha_m \nu b B^* \exp[-H_0 / (kT)] \times \sinh[v^*(\tau - \tau_y) / (kT)] \quad \tau \geq \tau_y \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、式(3)中の未知数 τ_y は次のように定まる。いま Kratochvil-Dillon⁽¹⁵⁾に従えば、転位密度 α の移行方程式は、次のように仮定できる。

$$\dot{\alpha} = H_1 \dot{\gamma} - (\alpha - \hat{\alpha})^m N(T) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 m 、 H_1 、 $\hat{\alpha}$ ($< \alpha$) は、材料定数である。また、絶対温度 T の関数 $N(T)$ は、次のように、拡散の活性化エネルギー Q_D を用いて表される⁽¹⁶⁾。

$$N(T) = H_2 \exp[-Q_D / (kT)] \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに H_2 は材料定数である。式(4)の右辺第1項は変形の進行に伴って引き起こされる転位密度の増加

に、第2項は熱拡散過程により発生する異符号転位同士の相殺に伴う転位密度の減少に対応している。転位密度 α と降伏応力 τ_y の関係は、最も簡単な形として、次のように仮定できる⁽¹⁵⁾。

$$\tau_y = K\alpha + \tau_0 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 K と τ_0 は材料定数である。降伏応力 τ_y に対する移行方程式は、式(4)~(6)を用いて次のように書ける。

$$\dot{\tau}_y = A\dot{\gamma} - [B(\tau_y - \bar{\tau}_y)]^m \exp[-Q_D/(kT)] \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $A \equiv KH_1$, $B \equiv (K^{-1-m}H_2)^{1/m}$, $\bar{\tau}_y = K\bar{\alpha} + \tau_0$ である。式(7)の右辺第1項は、ひずみ硬化、第2項は熱的回復(軟化)に関係している。

4. 多結晶体の構成方程式

いま、多結晶体中の k 番めの結晶粒の(微視的)偏差応力速度 $\dot{S}_{ij}^{*(k)}$ は、Hookeの法則を用いて、

$$\dot{S}_{ij}^{*(k)} = 2G[e_{ij}^{*(k)} - e_{ij}^{p(k)}] \dots\dots\dots (8)$$

と書ける。ここに、 $e_{ij}^{*(k)}$ は k 番めの結晶粒の全ひずみ、 $e_{ij}^{p(k)}$, $e_{ij}^{s(k)}$ は、それぞれ $e_{ij}^{*(k)}$ の弾性および塑性成分、 G は横弾性係数である。いま、 $e_{ij}^{*(k)}$ と、結晶粒中のすべてのすべり系のすべりひずみ速度 $\dot{\gamma}^{(n)}$ ($n=1, 2, \dots, N$; N は一つの結晶中のすべり系の数であり、通常逆向きのすべり系は別の系として扱われる。したがって面心立方晶の場合、 $N=24$ である)は、次のように関係している。

$$e_{ij}^{p(k)} = \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $\alpha_{ij}^{(n)}$ は、 k 番めの結晶粒中の n 番めのすべり系の一般化 Schmid 係数(配置テンソル)である。これは、任意のすべり系に対し、 $\alpha_{ij} = (m_i n_j + n_i m_j) / 2(m_i \text{ および } n_i \text{ は、それぞれ、すべり方向に沿う単位ベクトルおよびひずみ面の単位法線ベクトル})$ と表される。式(9)を式(8)に代入すると、

$$\dot{S}_{ij}^{*(k)} = 2G[e_{ij}^{*(k)} - \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)}] \dots\dots\dots (10)$$

となる。いま Hutchinson⁽¹⁷⁾により示されている(巨視的)偏差応力速度 \dot{S}_{ij} を得るための平均化手法:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ij} &= \text{average}(\dot{S}_{ij}^{*(k)}) \\ &= \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \dot{S}_{ij}^*(\beta, \eta, \varphi) \sin \eta d\eta d\beta d\varphi \end{aligned} \dots\dots\dots (11)$$

(図1参照)を、有限個(ただし、モデルが初期等方とみなしうるだけ十分多数)の結晶粒を含む多結晶体モデルに適用すると次のようになる。

$$\dot{S}_{ij} = \sum_{k=1}^M \left\{ \sin \eta_{(k)} \Delta \eta_{(k)} \Delta \beta_{(k)} \Delta \varphi_{(k)} / (8\pi^2) \right.$$

$$\left. \times \dot{S}_{ij}^*(\eta_{(k)}, \beta_{(k)}, \varphi_{(k)}) \right\} = \sum_{k=1}^M \psi_{(k)} \dot{S}_{ij}^{*(k)} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 M は多結晶体中の結晶粒の数、また、

$$\psi_{(k)} = \sin \eta_{(k)} \Delta \eta_{(k)} \Delta \beta_{(k)} \Delta \varphi_{(k)} / (8\pi^2)$$

$$\dot{S}_{ij}^{*(k)} = \dot{S}_{ij}^*(\eta_{(k)}, \beta_{(k)}, \varphi_{(k)})$$

である。式(10)を式(12)に代入すると、

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ij} &= 2G \left[\sum_{k=1}^M \psi_{(k)} \dot{e}_{ij}^{*(k)} - \sum_{k=1}^M \left\{ \psi_{(k)} \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} \right\} \right] \\ &= 2G \left[\dot{e}_{ij} - \sum_{k=1}^M \left\{ \psi_{(k)} \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} \right\} \right] \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

を得る。上式の導出にあたって

$$\sum_{k=1}^M \psi_{(k)} \dot{e}_{ij}^{*(k)} \equiv \text{average}(\dot{e}_{ij}^{*(k)}) = \dot{e}_{ij} \dots\dots\dots (13\cdot a)$$

であることを用いた。ここに、 \dot{e}_{ij} は、もちろん、(巨視的)偏差ひずみ速度である。

いま、式(13)中の未知変数であるすべりひずみ速度 $\dot{\gamma}^{(n)}$ は、前節の式(3)を、 k 番めの単結晶中の n 番めのすべり系に用いることにより次のように表される。

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}^{(n)} &= \lambda^{(n)} \dot{\gamma}_0 \exp[-H_0/(kT)] \\ &\times \sinh [v^*(\tau_y^{(n)} - \tau_y^{(n)}) / (kT)] \dots\dots\dots (14\cdot a) \end{aligned}$$

ここに、

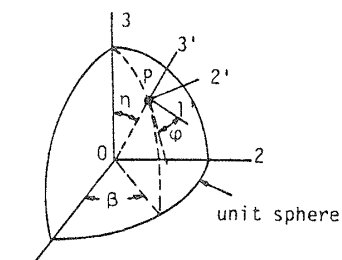
$$\left. \begin{aligned} \tau_y^{(n)} \geq \tau_y^{(n)} \text{ のとき, } \lambda^{(n)} &= 1 \\ \tau_y^{(n)} < \tau_y^{(n)} \text{ のとき, } \lambda^{(n)} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14\cdot b)$$

である。また、 $\dot{\gamma}_0 \equiv \alpha_m b v B^*$ であり、上添字(n)および下添字(k)は、これまでに用いてきたように、その変数が n 番めのすべり系、 k 番めの結晶粒に属することを示している。

次に、式(14)中の未知変数であるすべり系の降伏応力速度 $\dot{\tau}_y^{(n)}$ は、潜在硬化をも含むすべり系の硬化則として、線形化されたテイラ則を用いると、式(7)に基づき、次のように表される。

$$\begin{aligned} \dot{\tau}_y^{(n)} &= A \sum_{q=1}^N \dot{\gamma}^{(q)} \\ &- [B(\tau_y^{(n)} - \bar{\tau}_y)]^m \exp[-Q_D/(kT)] \dots (15) \end{aligned}$$

また、式(14)中にてもう一つの未知変数となっている分解せん断応力速度 $\dot{\tau}_y^{(n)}$ は、結晶粒の偏差応力速度 $\dot{S}_{ij}^{*(k)}$ と次のように関係している。



1 Plane 1'2' is a tangential one at a point P on a unit sphere

図1 式(11)中の変数 β, η, φ の説明図

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(n)} = \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij}^{(n)} \dot{S}_{ij}^{(n)} \dots \dots \dots (16)$$

これに、式(10)を用いると、

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(n)} = 2G \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij}^{(n)} \left\{ \dot{e}_{ij}^{(n)} - \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} \right\} \dots (17)$$

となる。ここに、Linのひずみ一定の仮定⁽¹⁴⁾すなわち、 $\dot{e}_{ij}^{(n)} = \dot{e}_{ij}$ を用いると

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(n)} = 2G \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij}^{(n)} \left\{ \dot{e}_{ij} - \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} \right\} \dots \dots (18)$$

を得る。式(13)~(15)および(18)の組は、明らかに必要十分な本多結晶モデルの非弾性構成方程式を形成している。ここに、これらをまとめて記す。

$$\dot{S}_{ij} = 2G \left[\dot{e}_{ij} - \sum_{n=1}^M \psi_{(n)} \left\{ \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} \right\} \right] \dots \dots (13')$$

$$\dot{\gamma}^{(n)} = \lambda \dot{\gamma}_0 \exp[-H_0/(kT)] \times \sinh[\nu^*(\tau^{(n)} - \bar{\tau}_y^{(n)})/(kT)] \dots \dots (14')$$

$$\dot{\tau}_y^{(n)} = A \sum_{q=1}^M \dot{\gamma}^{(q)} - [B(\tau_y^{(n)} - \bar{\tau}_y)]^m \exp\{-Q_D/(kT)\} \dots \dots (15')$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(n)} = 2G \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij}^{(n)} \left\{ \dot{e}_{ij} - \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} \right\} \dots \dots (18')$$

上式からわかるように、ここに得られた一組の構成方程式系は、 $\dot{\gamma}^{(n)}$, $\tau_y^{(n)}$, $\tau^{(n)}$ を内部変数に選んだ内部変数理論⁽¹⁸⁾のそれに対応する。また、逆関係は、式(13')および(18')を次のように書き換えることにより得られる。

$$\dot{e}_{ij} = \frac{\dot{S}_{ij}}{2G} + \sum_{n=1}^M \psi_{(n)} \left\{ \sum_{n=1}^N \alpha_{ij}^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} \right\} \dots \dots (13'')$$

$$\dot{\tau}^{(n)} = \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij}^{(n)} \left[\dot{S}_{ij} + 2G \left\{ \sum_{q=1}^M \psi_{(q)} \sum_{r=1}^N \alpha_{ij}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} - \sum_{r=1}^N \alpha_{ij}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} \right\} \right] \dots \dots (18'')$$

Linのひずみ一定の仮定の代わりに、Krönerのセルフ・コンシステント仮定⁽¹⁹⁾の結果、すなわち

$$\dot{S}_{ij}^* = \dot{S}_{ij} - \lambda G (\dot{e}_{ij}^* - \dot{e}_{ij}^*) \dots \dots (19)$$

を用いてみよう。ここに $\lambda = 2(7-5\nu)/[15(1-2\nu)]$ であり、 ν はポアソン比である。式(19)を、式(9)および(13'a)を用いて書き直し、式(16)に用いて $\dot{\epsilon}_{ij}^{(n)}$ を求めると次のようになる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(n)} = \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij}^{(n)} \left[\dot{S}_{ij} + \lambda G \left\{ \sum_{q=1}^M \psi_{(q)} \sum_{r=1}^N \alpha_{ij}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} - \sum_{r=1}^N \alpha_{ij}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} \right\} \right] \dots \dots (20)$$

このとき、モデルの構成方程式は、式(13''), (14'), (15'), (20)により成る。式(20)は、 $\lambda=2$ ととることにより、式(18'')が得られるが、これはセルフ・コンシステントモデルとひずみ一定モデルの間の関係としてよく知られているところである⁽²⁰⁾。

5. 実験結果と計算結果の比較

高温・多軸負荷条件下における多結晶金属の非弾性挙動を前節にて記述された構成方程式系(13'), (14'), (15'), (18')を用いて解析し、対応する実験結果と比較した。なお、実験結果⁽¹²⁾は、初期等方アルミニウム合金の薄肉円管試験片に軸力と内圧の組合せ負荷を与えることにより、ひずみ制御の下で得られたもので、温度は炉中で200°Cに保たれた。

変形履歴および応力応答を適切な方法で表すことは大変重要である。このため実験にあたっては、変形経路については、イリュージョンの五次元偏差ひずみベクトル空間⁽²¹⁾の部分空間 V_{2e} のベクトル e ;

$$e = (e_1, e_2) = [e_{11}, \sqrt{4/3}(e_{22} + e_{11}/2)] \dots \dots (21)$$

のホドグラフで表し、また対応する応力応答は、空間 $V_{2\sigma}$ に対応する偏差応力ベクトル σ ;

$$\sigma = (\sigma_1, \sigma_2) = [3S_{11}/2, \sqrt{3}(S_{22} + S_{11}/2)] \dots \dots (22)$$

に関するパラメータを用いて表されている。なお、偏差ひずみベクトル e および偏差応力ベクトル σ の大きさ $|e|$ および $|\sigma|$ は、偏差ひずみテンソルおよび偏差応力テンソルの第2不変量 J_{2e} および $J_{2\sigma}$ と次のように関係している。

$$J_{2e} = e_{ij}e_{ij}/2 = 3|e|^2/4, J_{2\sigma} = S_{ij}S_{ij}/2 = |\sigma|^2/3$$

図2は、いくつかのひずみ速度 $\dot{e} = |de/dt|$ での単軸引張りおよび単軸圧縮に対する結果を示す(なお、計算においては、単軸引張りと単軸圧縮の結果は一致した)。横軸には、次のように定義される、いわゆるひずみ経路の長さを用いてある。

$$L = \int |de/dt| dt = \int \dot{e} dt$$

なお、本計算に用いられた材料定数は次のとおりである。

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_0 &= 1.0 \times 10^6 / \text{s}, H_0/k = 1.0 \times 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}, \\ \nu^*/k &= 5.1 \times 10^2 \text{ } ^\circ\text{K}/\text{MPa}, Q_D/k = 1.0 \times 10^4 \text{ } ^\circ\text{K} \end{aligned} \dots \dots (23)$$

$$G = 20.4 \text{ GPa}, A = 2.15 \times 10^2 \text{ MPa},$$

$$\tau_y^* = 34.5 \text{ MPa}$$

$$\dots \dots (24)$$

$$B = 4.67 \times 10^{-3} \text{ MPa}^{-2/3}, \bar{\tau}_y = 9.8 \text{ MPa}, m = 3.0 \dots \dots (25)$$

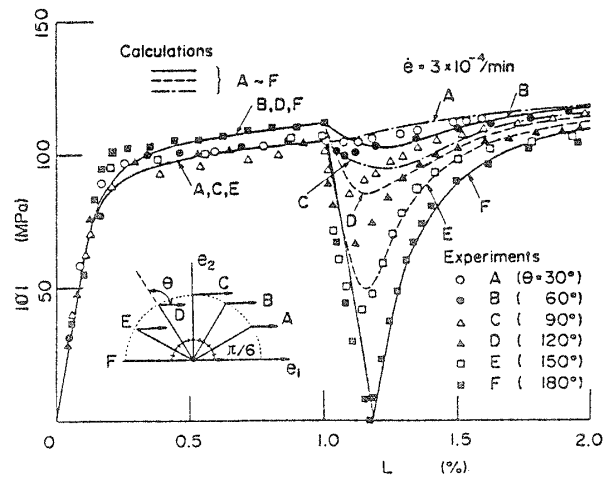
(τ_y^* ; すべり系の初期臨界せん断(降伏)応力)。式(23)に示された材料定数は、まず金属材料の物理定数表から、おおよそ見積もられた。次にこの値を用いて、式(24)に示された材料定数が、回復効果の影響をほとんど受けていないと考えられる $\dot{e} = 3 \times 10^{-2} / \text{min}$

の実験結果に対し、計算結果が最もよく合うように定められた。その後、この定められた値を用いて回復の効果強く受けている $\dot{\epsilon} = 3 \times 10^{-5} / \text{min}$ の実験結果に対し、計算結果が、最もよく合うように、式(25)における回復効果を支配する定数が定められた。最後に、これらの値は、図2に示された実験結果全体に対し、計算結果が最もよく合うように小修正がなされた。なお、結晶粒の数 M は144としたが、この数でモデルが十分な初期等方であることが確認された。

図からわかるように、計算結果は、実験結果にてみられるひずみ速度の影響を非常によく捕えている。なお、図中の破線は、参考のため回復効果を見無視〔式(15')中で $B=0$ 〕して得られた計算結果を示している。

図3は、1%圧縮後引張りを与えた場合の結果を示している。図からわかるように、逆負荷のある場合に

も提案された構成方程式系は、実験結果を非常によく再現する。図4(a)~(c)は、ひずみ空間 $[e_1, e_2]$ に



(a) 種々の折れ角のあるひずみ経路A-Fに対する $|\sigma|$ - L 曲線

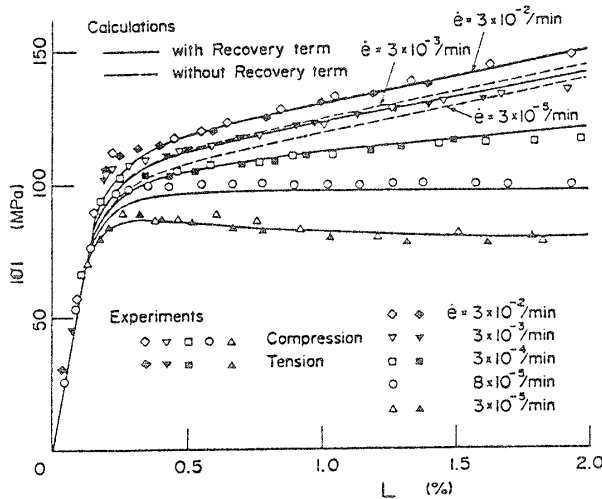


図2 種々のひずみ速度における単軸引張りおよび単軸圧縮曲線

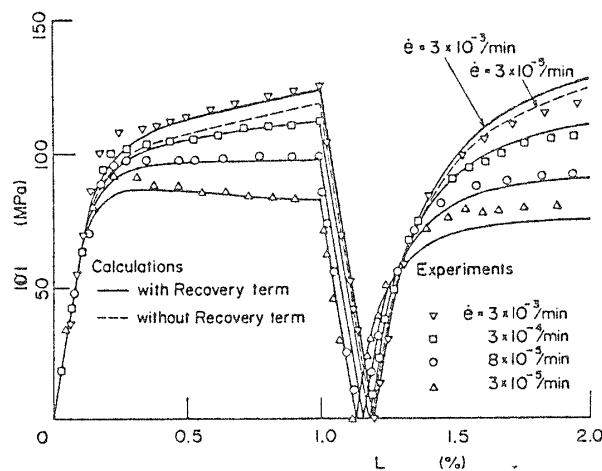
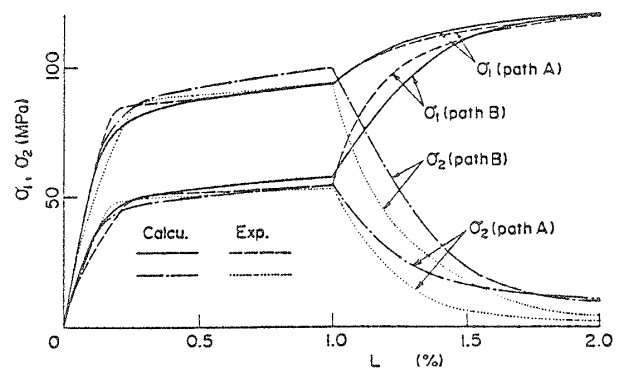
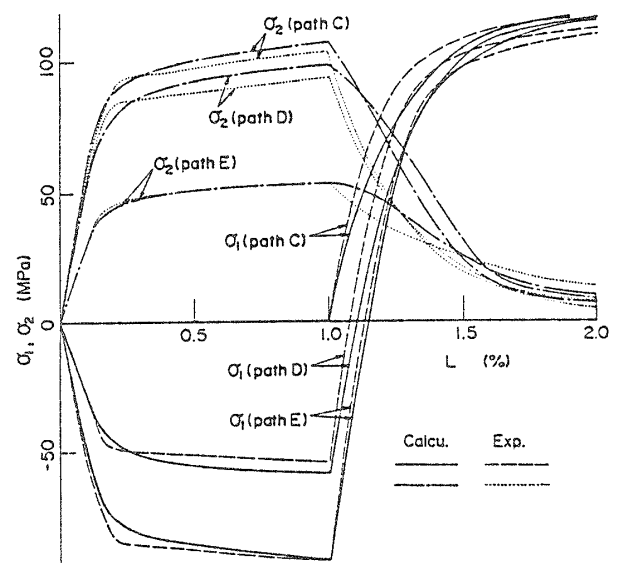


図3 種々のひずみ速度における“1%圧縮後引張り”試験における $|\sigma|$ - L 曲線

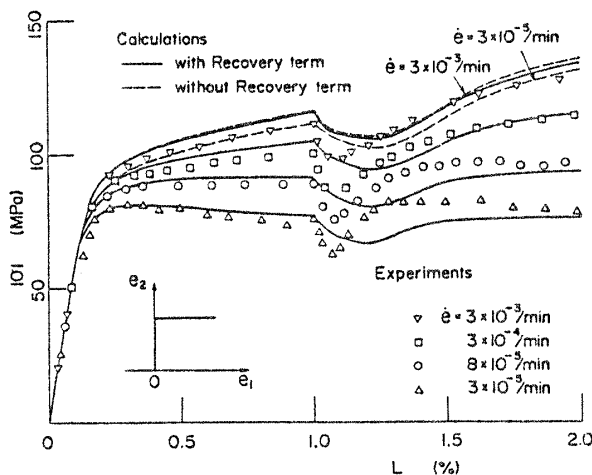


(b) 経路A, Bに対する応力ベクトルの成分の変化



(c) 経路C~Eに対する応力ベクトルの成分の変化

図4

図5 直角に折れ曲るひずみ経路に対する $|\sigma|$ - L 関係

において種々の方向に1%の予ひずみを与え、その後 $e_1 = e_{11}$ のみを増加させた場合の結果を、 $|\sigma|$ および成分 σ_1, σ_2 を用いて示したものである。また、図5は、 e_2 軸に沿う種々の予ひずみを受けた後、 e_1 軸に沿う変形に対して得られた $|\sigma|$ の変化を示している。図4, 5の結果からわかるように、提案された構成式は、高温・複合負荷条件下におけるアルミニウム合金の非弾性挙動の特徴をよく捕えている。

図6は、種々の温度に対し計算により得られた初期降伏面 ($|e^p| = \sqrt{2e_1^p e_2^p} / 3 = 0.02\%$ で定義される等塑性ひずみ面) の一例を示している。ひずみ速度は、 $3 \times 10^{-3} / \text{min}$ が選ばれている。これらの結果を直接定量的に評価するための実験は行っていないが、定性的には、Phillips⁽²²⁾によって得られている実験結果の一般的傾向と一致している。すなわち、応力平面 $[\sigma_1, \sigma_2]$ に垂直に温度軸を取って初期降伏面を描くとき、その形はおおよそ楕円体面となる。この結果から、提案された構成方程式は、異なる温度あるいは温度が変動する場合も含めて成立つ可能性を含んでいると考えられる。

6. 結 論

本論文において、多結晶体の簡単な力学的モデルが提案され、これに基づき多結晶金属の高温・多軸負荷条件下における非弾性構成方程式が、陽で簡潔な形に形式化された。この構成方程式は、高温における多結晶材料の複雑な変形履歴効果およびひずみ速度効果を

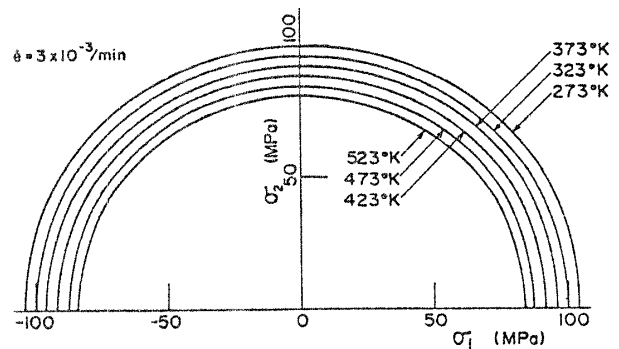


図6 種々の温度における初期降伏面の計算結果

同時に精度よく表し得ることが、対応する実験結果との比較により確認された。このことは、従来もっぱら現象の定性的説明にのみ用いられてきた物理モデルも、目的に応じた適切な微視メカニズムの選択により、一般の非弾性構造コンピュータ解析に対し用いるだけ簡単で、しかも信頼性に足る構成方程式を与えることを示している⁽⁷⁾⁽²³⁾。

文 献

- (1) 大橋, 機論, 48-428, A (昭57), 389.
- (2) 徳田・加藤, 機論, No. 840-9 (昭59-10), 32.
- (3) 井上, 材料, 32-357 (昭58), 594.
- (4) 河井, 名古屋大学博士学位論文, (昭60-2), 9.
- (5) Besseling, J. D., *ASME, AM*, 25 (1958), 529.
- (6) 鈴木, 機論, 50-451, A (昭59), 1026.
- (7) Lin, T. H., *ASME, EMT*, 106-4 (1984), 290.
- (8) Weng, G. J., *ASME, AM*, 46-4 (1979), 800.
- (9) 徳田・ほか2名, 機論, 49-440, A (昭58), 521.
- (10) 大野, 機論, 48-434, A (昭57), 1342.
- (11) 徳田・加藤, 機論, 50-460, A (昭59), 2000.
- (12) Ohashi, Y. and Ohono, N., *J. Mech. Phys. Solids*, 30 (1982), 287.
- (13) Ponter, A. R. S. and Leckie, F. A., *ASME, EMT*, (1976), 47.
- (14) Lin, T. H., *J. Mech. Phys. Solids*, 5 (1957), 143.
- (15) Kratochvil, J. and Dillon Jr., D. W., *J. Appl. Phys.*, 41-4 (1970), 1470.
- (16) Poirier, J. P., (舟久保・小口監訳), 結晶の高温塑性, (昭55), 109.
- (17) Hutchinson, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, 12 (1964), 11.
- (18) Lubliner, J., *Acta Mech.*, 17 (1973), 109.
- (19) Kröner, E., *Acta Met.*, 9 (1961), 155.
- (20) 阿部, 材料, 28-305 (昭54), 1.
- (21) 大橋, 機械の研究, 23-2 (昭46), 343.
- (22) Phillips, A., *CISM Courses and Lectures*, No. 241 (1980), Springer.
- (23) Kratochvil, J., ほか3名, (Burlin, O., Hsieh, R. K. T. 編), *Continuum Models of Discrete System 4*, (1981), 383, North-Holland.

討 論

〔質問〕 後藤 学

(1) 単結晶の材料定数の多くが、計算結果が実験値に最もよく合うように決められている。別の変形経路に対しては別の値がよい、ということにならないか。

一般に、単結晶の特性は多結晶自体の特性よりきめにくいと思われる。それでいてなおかつ単結晶の挙動から多結晶の挙動を記述しようとするについては、明確な理由が必要であろう。この点いかがお考えか。

(2) ここで示されている構成式を、実際の変形解析にどのように使うのか。また、その利点はなにか、現象論的構成式に比して複雑という感は免れない。

(3) 図5の理論曲線の追従性は必ずしもよくない。角点直後の応力の落下は、後続負荷面の負荷点での尖点形成モデルのほうがはん雑さもなくてよいのではないか(付1)。

〔回答〕 (1) 本研究の目的は、単結晶の力学的特性に基づき厳密に多結晶体の非弾性挙動を再現することではなく、できるだけ微視メカニズムを取り入れることにより信頼性の高い非弾性構成式を形式化することにある。得られた構成式中の材料定数のいくつかは巨視理論におけると同様、できるだけ簡単な校正試験によりほとんど一義的に決定される。この方法論においては、別の材料定数の選択は考えられない。またご指摘のように、単結晶の性質が必ずしも明確でない現在、それらから多結晶体の挙動を記述するのは無理

があるとも考えられるが、わかっている範囲の微視メカニズムを積極的に取り入れようとした場合には、本論文のような手法も工学的な意味においては意義あるものと考ええる。

(2) 確かに、本構成式をそのまま機器要素・構造物の非弾性解析に用いることは、現在の計算機の計算速度・コストの面で非現実的かもしれない。しかしながら、例えば、有限要素法を考えると、変形履歴が複雑になると考えられる要素の剛性マトリックスに限り、本構成式を適用するといった工夫は可能であり、分岐等を含む問題の解析に対し本構成式は本質的役割を果たす可能性がある。

(3) ご指摘の追従性は、本モデルにおいて用いた仮定の簡単さが原因と考えられる。例えば、本モデルでは、単結晶の硬化則としてTaylorタイプを選んでいるが、より現実に近い硬化則を採用する等により、こういった追従性は改善できる。煩雑さについては否定できないが、これに対しては、回答(2)の示したような工夫あるいは構成式自体の単純化(すべり系の数、必要な結晶粒成分の数等も含め)を検討中である。また、角点形成モデルとの比較であるが、本モデルでは角点の存在、角点の性質(角点の鋭さ、安定性等)に関する前もつての仮定を用いずに導かれていることに注目されたい。

(付1) Gotoh, M., *Eng. Fract. Mech.*, 21-4 (1985), 673, ほか。