

温度変動下の SUS 304 の繰返し塑性構成式*

大野 信 忠*¹, 佐藤 守*²
高橋 由紀夫*³, 桑原 和夫*³Constitutive Modeling of Cyclic Plastic Behaviour of 304 Stainless Steel
Under Temperature VariationNobutada OHNO, Mamoru SATOH,
Yukio TAKAHASHI, and Kazuo KUWABARA

The constitutive model based on the cyclic nonhardening region is applied first to describing the cyclic plastic behaviour of 304 stainless steel under in-phase and out-of-phase cyclic changes of temperature and athermal strain; temperature is cycled between 200°C and 550°C. Fairly good agreement between the predictions and the experiments is obtained, if we assume that the internal change proper to the higher temperature (i. e., 500 or 550°C) is induced predominantly under such nonisothermal cyclic loading. On the basis of this finding, then, the evolution equation of isotropic hardening is extended so that it can be valid even for irregular variations of temperature. The validity of the extended model is ascertained by comparing its predictions with the experiments on 304 stainless steel performed recently by Niitsu and Ikegami.

Key Words: Plasticity, Cyclic Plasticity, Constitutive Model, Temperature Change, History Dependence, 304 Stainless Steel

1. 緒 言

原子力機器などの高温構造要素の設計においては熱疲労が問題となるから、温度変動下での繰返し塑性変形挙動の研究は重要な課題である。このため最近、このような研究がいくつか行われており、SUS 304 および 316 に関しては文献(1)~(5)の実験的研究がある。また、INCONEL 718 については、Benallal と Ben Cheikh⁽⁶⁾が実験を行うと同時に構成式の検討を行っている。

上に述べた SUS 304 や SUS 316 の実験的研究によると、これらの材料の繰返し塑性変形挙動は、強い温度履歴依存性を示す。例えば SUS 304 の繰返し変形において、温度をひずみと同位相あるいは逆位相で繰返し変化(繰返し範囲 200~550°C)させると、応力範囲の飽和値は 200°C および 550°C での等温試験結果よりも顕著に大きくなる(後出の図 9 参照)⁽¹⁾。また、SUS 304 および 316 の繰返し変形の途中で温度を減少させると、温度減少後の応力範囲は、先行する高温

での繰返し変形の影響を受け、温度減少後の温度での等温試験結果に比べて大きくなる(後出の図 12, 13 参照)^{(2)~(4)}。

本論文では、繰返し塑性変形挙動のこのような温度履歴依存性を構成式の定式化の観点から検討する。検討に用いる構成式は、著者の一人が提案した繰返し非硬化領域と二曲面塑性理論に基づく繰返し塑性モデル⁽⁷⁾⁽⁸⁾であり、その妥当性はすでに室温での SUS 304 や 316 に対しては確かめられている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。なおこの構成式は、動燃事業団により開発された汎用構造解析プログラム FINAS に組み込まれている⁽¹²⁾。

本研究ではまず、この構成式の材料パラメータを SUS 304 の等温試験結果⁽⁹⁾から決定する。次に、決定された材料パラメータを用いて、温度がひずみと同位相あるいは逆位相で規則的に繰返し変化する場合の実験結果(温度繰返し範囲 200~550°C)⁽¹⁾を解析し、この場合の材料の内部状態変化は高温側での機構に支配されることを示す。つづいて、このような検討結果に基づいて、等方硬化変数の発展式を不規則な温度変動に対しても妥当な形に拡張するとともに、拡張された構成式の妥当性を新津・池上⁽²⁾の実験結果との比較により議論する。

* 昭和 62 年 11 月 21 日 第 949 回講演会において講演、原稿受付 昭和 62 年 5 月 1 日。

*¹ 豊橋技術科学大学 (〒440 豊橋市天伯町雲雀が丘 1-1)。

*² 豊橋技術科学大学大学院。

*³ (財)電力中央研究所 (〒201 狛江市岩戸北 2-11-1)。

2. 構成式

本論文で用いる構成式は、すでに詳述されているから⁽⁷⁾⁽⁸⁾、ここではその概略を、温度変動の場合に適用し得る形で述べる。

この構成式では、繰返し非硬化領域と呼ばれる塑性ひずみ領域

$$g = (2/3)(\epsilon^p - \alpha) : (\epsilon^p - \alpha) - \rho^2 \leq 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

の発達が仮定される。ここで、 ϵ^p はひずみテンソル ϵ の塑性成分を示し、また α と ρ はこの領域の中心と半径である。さらに $(:)$ は、任意の2階テンソル P, Q およびその直角座標成分 P_{ij}, Q_{ij} に対して、 $P : Q = P_{ij}Q_{ij}$ を表す。式(1)の領域 $g \leq 0$ は、塑性ひずみ ϵ^p が面 $g=0$ 上にあり、かつ塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^p$ が面 $g=0$ に対して外向きのとき、移動・膨張すると仮定される。すなわち、

$$\dot{\rho} = c(T)\Gamma\dot{\epsilon}^p \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\dot{\alpha} = \sqrt{3/2}[1 - c(T)]\Gamma\dot{\epsilon}^p\nu^g \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\Gamma = \begin{cases} \nu^g : \dot{\epsilon}^p / \|\dot{\epsilon}^p\|, & g=0 \text{ and } \nu^g : \dot{\epsilon}^p \geq 0 \\ 0, & g < 0 \text{ or } \nu^g : \dot{\epsilon}^p < 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4)$$

上式の $c(T)$ は、領域 $g \leq 0$ の発達の速さを表すパラメータであり、温度 T の関数である。また $\dot{\epsilon}^p = \sqrt{2/3}\|\dot{\epsilon}^p\|, \|\dot{\epsilon}^p\| = (\dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p)^{1/2}$ および $\nu^g = (\partial g / \partial \epsilon^p) / \|\partial g / \partial \epsilon^p\|$ である。

二曲面塑性理論⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾に基づいて降伏曲面の外側に限界曲面を導入すると、限界曲面内部における降伏曲面の移動は非線形移動硬化を表現し、限界曲面の発達は材料の繰返し硬化を表す。

材料の繰返し硬化は、通常、繰返し数の増加とともに飽和し、しかもその飽和状態は繰返し範囲に依存する。この現象を記述するため、式(1)の繰返し非硬化領域の内側で生じた塑性ひずみ増分は材料の繰返し硬化に寄与しないと仮定すると、限界曲面の半径 x^* と中心 η^* の変化は式(4)の Γ を用いて次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} x^* &= x^*(q, T) \\ \dot{q} &= \Gamma\dot{\epsilon}^p \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\dot{\eta}^* = (2/3)[H_1 + (1 - \Gamma)H_2]\dot{\epsilon}^p \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 q は等方硬化変数を示し、また H_1 と H_2 は4・1節で議論されるように温度非依存の材料パラメータである。なお等方硬化発展式(5)の第2式は、6章において、5章の検討結果に基づいて拡張される。また式(6)では、 η^* の回復項⁽⁷⁾⁽⁸⁾は、簡単のため考慮されていない。

降伏曲面は、等温条件下では簡単のため大きさ一定で移動だけすると仮定すれば、降伏曲面およびその移動の式は次のように書ける。

$$f = (3/2)(s - \eta) : (s - \eta) - x^2 = 0, \quad x = x_0(T) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\dot{\eta} = A(T)[(2/3)(x^* - x)\dot{\epsilon}^p - (\eta - \eta^*)\dot{\epsilon}^p] + \frac{\partial x^* / \partial T - \partial x / \partial T}{x^* - x} \dot{T}(\eta - \eta^*) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで s は応力テンソル σ の偏差成分を示す。また、 η と $x (= x_0)$ は降伏曲面の中心と半径であり、 x_0 は温度 T のみの関数である。さらに A は、 σ - ϵ ヒステリシスループにおける降伏点後の丸みの程度を規定する材料パラメータである。なお式(8)の右辺第2項は、温度変動に伴う項である(付録参照)。

このとき、降伏曲面への $\dot{\epsilon}^p$ の法線性を仮定するとともに、適応条件式 $\dot{f} = 0$ と式(7)および(8)を用い、さらに $\nu^f = (\partial f / \partial \sigma) / \|\partial f / \partial \sigma\|$ と定義すると、 $\dot{\epsilon}^p$ は

$$\dot{\epsilon}^p = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{E^p} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \nu^f : \dot{s} - \Lambda \dot{T} \right) \nu^f \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$E^p = A[x^* - x - \sqrt{3/2}\nu^f : (\eta - \eta^*)] \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\Lambda = \frac{\partial x}{\partial T} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\partial x^* / \partial T - \partial x / \partial T}{x^* - x} \nu^f : (\eta - \eta^*) \quad \dots\dots\dots (11)$$

と表される。なお降伏条件は次式である。

$$f = 0 \text{ and } \sqrt{3/2}\nu^f : \dot{s} - \Lambda \dot{T} > 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

一方弾性ひずみ成分 ϵ^e は、Hookeの法則を仮定すれば、ヤング率 E とポアソン比 ν によって

$$\epsilon^e = [(1 + \nu)/E]\sigma - (\nu/E)\sigma_{kk}I \quad \dots\dots\dots (13)$$

と表される。ここで I は2階の単位テンソルを示す。

3. 等温下の単調および繰返し応力ひずみ曲線

等温条件下での単調および繰返し応力ひずみ曲線の解析的表示は材料パラメータの決定を極めて容易にするが、後者については文献(7)および(8)でも報告されていない。そこで本章では、これらの表示を導く。

まず、限界曲面半径 x^* の等温下での関数形 $x^*(q)$ を

$$x^*(q) = x_0^*[1 + Lq/(mx_0^*)]^m \quad \dots\dots\dots (14\cdot a)$$

と選ぶ⁽⁷⁾⁽⁸⁾。ここで x_0^*, L, m は、材料パラメータである。上式は、 q の値が十分に小さいとき、あるいは十分に大きいとき、次のように近似できる。

$$x^*(q) \approx x_0^* + Lq \quad \text{if } q \ll mx_0^*/L \quad \dots\dots\dots (14\cdot b)$$

$$x^*(q) \approx (x_0^*)^{1-m}(L/m)^m q^m \quad \text{if } q \gg mx_0^*/L \quad \dots\dots\dots (14\cdot c)$$

単軸引張変形では、 ϵ^p は面 $g=0$ 上にあるから、式(4)は $\Gamma=1$ に帰着する。したがって等温の場合、式

(5)の第2式, 式(6)および式(8)は, それぞれ

$$q = \epsilon^p \dots\dots\dots (15)$$

$$\eta^* = H_1 \epsilon^p \dots\dots\dots (16)$$

$$d\eta/d\epsilon^p = A[x^* - x_0 - (\eta - \eta^*)] \dots\dots\dots (17)$$

となる。ここで η^* と η は, それぞれ η^*, η の軸方向成分の 3/2 倍に等しい。この結果, 単軸引張りにおける応力 σ と塑性ひずみ ϵ^p の関係式は, 式(14・b), (15), (16)を考慮して式(17)を積分し, さらに式(7), すなわち式 $\sigma = \eta + x_0$ を用いれば, 次のように求められる。

$$\sigma = x_0 + (H_1 + L)\epsilon^p + [x_0^* - x_0 - (H_1 + L)/A] \times [1 - \exp(-A\epsilon^p)] \dots\dots\dots (18)$$

次に, 平均ひずみ零の一定ひずみ範囲等温繰返し変形で繰返し硬化の飽和した状態を考える。この状態では, ϵ^p は領域 $g \leq 0$ の内部だけを動き, 式(4)の Γ は常に値零を取るから⁽⁷⁾⁽⁸⁾, 式(6)は

$$\left. \begin{aligned} \eta^* &= H\epsilon^p \\ H &= H_1 + H_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

となる。また式(8)は, 引張過程 ($\dot{\epsilon}^p > 0$) では

$$d\eta/d\epsilon^p = A[x_s^* - x_0 - (\eta - \eta^*)] \dots\dots\dots (20)$$

の形となる。上式の x_s^* は, q の飽和値 q_s に関する x^* の値を示し, 繰返し硬化飽和状態での塑性ひずみ範囲 $\Delta\epsilon_s^p$ によって次のように表される [文献(7), (8)の付録参照]。

$$x_s^* = x^*(q_s) = x_0^* [1 + Lq_s / (mx_0^*)]^m \dots\dots\dots (21)$$

$$q_s = \int_0^{p_s} (1/c) dp = (1/c) \Delta\epsilon_s^p / 2 \dots\dots\dots (22)$$

ここで添字 s は, 繰返し硬化の飽和状態を示す。式(19)を式(20)に代入後, 式(20)を積分すれば, $\sigma - \epsilon^p$ ヒステリシスループの飽和状態での形状 (図1) の表示式が

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= 2x_0 + H\bar{\epsilon}^p + (x_s^* - H\Delta\epsilon_s^p/2 + \Delta\sigma_s/2 \\ &\quad - 2x_0 - H/A)[1 - \exp(-A\bar{\epsilon}^p)] \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

と求められる。上式の $\bar{\sigma}$ と $\bar{\epsilon}^p$ は, 圧縮側ピークから測った応力および塑性ひずみであり (図1), σ, ϵ^p と

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma} &= \sigma + \Delta\sigma_s/2 = \eta + x_0 + \Delta\sigma_s/2 \\ \bar{\epsilon}^p &= \epsilon^p + \Delta\epsilon_s^p/2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

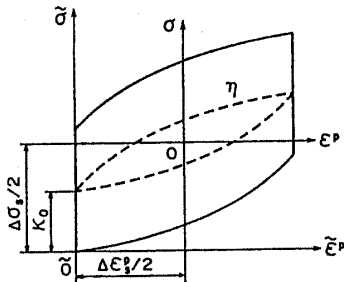


図1 $\sigma - \epsilon^p$ ヒステリシスループ (繰返し硬化飽和状態)

の関係にある。式(23)において $\bar{\sigma} = \Delta\sigma_s$, $\bar{\epsilon}^p = \Delta\epsilon_s^p$ と置けば, $\Delta\sigma_s$ と $\Delta\epsilon_s^p$ の関係式が次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta\sigma_s}{2} &= \frac{2x_0 + H\Delta\epsilon_s^p + G(\Delta\epsilon_s^p)[1 - \exp(-A\Delta\epsilon_s^p)]}{1 + \exp(-A\Delta\epsilon_s^p)} \\ G(\Delta\epsilon_s^p) &= x_s^* - H\Delta\epsilon_s^p/2 - 2x_0 - H/A \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

4. 材料パラメータの決定

4.1 材料パラメータ決定に際しての注意 x^* の等温下での関数形 $x^*(q)$ を式(14・a)のように選んだ場合, 塑性変形に関する材料パラメータは次の8個である。

$$\left. \begin{aligned} x_0, A & \text{ (降伏曲面)} \\ x_0^*, L, m, H_1, H_2 & \text{ (限界曲面)} \\ c & \text{ (領域 } g \leq 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

これらの材料パラメータは一般に温度に依存すると考えられる。しかし, 限界曲面の移動を規定する係数 H_1, H_2 については, これらを温度依存とすると例えば次のような不都合が生じるから, 温度非依存とする。すなわち, 温度と塑性ひずみが図2に示す経路に沿って繰返し変化し, H_1 と H_2 の値は温度が低いほど大きいとする。図2のサイクルでは, 引張変形 ($\dot{\epsilon}^p > 0$) は圧縮変形 ($\dot{\epsilon}^p < 0$) に比べて相対的に低温のもとで生じている。この結果, 限界曲面の移動の式(6)を図2のループに沿って積分すれば, 限界曲面の中心は引張側へ毎サイクル移動することになり, 不自然である。なお, 線形移動硬化を仮定した場合にも同様な問題が生じる。

文献(7), (8)では, 等温変形だけを考え, $H_2 = \partial x^* / \partial q$ と規定している。しかしこのとき, $x^*(q, T)$ を等方硬化変数 q に依存する部分と温度 T に依存する部分の単純な和として表さない限り, $H_2 = \partial x^* / \partial q$ は温度に依存し, 上述のような不都合が生じる。そこで温度変化を扱う本研究では, H_2 は, 式(23)が繰返し硬化飽和状態での $\sigma - \epsilon$ ヒステリシスループの実験形状を最もよく表すように決定する。

4.2 SUS304 に対する材料パラメータの決定

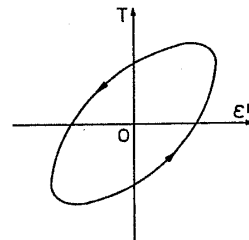


図2 温度と塑性ひずみのサイクル

4.1節で述べた注意を考慮して、2章の構成式の材料パラメータをSUS 304の等温試験結果(室温, 200, 300, 400, 500, 550, 600°C)⁽⁹⁾に対して決定した。なお、この試験のひずみ速度は0.1%/sで一定であり、また材料はJIS 4304に従って固溶化熱処理されている。

4.2.1 550°Cでの材料パラメータの決定 材料パラメータの決定は、まず550°Cに対して行った。以下にその手順を示す。

(1) L : 最初に、次に述べる式(27)により L の値を推測した(図3)。本構成式では、材料の繰返し硬化は、限界曲面の膨脹、すなわち x^* の変化によって表

現されるから、 $x^*(q)$ が式(14・b)のように線形化できる範囲の q に対しては、次式が成り立つ。

$$q_{\text{peak}}^{(2)} - q_{\text{peak}}^{(1)} \approx 2L\Delta\epsilon^p \dots\dots\dots (27)$$

ここで、 $q_{\text{peak}}^{(i)}$ は第 i サイクルでの引張側ピーク応力を示し、また上式の誘導に際しては、領域 $g \leq 0$ の十分に未発達の際の関係式 $q \approx \epsilon^p$ (式(15)参照)を用いた。

(2) c : 次に、 N_s (一定ひずみ範囲繰返し変形で繰返し硬化の飽和する繰返し数)の実験データから、領域 $g \leq 0$ の発達速度係数 c を見積もった。すなわち、図6に示すひずみ範囲 $\Delta\epsilon = 1.05\%$ (550°C)の実験結果では、 $N_s \approx 100$ である。この N_s の値は、550°Cでの他のひずみ範囲の実験データに対しても対数スケールで見てもほぼ妥当である。そこで、 $\Delta\epsilon^p$ —一定条件下での等方硬化変数 q の発達を表す次式⁽⁸⁾

$$q \approx [\Delta\epsilon^p / (2c)] [1 - \exp(-4cN)] \dots\dots\dots (28)$$

を用いて、550°Cでの c の値を見積もった($c \approx 1/N_s$)。なお c の値が小さいほど、上式あるいは式(22)からわかるように、繰返し硬化の程度は大きくなる。

(3) x_0^* , $H_1 + L$, x_0 , A : 式(18)が図4(c)に示す単軸引張 σ - ϵ 曲線の実験データにフィットするよ

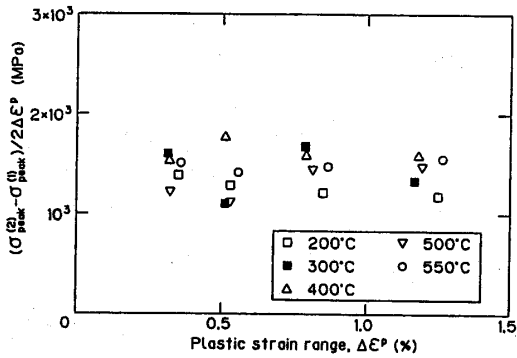
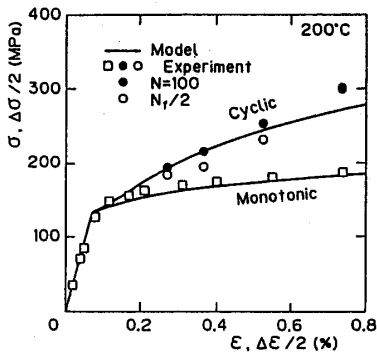
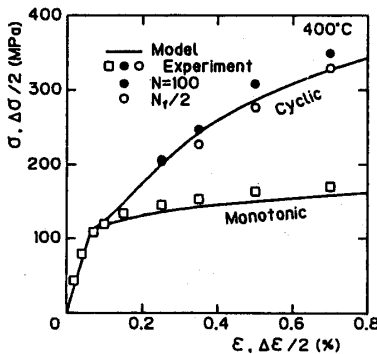


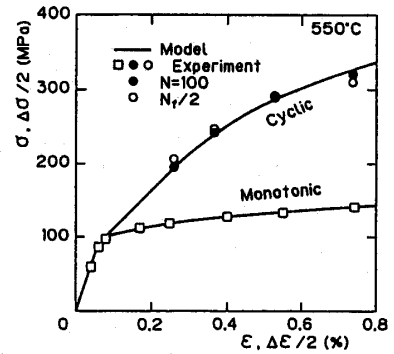
図3 第1サイクルから第2サイクルへの硬化率



(a) 200°C



(b) 400°C



(c) 550°C

図4 単調および繰返し応力ひずみ曲線

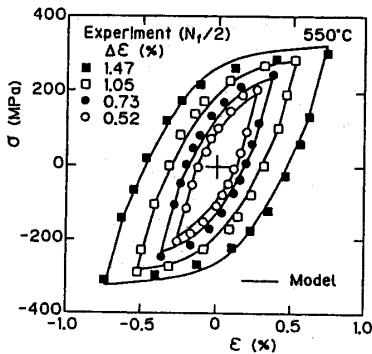


図5 応力ひずみヒステリシスループ(550°C, 飽和状態)

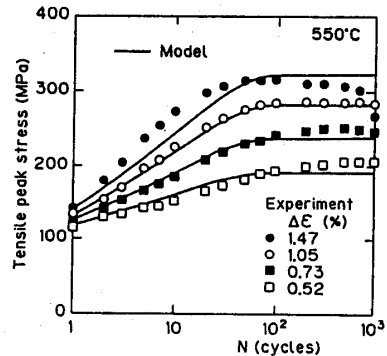


図6 引張ピーク応力の繰返し数に伴う変化(550°C)

うに, x_0^* , H_1+L , x_0 , A を求めた。ただし A の値は, これによつては正確に決定できないため, 次の手順 (4) で σ - ϵ ヒステリシスループ形状の実験データから定め直した。

(4) m , A , H_2 : m は, $\Delta\sigma_s/2-\Delta\epsilon_s^p/2$ 曲線の式 (25) が図 4 (c) の実験データに最もフィットするように定め, また A と H_2 は, 飽和状態での σ - ϵ^p ヒステリシスループの式 (23) が図 5 の実験結果を最もよく表すように決定した。なおこれらの図で, N_f は破断繰返し数である。

(5) L : 以上ですべての材料パラメータが一応決定されたので, 2章の構成式によりひずみ範囲一定繰返し変形を計算し, 繰返し数に伴うピーク応力の変化を図 6 の実験結果と比較することにより, L の値を修正した。

(6) 以上の手順 (2)~(5) を, 計算結果が実験結果と比べて満足なものとなるよう数回繰返した。

4.2.2 他の温度での材料パラメータの決定

(1) H_1 , H_2 : 4.1 節で検討したように, 限界曲面の移動硬化係数 H_1 , H_2 は温度非依存とし, 550°C で定められた値を他の温度に対しても用いた。

(2) L , m : 各温度での単軸引張 σ - ϵ 曲線⁽⁹⁾ を比

べると, $\epsilon^p > 0.2\%$ での接線係数は温度によってほとんど変化しない [図 4 (a)~(c) 参照]。また, 第 1 サイクルから第 2 サイクルへの硬化率 $(\sigma_{peak}^{(2)} - \sigma_{peak}^{(1)}) / (2\Delta\epsilon^p)$ に関しても, 図 3 からわかるように目だつた温度依存性はない。したがって, 式 (14) の等方硬化係数 L は温度非依存とした。また簡単のため, この式の指数 m も温度非依存と仮定した。

(3) $x_0^*(T)$, $x_0(T)$: 限界曲面半径の初期値 x_0^* は, 式 (18) からわかるように, 単軸引張 σ - ϵ 曲線を 2 直線近似したときの初期降伏応力として解釈できるから, $x_0^*(T)$ は 0.2% 耐力の実験値を参考にして決めた。この結果 $x_0^*(T)$ は, 200°C < T < 600°C では線形近似できた (図 7 の破線)。また初期降伏応力 $x_0(T)$ は, 便宜的に $x_0(T) = ax_0^*(T)$ (a = 一定) として, a を 550°C での x_0^* と x_0 の値から定めた。

(4) $c(T)$, $A(T)$: c , A の各温度での値は, それぞれ, $\Delta\sigma_s/2-\Delta\epsilon_s^p/2$ 関係式 (25) および繰返し硬化飽和状態での σ - ϵ^p ヒステリシスループの式 (23) が対応する実験結果を最もよく表すように決定した。この結果 c は, 5章で検討するように, 顕著に温度に依存した。なお, 決定された $c(T)$ から繰返し硬化の飽和に要する繰返し数 $N_s(T) [\approx 1/c(T)]$ を計算したところ,

表 1 材料パラメータ

T (°C)	R.T.	200	300	400	500	550	600
$E/10^5$ (MPa)	1.94	1.84	1.76	1.69	1.59	1.54	1.49
κ_0 (MPa)	212	133	123	113	103	98	93
A				700			
κ_0^* (MPa)	265	167	154	141	128	123	117
L (MPa)				1960			
m				.25			
H_1 (MPa)				1760			
H_2 (MPa)				1960			
c	.08	.06	.023	.012	.008	.008	.0085

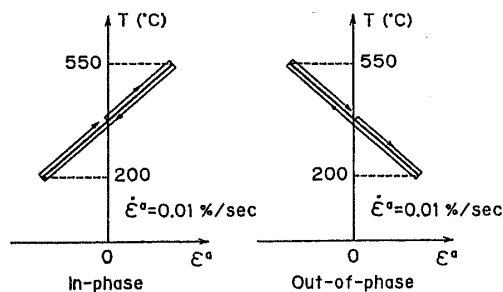


図 8 温度・ひずみ制御繰返し変形: 温度と非熱ひずみの同位相および逆位相繰返し変化

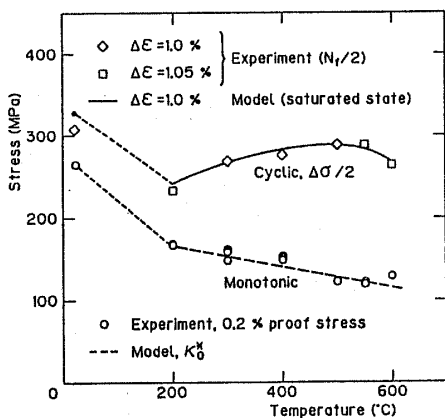


図 7 0.2%耐力と応力振幅 ($\Delta\epsilon = 1.0\%$) の温度依存性

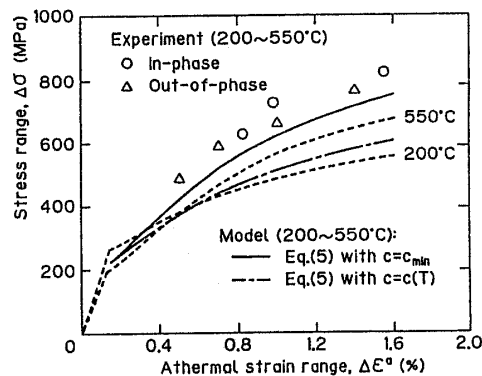


図 9 $\Delta\sigma$ - $\Delta\epsilon^a$ 曲線 ($N_f/2$)

ほぼ実験結果の傾向をとらえていた。一方 A に関しては、 550°C の A の値が他の温度の σ - ε ヒステリシスループの形状も精度よく記述した。

4.3 シミュレーション結果 決定された材料パラメータの値を表1に示す。結局、塑性変形に関する材料パラメータで温度依存となったのは、 x_0^* , x_0 および c の3個である。表1の材料パラメータによる等温変形のシミュレーション結果のいくつかを、 550°C の結果を主として図4~7に示す。なお図7は、0.2%耐力および $\Delta\varepsilon=1.0\%$ の繰返し変形における応力振幅飽和値に関して、温度 T を横軸にとってシミュレーション精度をまとめた図である。

5. 温度・ひずみ制御繰返し変形の解析

温度 T と非熱ひずみ ε^a が図8のように同位相あるいは逆位相で繰返し変化する場合（以後、温度・ひずみ制御繰返し変形と呼ぶ）を、2章の構成式と表1の材料パラメータ値を用いて解析した。図9~11は、その計算結果と対応する実験結果⁽¹⁾の比較である。

これらの結果の比較・検討を行う前に、まず材料パラメータ値の温度依存性について検討する。塑性変形に関する温度依存の材料パラメータは、すでに述べたように、 x_0^* , x_0 および c である。 x_0^* および x_0 の値が温度の増加に伴って減少するのは（表1）、温度が高いほど単調負荷のもとでの降伏応力が小さいからである。換言すれば、 x_0^* および x_0 の温度依存性は、材料の内部状態が同じであれば、温度の高いほど塑性変形抵抗が小さくなることを表す。

一方 c は、室温 $< T < 550^{\circ}\text{C}$ の温度範囲では、温度の増加に伴って小さくなり、 $500\sim 550^{\circ}\text{C}$ で最小である（表1）。これは次の理由による。図7の実験結果を見ると、0.2%耐力と $\Delta\sigma_s/2$ の差から明らかなように、室温 $< T < 550^{\circ}\text{C}$ の温度範囲では温度の高いほど繰返し硬化が顕著である。一方2章の構成式では、 c の値が減少すると、領域 $g \leq 0$ の発達速度は小さくなるため、より大きな量の塑性ひずみが繰返し硬化の飽和に寄与し、式(22)に示されるように等方硬化変数の飽和値は大きくなる。この結果 c は、上に述べたような温度依存性を有することになる。つまり c の温度依存性は、繰返し硬化が高温でより著しいことに対応する。

さて図8の繰返し変形では、ひずみとともに温度も $200\sim 550^{\circ}\text{C}$ の範囲で繰返し変化する。このような場

合、材料の内部状態変化は低温側に比べて高温側でより顕著に進行し、しかも高温側で生じた内部状態変化が低温側で大きく回復するとは考えられない。したがって図8の繰返し変形では、内部状態変化はもっぱら高温側での機構^{**1}に支配されると仮定できる。この仮定の妥当性は、図8の温度・ひずみ制御繰返し試験における $\Delta\varepsilon$ - N_f 関係が 550°C の等温試験における $\Delta\varepsilon$ - N_f 関係にほぼ等しい⁽¹⁾ことから裏付けされる。この結果、図8の温度・ひずみ制御繰返し変形の解析に対しては、材料パラメータ c の値を、この問題における温度範囲での最小値 c_{\min} に等しくとるのが適当であることになる。そこで解析は、次の2とおりを行った。

- (1) 上に述べたように $c=c_{\min}$ を仮定した場合。
- (2) 表1の $c=c(T)$ をそのまま仮定した場合。

なお、温度依存の材料パラメータについては、表1に示す隣合う値の間では温度とともに線形に変化するとした。

まず、応力範囲に関する図9を見ると、 $c=c_{\min}$ を仮定した解析結果は実験結果とかなりよく一致していることがわかる。これに対して、表1の $c=c(T)$ に基づく解析結果は、 550°C および 200°C での等温試験結

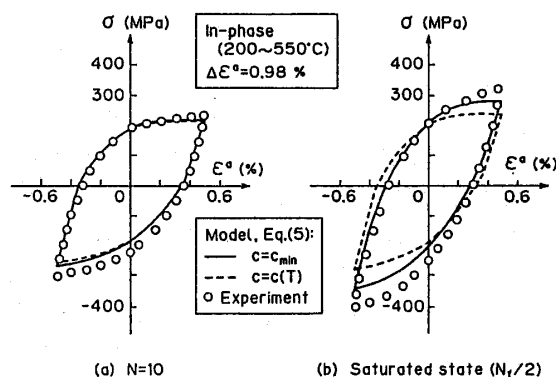


図10 σ - ε^a ヒステリシスループ ($\Delta\varepsilon^a=0.98\%$)

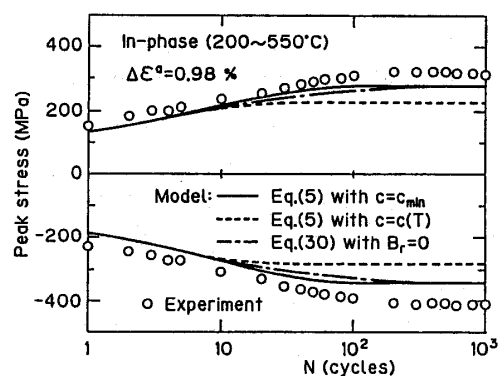


図11 ピーク応力の繰返し数に伴う変化 ($\Delta\varepsilon^a=0.98\%$)

^{**1} SUS 316 の微視的観察⁽⁴⁾によると、室温および 650°C での等温繰返し変形では、 650°C のほうがセル構造の形成が極めて著しい。

果の中間にあり、実験結果との一致は悪い。なお、 $c = c_{min}$ を仮定した解析結果でも応力範囲は実験結果に比べて少し小さめであり、温度サイクルに伴うさらに付加的な材料硬化があるように思われる。

次に図 10(a) と図 10(b) は、 $\sigma - \epsilon^a$ ヒステリシスループの形状に関する計算結果と実験結果の比較の一例 ($\Delta \epsilon^a = 0.98\%$, T と ϵ^a の変化は同位相) であり、10 サイクルめと飽和状態が示されている。また図 11 は、この繰返し変形におけるピーク応力の変化を示す。これらの図において、 $c = c_{min}$ の解析は、飽和状態ではすでに述べたように実験結果より少し小さめの応力範囲を与えているが、この解析結果は $c = c(T)$ に基づく結果に比べればかなり実験結果に近い。

このように $c = c_{min}$ の仮定はほぼ満足な結果を与える。そこで、 $c = c_{min}$ の解析結果についてもう少し詳しく考察する。この解析では、 c は一定であるから式(22)を用いることにより、等方硬化変数 q の飽和値は

$$q_s = \rho_s / c_{min} = \Delta \epsilon_s^a / (2c_{min}) \dots\dots\dots (29)$$

と表される。ところで、温度 T が $200 \sim 550^\circ\text{C}$ の範囲で変化する場合、 $c(T)$ は $500 \sim 550^\circ\text{C}$ で最小となるから (表 1 参照)、式(29)の q_s は 550°C での等温繰返し変形における q_s にほかならない。つまり図 10(b) で、 $c = c_{min}$ の解析による高温側ピーク応力の値は、 $T = 550^\circ\text{C}$ での等温繰返し変形におけるピーク応力値に等しい。

この q_s の値は低温側でも変わらないが、 x^* は温度の減少とともに増加する。したがって、材料の等方的塑性変形抵抗を表す限界曲面半径 x^* は、式(14・b)あるいは式(14・c)からわかるように低温側ピークでより大きくなる。この結果、 $c = c_{min}$ に基づく解析結果では、低温側ピーク応力値が高温側ピーク応力値の約 1.25 倍となり (図 10)、したがって応力範囲は、 $T = 550^\circ\text{C}$ で一定の場合の結果より大きくなる (図 9)。

6. 等方硬化発展式の拡張

5章では、温度・ひずみ制御繰返し変形における内部状態変化はもっぱら高温側での機構に支配されるという仮定、すなわち $c = c_{min}$ に基づく解析の妥当性を示した。しかし、温度が不規則に変化する一般の場合に対しては、もはや $c = c_{min}$ の仮定を用いることはできないから、このような仮定を等方硬化変数の発展式に表現しなければならない。

等方硬化発展式(5)の第2式では、式(4)の Γ が $0 \leq \Gamma \leq 1$ を満足するから、 $\dot{q} \leq \dot{\epsilon}^p$ が成り立つ。これは、累積塑性ひずみ増分あるいはその一部が等方硬化の発

達に寄与するという考えに基づく。 $\dot{q} \leq \dot{\epsilon}^p$ を満足し、かつ「内部状態変化は高温側での機構に支配される」という仮定を表現できるような、式(5)の第2式の拡張としては、次式

$$\dot{q} = \Gamma \dot{\epsilon}^p + B(1 - \Gamma) \left(1 - \frac{q}{\rho/c(T)} \right) \dot{\epsilon}^p \dots\dots (30)$$

$$B = \begin{cases} 1, & 1 - q/[\rho/c(T)] > 0 \\ B_r, & 1 - q/[\rho/c(T)] \leq 0 \end{cases} \dots\dots\dots (31)$$

が考えられる。ここで、 $0 \leq B_r \leq 1$ である。上式によると、 q は次のように変化する。まず等温の場合には、 c は変化しないから、式(30)の右辺第1項を式(2)により ρ/c と表すと $q = \rho/c$ が成り立つことがわかる。すなわちこの場合には、式(30)の右辺第2項は常に零となり、式(30)は式(5)の第2式に帰着する。次に、温度変動に伴って c が減少し、 $q < \rho/c(T)$ となれば、 q は式(30)の右辺第2項によって $\rho/c(T)$ に近づくように増加する。一方、温度変動に伴って c が増加し、 $q > \rho/c(T)$ となった場合には、 q の変化は B_r の値に依存する。すなわち、 $B_r > 0$ の場合には、 q は式(30)の右辺第2項によって減少(すなわち回復)するが、 $B_r = 0$ の場合には、このような回復は生じない。

したがって、 $B_r = 0$ と置いた式(30)を図 8 の温度・

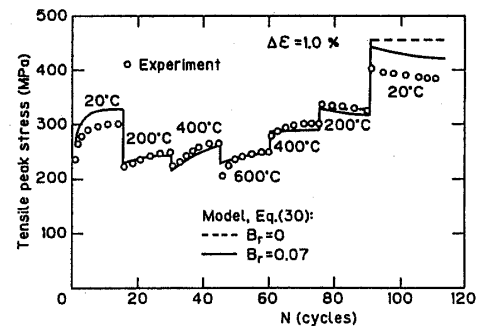


図 12 温度の階段的变化を伴う繰返し変形(I) (実験結果：新津・池上⁽²⁾)

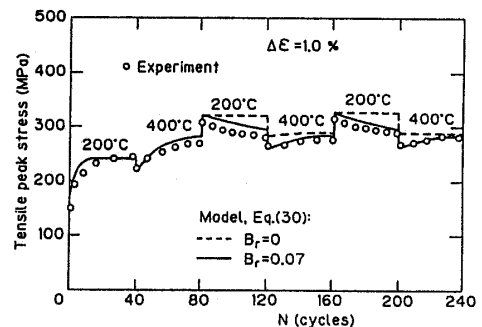


図 13 温度の階段的变化を伴う繰返し変形(II) (実験結果：新津・池上⁽²⁾)

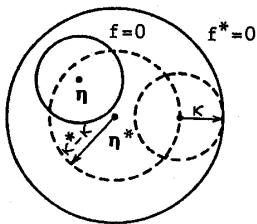


図 14 降伏曲面と限界曲面の位置関係

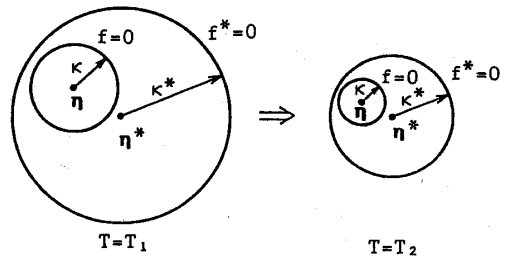


図 15 温度変化に伴う降伏曲面の変化

ひずみ制御繰返し変形に適用すると、式(29)の q_s が q の飽和値となり、 $c=c_{min}$ を仮定した場合と同じ q_s が得られる (図 11 の一点鎖線)。

式(30)による解析例を図 12, 13 に示す。これらの解析では、ある繰返し数ごとに温度が段階的に変化している。図 12, 13 中の実験結果は SUS 304 に対する新津・池上⁽²⁾の結果であり、実験でのひずみ速度は $\dot{\epsilon}=0.2\%/s$ で一定である。図 12, 13 を見ると、解析結果と実験結果はかなりの精度で一致しており、したがって式(30)は妥当であると考えられる。特に $B_r=0.07$ の解析では、すでに述べたように $q > \rho/c(T)$ となると q は回復するから、ピーク応力が等温の場合の飽和値よりも大きいときには、ピーク応力の回復が表される。この結果 $B_r=0.07$ の解析結果は、 $B_r=0$ の解析結果より実験結果との一致がよい。しかし $B_r=0.07$ の値は、図 12, 13 の解析結果が実験結果にあうように定めた値であり、 B_r を 4 章で述べた等温試験結果だけから決定することはできない。

なお、新津・池上⁽¹⁾の試験片材料は 4 章で材料パラメータを決定したものとはヒートが異なるだけでなく、試験片は加工後に再熱処理 (1050°C の真空中で 30 min 固溶化熱処理後、炉から取り出し空冷) されている。図 12, 13 において本解析結果と実験結果に若干の違いが見られるのは主にこれらの理由によると思われる。

7. 結 言

本研究では、SUS 304 の温度変動下での繰返し塑性変形を構成式の定式化の観点から検討した。検討した温度変動範囲は室温~600°C であり、また用いた構成式は繰返し非硬化領域に基づくモデルである。得られた主な結論を以下に示す。

(1) ひずみとともに温度も繰返し変化する温度・ひずみ制御繰返し変形では、内部状態変化はもっぱら高温側での機構に支配されると仮定でき、この仮定は、繰返し硬化量の大きさを規定する材料パラメータ c を高温側での値に等しくとることにより表現される。

(2) このような仮定は、さらに一般的な温度変動

に対しては、式(30)のような等方硬化発展式によって表し得る。

なお本研究では、室温~600°C において比較的ひずみ速度の大きい場合 ($\dot{\epsilon}=0.01\sim 0.2\%/s$) だけを扱い、粘性の効果を特に考慮しなかった。しかし一般には、粘性の効果は無視できず、本塑性構成式のほかにクリープ構成式を考えるか、あるいは本構成式を統一形に拡張する必要がある。ただし、このような場合にも、上述の結論(1)および(2)は有効な示唆となり得る。

最後に、本研究に対してゆき届いたご検討をいただいた名古屋大学工学部の村上澄男教授に深く感謝する。なお、本研究で用いた試験データの一部は、電力中央研究所が(株)日立製作所、(株)東芝および三菱重工業(株)と共同で実施した「非弾性解析法の高速炉への適用に関する研究」で得られたものである。

付 録

2 章の構成式では、応力ひずみ曲線の丸みは二曲面モデル⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾によって表現されているが、このモデルは、温度変化のある場合へはまだ拡張されていない。本付録では、このような拡張、すなわち式(8)の右辺第 2 項の誘導について述べる。

二曲面モデルでは、降伏曲面 $f=0$ は限界曲面 $f^*=0$ の内部で移動・膨張すると仮定されるから、式

$$0 \leq \sqrt{3/2} \|\eta - \eta^*\| / (x^* - x) \leq 1 \dots \dots \dots (32)$$

が成り立つ(図 14)。限界曲面と降伏曲面が、温度 T の変化によって膨張・収縮するときにも、上式が満足されなければならない。この結果、図 15 に示すように、 $T=T_1$ から $T=T_2$ への温度変化に伴って限界曲面が収縮するとき、降伏曲面の中心 η は変化することになる。このような η の変化を表す式を、以下において導く。なお η の変化は、塑性ひずみの変化によっても生じるが、ここでは温度変化だけに伴う η の変化を求めるため、 T_1 から T_2 への温度変化の間、塑性ひずみ状態は変わらないとする。このとき、限界曲面の中心の位置も変わらない。すなわち、

$$\eta^*(T_1) = \eta^*(T_2) \dots\dots\dots (33)$$

$T = T_1$ で式(32)が満足されているとする。このとき、 $T = T_2$ でも式(32)が恒等的に成立するように、 $\eta(T_2)$ を次式のような相似条件により規定するのが便利である。

$$\frac{\eta(T_1) - \eta^*(T_1)}{x^*(T_1) - x(T_1)} = \frac{\eta(T_2) - \eta^*(T_2)}{x^*(T_2) - x(T_2)} \dots\dots\dots (34)$$

上式から、式(33)を考慮して $\delta\eta = \eta(T_2) - \eta(T_1)$ を求めると、次のようになる。

$$\delta\eta = \frac{\delta x^* - \delta x}{x^*(T_1) - x(T_1)} \{ \eta(T_1) - \eta^*(T_1) \} \dots\dots (35)$$

ここで $\delta x^* = x^*(T_2) - x^*(T_1)$ 、 $\delta x = x(T_2) - x(T_1)$ である。式(35)を微分形で表示すれば、式(8)の右辺第2項となる。

文 献

- (1) FBR プロジェクトチーム, 研究報告: A 86001, (昭 61), IV章, 電力中央研究所.
- (2) 新津・池上, 機論, 52-478, A (昭 61), 1621.
- (3) 村上・ほか 2 名, 本論文集 1131 ページ.
- (4) 越知・ほか 2 名, 材料, 36-402 (昭 62), 261.
- (5) 瀬川・ほか 2 名, 日本材料学会第 24 回高温強度シンポジウム前刷集, (昭 61), 1.
- (6) Benallal, A. and Ben Cheikh, A. (Desai, C. S., ほか 3 名編), *Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Application*, 1 (1987), 667, Elsevier.
- (7) 大野・ほか 2 名, 機論, 51-470, A (昭 60), 2349.
- (8) Ohno, N. and Kachi, Y., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 53-2 (1986), 395.
- (9) FBR 実証炉プロジェクトグループ, 研究報告: A 85003, (昭 60), IV章, 電力中央研究所.
- (10) Krieg, R. D., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 42-3 (1975), 641.
- (11) Dafalias, Y. F. and Popov, E. P., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 43-4 (1976), 645.
- (12) 岩田, 原子力工業, 32-12 (昭 61), 60.

討 論

〔質問〕 吉田 総 仁〔広島大学工学部〕

複雑な温度変動下の繰返し塑性変形挙動を精度良く記述されたことに敬意を表す。

(1) 貴論文では、ひずみ制御繰返し変形では「内部状態変化はもっぱら高温側での機構で支配される」と結論されている。ここでいう「内部状態変化」とは具体的にどのような物理的状态の変化をさすのか。

(2) 貴モデルの特徴は、内部状態変化を繰返し非硬化領域 g を通して表現し、温度変化を伴う場合の g の発展式を具体的に与えたことと理解してよろしいか。

〔回答〕 (1) 繰返し硬化に関係する主要な内部状態変化としては、セル構造の形成が考えられる。オーステナイト系ステンレス鋼では、繰返し変形下のセル構造形成は、高温でより顕著のようである (1145 ページの脚注参照)。

本論文では、繰返し硬化の温度依存性を表すための材料パラメータとして非硬化領域の発達速度係数 $c(T)$ を考えているが、この $c(T)$ がセル構造形成の温度依存性に対応していると考えている。

(2) 本構成式の特徴のうち、この論文で明らかとなったことは、ご指摘いただいたとおりである。ただし、SUS304 の温度変動下の繰返し変形を構成式の定式化の観点から検討し、このような繰返し変形における内部状態変化が高温側での機構に支配されるという

仮定の妥当性を示したのは、本論文が最初であると思う。またこの知見は、他の構成式により温度変動下の繰返し塑性変形を検討する際にも有効であると考えられる。

〔質問〕 岩田 耕 司〔動力炉・核燃料開発事業団〕

温度依存の実用的な繰返し塑性構成式を提示されたことに敬意を表す。材料パラメータ決定に関して、二、三質問させていただく。

(1) 材料パラメータ H_2 と L は互いに独立であるとしているが、表 1 では同一値となっている。これは同一である (独立でない) と仮定したことによるのか、結果として一致したのか。本モデルでは、単調および繰返し応力ひずみ関係の硬化係数はそれぞれ $H_1 + L$ および $H_1 + H_2$ に漸近する。従来の実験データでは後者のほうが大きい値をとると考えられるが、今回使用したデータでは、この点どうだったのか。

(2) 各材料パラメータに温度依存性を持たせるか否かを決める出発点が、 H_1 , H_2 の温度非依存の仮定にあるように見受けられる。論文中に指摘しておられる温度依存性を持たせた場合の不都合は、事実と反する重要なポイントとなるのか。

(3) 材料パラメータの温度依存性は、 x_0 , x_0^* , c にしか持たせていない。このうち x_0 と x_0^* は繰返し特性の表現には直接関係がなく、 c の値だけで $\Delta\sigma_s - \Delta\epsilon_s^p$ 関係を満足させる [4・2・2 項(5)], と同時に、繰返し

硬化特性をも表そうとしている。このため、 c の物理的意味合い [4・2・1 項(2) のような] が薄くなっているように思うが、いかがか。例えば、表 1 の c の値によると、500°C で繰返し硬化が飽和するのは 100 回程度 (図 6) であるのに対して、200°C では 15 回程度となる。このような温度依存性は実験データと対応するのか。500°C 以下で図 6 と同様の比較をされておられるか。

〔回答〕 (1) H_2 と L の決定方法は 4・2 節で述べたとおりであり、両者の値はその結果として一致した。

次に、単調応力ひずみ関係および繰返し応力ひずみヒステリシスループの硬化係数の漸近値についてお答えする。今回の実験データによると、両者は繰返し数の少ない間はほぼ同じ値をとるが、繰返し数が大きくなると、ご指摘のように後者のほうが大きい値を取る。ただしこの違いは、ひずみ範囲が小さい場合には顕著であるが、ひずみ範囲が大きいときには目立たない。このため本モデルにおいて、 $H_1 + H_2$ (ひずみ範囲の十分に大きいときの繰返し変形における硬化係数の漸近値) が $H_1 + L$ (単調変形における硬化係数の漸近値) に等しくても、応力ひずみヒステリシスループはかなりの精度でシミュレートされる (図 5 参照)。

なお本モデルにおいて、 $H_2 > L$ と選んでも特に問題はない。

(2) H_1 , H_2 に大きな温度依存性があり、しかも T と ϵ^p が例えば図 2 のような顕著なヒステリシスループを描けば、4・1 節で述べた不都合は事実と反する切実な問題となる。したがって H_1 と H_2 の温度依存性は、一般に避けるべきであると考えらる。

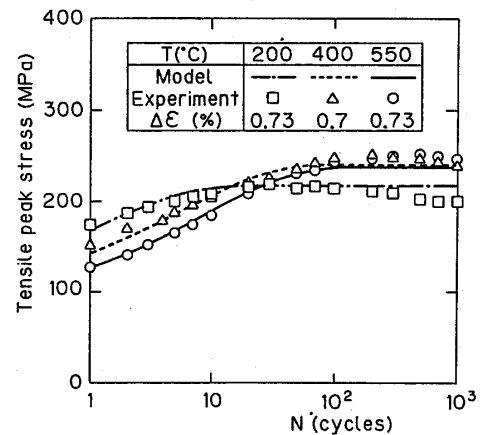
(3) 4・2・2 項の(4)で述べたように、 $c(T)$ を $\Delta\sigma_s/2 - \Delta\epsilon_s^p/2$ 関係により決定し、次にこの $c(T)$ から繰返し硬化の飽和に要する繰返し数 $N_s(T)$ を $1/c(T)$ として見積もったところ [式(28)参照]、ほぼ実験結果の傾向に合った。例えば、200°C での実験では $N_s \approx 20$ であるが (付図 1)、この N_s は $1/c(200^\circ\text{C}) = 1/0.06$ にほぼ等しい値である。なお 200°C では、他のひずみ範囲の実験でも $N_s \approx 20$ である。また、付図 1 には示してないが、300°C での実験では $N_s \approx 50$ であり、この N_s も、表 1 の $c(300^\circ\text{C})$ の逆数 $1/0.023$ に近い値である。

〔質問〕 新津 靖

(東京工業大学精密工学研究所)

複雑な非線形履歴現象である温度変動下の塑性挙動に適用可能な構成式を提案されたご研究に敬意を表す。

(1) 図 8 の 2 種類のモードの解析結果は、同一の



付図 1 SUS304 の繰返し硬化の温度依存性

$\Delta\sigma - \Delta\epsilon^p$ 関係 (図 9) を与えるものと考えてよいのであろうか。また、図 10(b) の実線と点線で、 C_{min} をあたえる温度 550°C での応力 (最大引張応力) が一致しない原因は、計算上の何によるものかご教示願いたい。

(2) 式(30), (31) を用いて繰返し変形による内部状態変数の漸近値の一意性を保証し、繰返し硬化・軟化を表現していることに興味をおぼえた。

ところで、式(31)で、温度変動により ρ が大きい場合 $B = B_r$ 、小さい場合 $B = 1$ としているが、この場合分けの必要性和力学的意味は何かお教えいただきたい。

〔回答〕 (1) この質問の前半部分に関しては、ご指摘のとおりである。図 8 の in-phase モードは、 ϵ^a 軸の正負を逆にすれば、すなわち引張り と 圧縮を入れ換えれば、out-of-phase モードとなる。ところで本構成式は、引張り と 圧縮で特に異なる応答を与えない。したがって本構成式は、図 8 の 2 種類のモードに対して、同一の $\Delta\sigma - \Delta\epsilon^p$ 関係を与える。

次に図 10 の実線 ($c = c_{min}$) と点線 [$c = c(T)$] で、550°C での応力 (引張側ピーク応力) が一致しないのは、次のような本質的理由による。5 章の第 3 段落で述べたように、本構成式では、非硬化領域の発達速度係数 c の値が小さいとき、この領域の発達が遅いため、より大きな量の塑性ひずみが繰返し硬化に寄与し、繰返し硬化は大きくなる。このことは、 $c = \text{一定}$ の場合には、式(22)、すなわち

$$q_s = \Delta\epsilon^p / (2c)$$

により表現される。 $c = c_{min}$ の解析 (図 10 の実線) では、 c を図 8 のサイクル中での最小値 c_{min} に等しく取るから、上式あるいは式(29)からわかるように、等方硬化変数 q の飽和値 q_s は大きくなる。一方 $c = c(T)$ に基づく解析 (破線) では、 c は図 8 の 1 サイクル中において $c(200^\circ\text{C})$ と $c(550^\circ\text{C})$ の間で変化する。したが

って、非硬化領域の1サイクル中での“平均”発達速度は、 $c(T)$ のサイクル平均値 c_{mean} に依存することになる。このような c_{mean} の値は、 $c_{\text{min}}=c(550^\circ\text{C})$ に比べて大きく(表1参照)、したがって上式からわかるように、 $c=c(T)$ の解析における q_s は、 $c=c_{\text{min}}$ の解析の場合より小さくなる。

(2) 式(31)は、 ρ による場合分けではない。温度一定の場合、式(31)に続く部分で説明したように、 $q=\rho/c$ が成り立つ。したがって、 ρ が変化しても、式(30)の右辺第2項は零となり、式(30)は式(31)の場合分けには依存しない。

式(31)は、温度の変化に伴って、 $c(T)$ が変化し、これにより $\rho/c(T)$ と q に大小関係が生じたときの場合分けである[式(31)に続く部分参照]。このような場合分けが必要な理由は、温度増加後は、内部状態が温度増加後の状態に速やかに移行するのに対して、温度が減少する場合には、温度減少前に生じた内部変化の記憶が薄らぎにくいからである。すなわちこの場合分けは、温度・ひずみ制御繰返し変形における内部状態変化はもっぱら高温側での機構に支配されるという5章の結論に対応するものである。