

高速進展き裂開口変位の精密測定用
パルスホログラフィ光学系*鈴木新一*¹, 河内雅弘*², 中島卓郎*³A Pulsed Holographic Optical System for
The Accurate COD Measurement of Fast Propagating Cracks

Shinichi SUZUKI, Masahiro KAWACHI, and Takuro NAKAJIMA

A holographic optical system is developed which is used to photograph fast propagating crack tips in PMMA. The cracks are in the opening mode and propagate at a speed of several hundred m/s. At a point during crack propagation in a PMMA plate specimen, illumination light beams, emitted from a pulsed ruby laser, enter into the specimen through its side boundaries. Total reflection occurs at the specimen's surfaces as the light beams travel throughout the inside. When the beams reach the opened crack light is emitted, and is recorded on a holographic plate as the object light. The optical system is applicable only to cracks whose surfaces are "mirror" like and which propagates through transparent specimens. The optical system, however, makes it possible to measure in every photograph the crack opening displacement as a function of distance from the tip, even near the tip where craze appears.

Key Words: Fracture, Measurement, Optical Engineering, Holography, COD, Dynamic Fracture, Craze

1. ま え が き

脆性材料が外力によって破壊する際、数百 m/s の速度で進行する高速進展き裂が発生することがある。そのき裂先端周辺には $1/\sqrt{r}$ (r はき裂先端からの距離) の特異性を持つ二次元平面応力場^{(1)~(4)}が存在するが、さらにき裂先端に近い所では、平面応力状態が成り立たず、三次元応力場^{(5)~(10)}が出現する。また、き裂先端付近には、塑性変形やクレイズ⁽¹¹⁾が発生する領域がある。したがって、 $1/\sqrt{r}$ の特異性を持つ平面応力場が、き裂先端のどの程度近くまで、どの程度の精度で成立しているかは、き裂先端付近に現れる三次元応力場の大きさや、塑性変形またはクレイズの発生する領域の大きさと関連して、興味深い問題である。また、 $1/\sqrt{r}$ の特異性を持つ平面応力場が存在する領域の大きさを知ることは、コウスティック法⁽¹²⁾⁽¹³⁾や光弾性法⁽¹⁴⁾を用いた動的破壊靱性値測定の信頼性の評価と関連しており、重要な問題である。

最近、動的破壊力学の分野にパルスホログラフィ顕微鏡法が導入され^{(15)~(17)}、高速進展き裂先端部の瞬間顕微鏡写真撮影が可能になってきた。得られた写真から、き裂先端付近のき裂開口変位(COD)をき裂先端からの距離 r の関数として測定することができる。これまで、PMMA 中の高速進展き裂の COD は板厚 3 mm の試験片を用いて主に $0.4 \text{ mm} < r < 2.5 \text{ mm}$ の領域で測定されてきた。そこでは、測定精度の範囲内で、COD が \sqrt{r} に比例する結果が得られている。これは、二次元線形破壊力学の予測と一致する。き裂先端から 0.4 mm 以内の領域での COD 測定は、クレイズやき裂先端部の微細構造の問題と関連して、極めて興味深い問題である。 $r < 0.4 \text{ mm}$ の領域で COD 測定が可能な写真は、これまでに、何枚か撮影されてきた。しかしながら、実験ごとに常にそのような写真が撮影されたわけではなく、その頻度は低いものであった。これはクレイズの発生による PMMA の光学的性質の変化によるためと予想される。本研究は、クレイズが発生していると考えられるき裂先端の領域内にあっても高い頻度で COD 測定を可能にするホログラフィ光学系と、その能力に関するものである。

* 平成元年 8 月 25 日 北陸信越支部北陸地方講演会において講演、原稿受付 平成元年 1 月 20 日。

*¹ 正員、豊橋技術科学大学 (〒440 豊橋市天伯町字雲雀が丘 1-1)。

*² 学生員、豊橋技術科学大学大学院。

*³ 豊橋技術科学大学大学院 (現在 石川島播磨重工業(株))。

2. 試験片および破壊方法

本研究で用いた PMMA (住友化学工業, スミペックス) 試験片の形状を図 1 に示す。試験片寸法は $220 \times 310 \times 3$ mm であり, 長さ 70 mm の切欠きがもうけてある。き裂は切欠先端付近で発生し, 観測領域に向かって進展する。き裂が観測領域内を進展しているときにき裂のホログラフィ撮影が行われる。観測領域内には 4 本の導電塗料が塗布されており, これがき裂の進展に伴い切断されたときの信号をもとに, き裂進展速度を求める。

図 2 は, 試験片破壊方法⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾の概略図である。試験片には, あらかじめ引張荷重を加えておき, 試験片の切欠きの先端から約 1 mm 下の試験片内に, 破壊用パルスレーザーの光をレンズで集光する。集光された光は, 試験片内にほぼ瞬間的に微小な欠陥を作り, これによって高速進展き裂を誘起する。

欠陥およびき裂の発生時に生ずる応力波は, 試験片端面で反射し, き裂に向かって帰ってくる。本研究ではこの応力波がき裂に到達する前にホログラフィ撮影

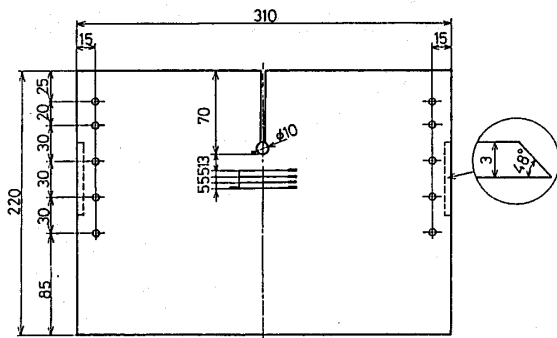


図 1 試験片形状

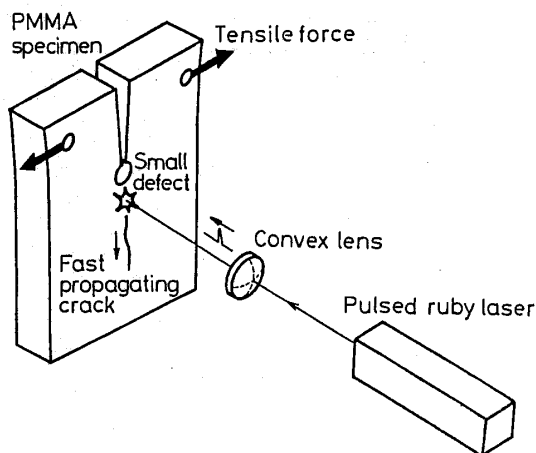


図 2 試験片破壊方法の概略

が終了するように試験片寸法を決定した。したがって, 本研究で撮影されるき裂は, 応力波と干渉していないき裂(無限平板を進展するき裂)である。

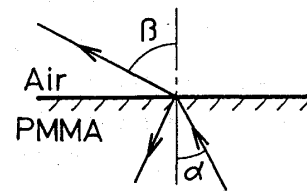
3. き裂の照明方法

PMMA 内から空気中に光が出る場合の様子を図 3 に示す。(a)のように PMMA の表面に入射角 α で入射した光は, 屈折角 β で空気中に出る。スネルの法則⁽²⁰⁾より, この二つの角の間には

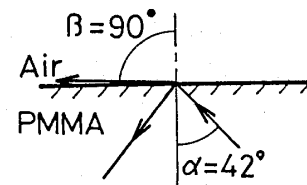
$$\sin \beta = n \cdot \sin \alpha$$

の関係が成り立つ。ここで n は PMMA の屈折率である。PMMA の屈折率は 1.49 なので, $\alpha = 42^\circ$ (臨界角) の場合, (b)のように, $\beta = 90^\circ$ の方向に, すなわち PMMA の表面に平行に光が出る。さらに $\alpha > 42^\circ$ の場合, (c)のように, PMMA の表面ですべての光が反射される全反射の状態になり, 光は空気中には出ていかない。

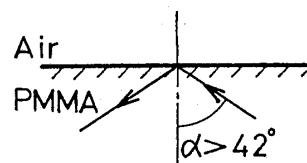
本研究で用いた試験片の断面と試験片内での光の進行の概要を図 4 に示す。き裂は紙面に垂直に進む。試験片の端面は, 試験片表面と 48° の角を成すように削られており, き裂を照明する光はこの端面に垂直に入射する。端面に垂直に入った光は, 試験片表面に入射角 48° で入射するため, 試験片表面で全反射を起こす。この光は, 全反射を繰り返しながら試験片内を進行



(a)



(b)



(c)

図 3 PMMA 内から空気中に出る光

し、き裂面に入射角 42° で入射する。今回実験を行ったき裂速度 (250~350 m/s) では、き裂面が鏡面とみなせるため、き裂面に 42° で入射した光は、き裂開口部から試験片表面とほぼ垂直な方向に出る。また、き裂面で試験片内部に向かって反射した光は、試験片表面で再び全反射の状態となり、き裂開口部以外から光は出ない。したがって、この方法で照明されたき裂の写真は、き裂の開口部だけが明るく写ることになる。この方法は、き裂面からの拡散反射光を物体光とする方法 [文献 (15) の中で用いられている方法のひとつ] に比べて強い物体光が得られる利点を有する。

実際には、き裂位置の変化や PMMA の屈折率の非一様性による照明ムラをなくすために、試験片端面をわずかに粗面にしてある。もちろん PMMA 内に入射した光が、依然として強い指向性を保つことができる程度のわずかな粗面である。その様子が図 5 に模式的に示してある。図 5 (a) のように、粗面にした試験片端面から試験片内に入射した光はランダムに少し方向が曲げられる。この光は、全反射を繰り返しながら試験片内を進行し、き裂面に入射する。このことを図 5 (b) を用いて説明する。S₀ は実際の試験片端面である。この端面から入射した光はもはや平行光線ではなく、指向性の強い拡散照明光である。S₁ は試験片表面 l に映った S₀ である。S₋₁ は試験片表面 u に映った S₀ である。S₂ は、表面 l に映った S₋₁ であり、S₋₂ は表面 u に写った S₁ である。このように二つの平行な試験片表面 u と l に無限に映る端面 S_i を考えれば、試験片表面での光の反射を考える必要がない。すなわち、端面を一つの光源とみなせば、多数の光源 S_i が直接き裂を照明すると考えてよい。光源 S_i の指向性から、 $\phi = \pm 42^\circ$ の所にある光源 (実際には S₄₇ と S₋₄₆) が最も強くき裂を照明するが、拡散光源であることから、 $\phi = \pm 42^\circ$ 付近にある光源も十分にき裂を照明している。このように複数の拡散光源からの光により、き裂は常に一様に照明される。 $|\phi| > 48^\circ$ の領域にある光源からの光は、もともと全反射を起こす光ではない。したがって、 $|\phi| > 48^\circ$ の所には光源がないと考えても良い。本研究で用いた試験片形状では S₅₇ から S₋₅₈ までの光源がき裂を照明することになる。

4. ホログラフィ光学系

本研究で用いた、パルスホログラフィ顕微鏡法の記録用光学系を、図 6 に示す。破壊用パルスレーザー PL 1 から出た光は凸レンズ L 5 で試験片 SP 内に集光され、高速進展き裂を誘起する。き裂は紙面に垂直に進展する。き裂が観測領域内を進展しているとき

に、撮影用パルスレーザー PL 2 が 1 回発振する。PL 2 から出た光はビームスプリッタ BS 1 で二つに分けられる。BS 1 を透過した光はシリンドリカルレンズ CL で紙面と垂直な方向に広げられ、鏡 M 1, M 2 で反射した後、ビームスプリッタ BS 2 で二つの方向に分けられ、鏡 M 3, M 4 で反射して試験片の両端面から試験片内に入射する。試験片内で全反射を繰り返しながら進行し、き裂開口部から出てきた光は、レンズ L 4 を通してホログラフィ乾板 HP に入射する。これが物体光である。レンズ L 4 は、約 3 倍に拡大されたき裂

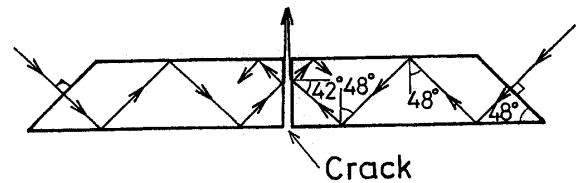
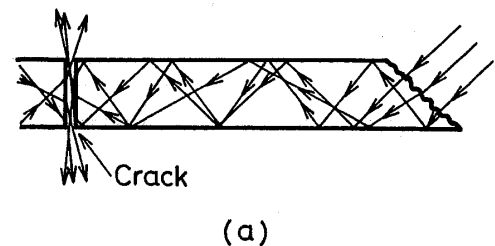
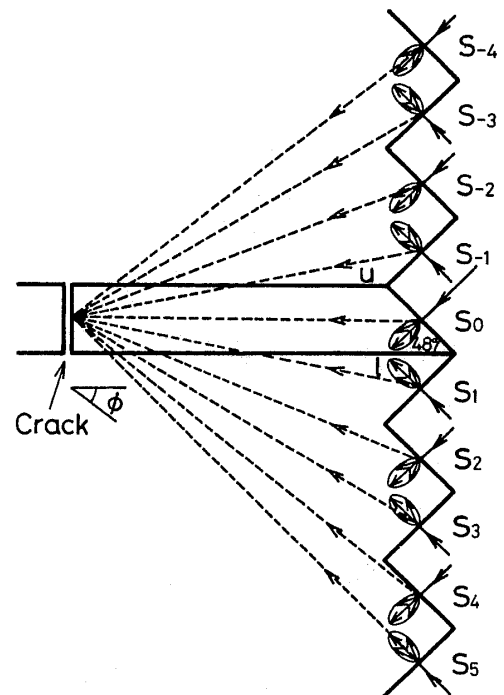


図 4 PMMA 試験片内での光の伝ば



(a)



(b)

図 5 き裂の照明

の実像 RI を、ホログラフィ乾板の後ろに作る。ビームスプリッタ BS1 で反射した光は凹レンズ L1 で広げられ、鏡 M5 で反射しカメラレンズ L2, L3 を透過して平行光線になる。平行になった光は鏡 M6 で反射され、ホログラフィ乾板上に角度 θ で入射する。これが参照光である。上記の光学系により、高速進展き裂のある一瞬が、ホログラムとして記録される。

再生用光学系を図 7 に示す。き裂先端部が記録されたホログラムに、cwHe-Ne レーザで平行光線を入射すると、ホログラムの後ろにさきほど記録されたき裂の実像が再生される。再生された進展き裂の像を顕微鏡拡大し、写真撮影する。

5. 同期手法

パルスホログラフィ顕微鏡法を用いて高速進展き裂先端部の撮影を行う際には、撮影用パルスレーザの発振をき裂の発生・進展に同期させる技術が重要な役割を果たす^{(16)~(18)}。本研究では、き裂の発生に、パルスレーザ照射による PMMA 中への高速進展き裂の誘起技術を用いた⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。この技術は、き裂の発生時刻を約 10 μs の精度で制御することができる優れた特長を持つ。そのため、撮影用パルスレーザの発振をき裂の発生・

進展に容易に同期させることができる。以下に、破壊用パルスルビーレーザ照射によるき裂の発生・進展とホログラフィ撮影用パルスルビーレーザの発振との同期手順を示す(図 8 参照)。

(1) パルス発生器がトリガー信号を発生し(この時刻を $t=0$ とする)、この信号により破壊用パルスルビーレーザ PL1 の Xe フラッシュランプが発光を開始する。

(2) $t=180 \mu\text{s}$ 、遅延回路 2 から出た信号により、ホログラフィ撮影用パルスルビーレーザ PL2 の Xe フラッシュランプが発光を開始する。2 台のレーザ(PL1 と PL2)のルビーロッドはフラッシュランプの光を吸収し、 $t=1200 \mu\text{s}$ の時刻には、レーザ発振に十分なエネルギーを蓄えている⁽²¹⁾。

(3) $t=1200 \mu\text{s}$ において、遅延回路 1 から出た信号により PL1 の Q-スイッチが作動し、PL1 が発振する。これにより、PMMA 試験片中に高速進展き裂が発生する。

(4) 高速進展き裂の発生から約 50 μs 後(t =約 1250 μs)、そのき裂は観測領域内に侵入し、導電塗料を切断する。2 番めの導電塗料の切断信号をトリガー信号とし、それから約 10 μs 後に、ホログラフィ撮影用ルビーレーザ PL2 の Q-スイッチが作動する。これにより PL2 が発振し、前述のホログラフィ光学系を用いて、高速進展き裂のホログラフィ記録がなされる。

6. 結果と検討

得られたき裂先端付近の瞬間顕微鏡写真の一例を図 9 に示す。き裂速度は 342 m/s である。き裂先端から約 2 mm までの部分が写っている。き裂開口部だけが明るく写っている。また、き裂の稜がはっきりしており、COD の精密測定ができる。今回撮影を行ったき裂速度 250~350 m/s の範囲では、き裂の COD の精密測定において信頼性の高いものであると言える。しかしながら、き裂速度が速くなり、き裂面が粗面になると、き裂面での光の散乱が大きくなり、き裂開口部以外の

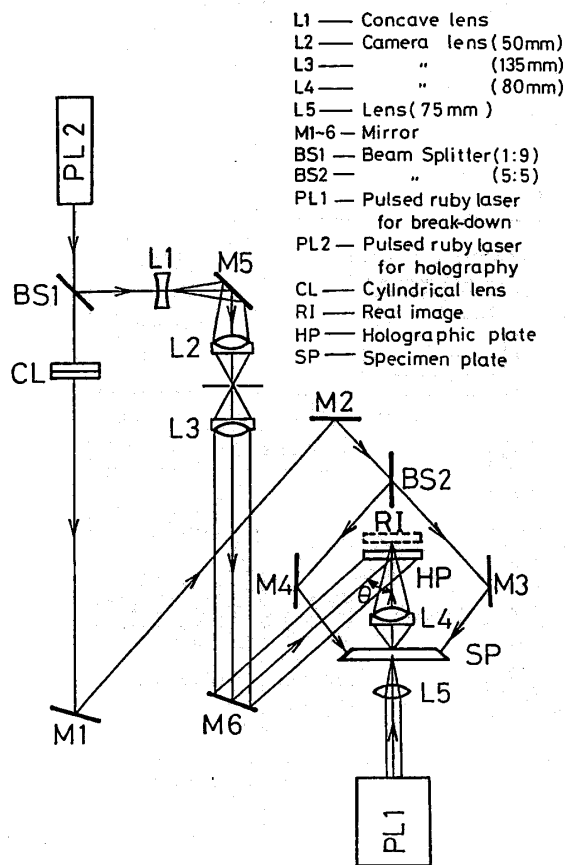


図 6 パルスホログラフィ顕微鏡法記録用光学系

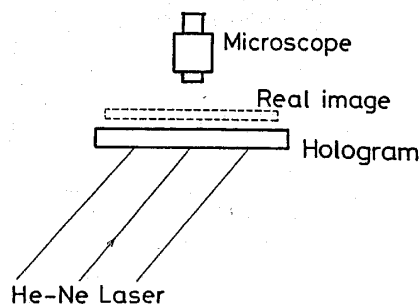


図 7 再生用光学系

所から光が出てくることになる。そのため、き裂開口部の鮮明な写真を得ることができなくなる。

図9において、き裂先端から500 μm 以下の部分で、き裂開口部から出てくる光が急に弱くなっている。このことは、他のいくつかの写真についても観測された。このことは、き裂先端近くの領域でのクレイズの発生によるものと考えられる。き裂先端付近で、き裂開口部から出てくる光が弱くなる原因として、次の三つのことが推察される。

(1) き裂先端付近では材料がまだ完全に切断されておらず、高分子の分子束(fibril)がつながっており、き裂開口部から出てくる光が、その分子束によって散乱され、弱くなっている。

(2) クレイズ内のボイドの発生により、き裂先端付近でPMMAの屈折率が低下している。

(3) クレイズによる光の吸収が起こっている。

前述のように、本研究で用いたき裂の照明方法では、強い物体光が得られる。そのため、き裂開口部からの光が弱くなる先端付近の領域においても、COD測定が可能な写真を得ることができる。

図9の写真では、き裂先端から2mmまでしか写っていないが、実際には、き裂先端より8mmまでの拡大写真を撮り、き裂先端からの距離 r と、き裂開口変位CODの関係を測定した。その結果を図10に示す。

図の中に引かれた直線は、CODが \sqrt{r} に比例するとした場合のものである。平板中のき裂において、き裂先端からある程度離れた場所では、 $1/\sqrt{r}$ の特異性を持つ平面応力場が存在する。しかし、き裂先端付近では、三次元応力場が支配的となってくる⁽⁶⁾⁻⁽¹⁰⁾。Yang and Freund⁽⁶⁾は静止き裂において、三次元応力場の成立する範囲は、き裂先端から板厚の半分程度までであることを理論的に示した。Rosakis and Ravi-Chandar⁽⁹⁾は、静止き裂に対してコウスティック法を適用し上記の理論結果を支持する実験結果を得た。また、鈴木・細田⁽¹⁰⁾はPMMA平板中を高速進展するき裂のコウスティックのホログラフィ記録を行った。その結果、板厚3mmの場合には、高速進展き裂先端付近に現れる三次元応力場の大きさは、静止き裂の場合と同程度であるという実験結果を得た。上記のことを踏まえ、図中の \sqrt{r} の直線は、き裂先端からの距離 r が板厚(3mm)の1/2以上の所($r \geq 1.5\text{mm}$)のデータを用いて決定された。き裂先端からの距離が500 μm 以上の領域では、CODは \sqrt{r} の直線に極めて近い。しかし、 $r \leq 500\mu\text{m}$ では、 \sqrt{r} の直線の下側にずれている。この領域は、図9の写真で先端が暗くなっている領域と一致している。この領域でCODが \sqrt{r} の直線の下側にずれる原因として、き裂先端付近では材料がまだ

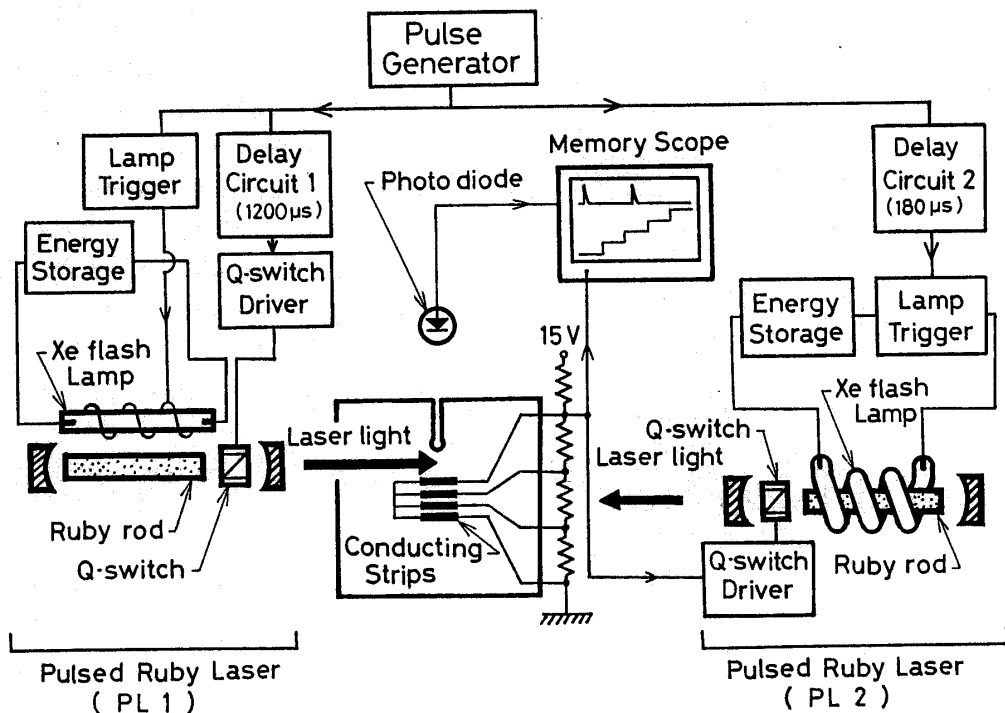


図8 破壊用パルスレーザの発振、き裂の発生・進展、ホログラフィ記録用パルスレーザの発振の同期方法

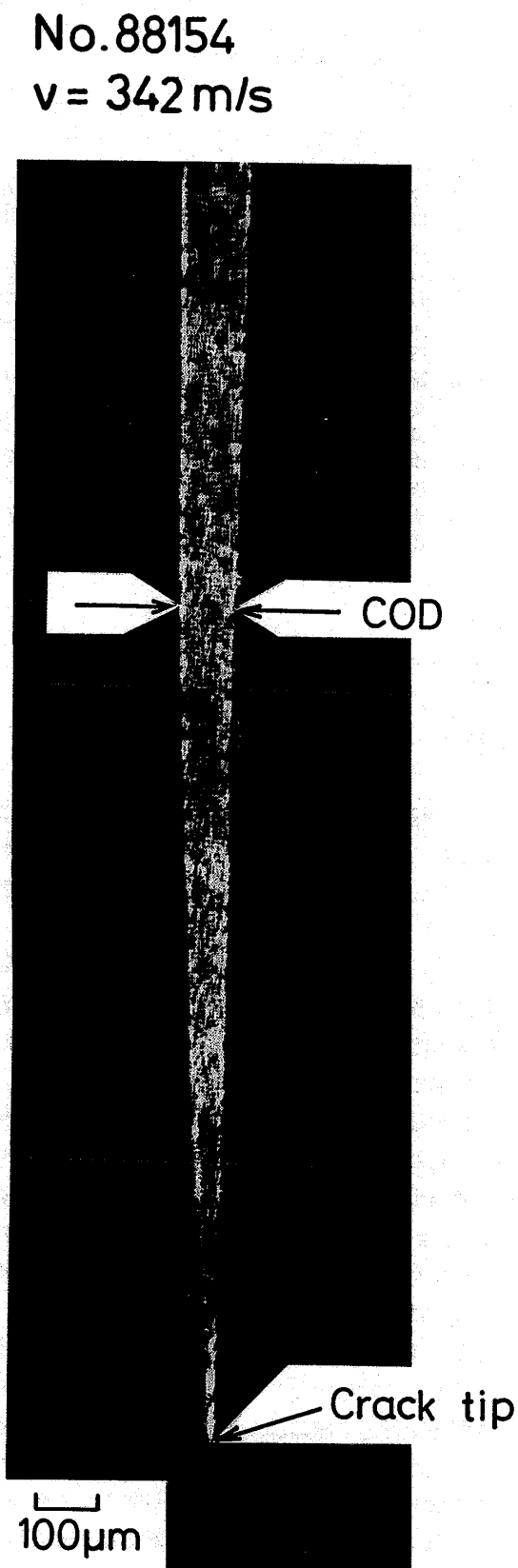


図 9 き裂先端付近の瞬間頭微鏡写真

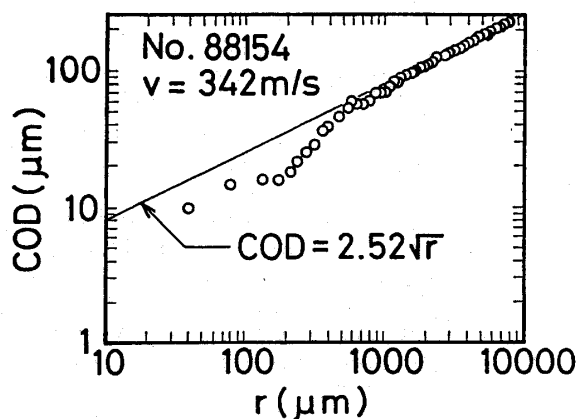


図 10 COD と r の関係

完全に切断されずに、高分子の分子束 (fibril) がつながっており、き裂をせばめる方向への力がまだ働いているのではないかと推察できる。

7. 結 論

前述のように、本研究で示した新しいホログラフィ光学系は、透明 PMMA 中の高速進展き裂開口変位測定に、非常に有効である。き裂速度が速くなり、き裂面が粗面になってくると、この光学系による COD の精密測定は困難となる。しかし、き裂面が鏡面かそれに近い状態である限り、本研究で示された光学系は、高い精度での COD 測定を可能にする。特にクレイズが発生すると考えられるき裂先端近傍においては、これまで、COD 測定を高い頻度で行うことができなかった。それに対して本研究で示された光学系を用いれば、クレイズが発生していると考えられる領域内においても、すべての写真において COD を測定することができる。この光学系と試験片表面からの鏡面反射光を記録する光学系〔文献(15)参照〕とは、PMMA 中の高速進展き裂先端部の微細構造の研究に有用な光学系となるであろう。

本研究では、昭和 63 年度文部省科学研究費補助金〔奨励研究(A), 課題番号 63750088〕の援助を受けた。また、本研究の実施にあたり、本学学生、加藤宗寿君、福地信吾君の多大な協力を得た。ここに感謝する。

文 献

- (1) Yoffe, E. H., The Moving Griffith Crack, *Phil. Mag.*, 42 (1951), 739.
- (2) Craggs, J. W., on the propagation of a crack in an elastic-brittle Material, *J. Mech. Phys. Solids*, 8 (1960), 66.
- (3) Achenbach, J. D. and Tolikas, P. K., Elastodynamic Effects on Crack Arrest, *ASTM STP*, 627 (1977), 59.

- (4) 青木, 動破壊力学と動的破壊じん性, 材料, 33-365(1984), 229.
- (5) Folias, E. S., On the Three-Dimensional Theory of Cracked Plates, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 42 (1975), 633.
- (6) Benthem, J. P., state of stress at the vertex of a quarter-infinte crack in a half-space. *Int. J. Solids Struct.*, 13(1977), 479.
- (7) Bazant, Z. P. and Estensoro, L. F., general numerical method for three-dimensional singularities in cracked or notched elastic solids, *Proc. 4th Int. Con. Fracture, Waterloo, Canada, Fracture*, 3(1977), 371.
- (8) Yang, W. and Freund, L. B., transverse shear effects for through-cracks in an elastic plate, *Int. J. Solids Struct.*, 21-9(1985), 977.
- (9) Rosakis, A. J. and Ravi-Chandar, K., on crack-tip stress state: an experimental evaluation of three-dimensional effects, *Int. J. Solids Struct.*, 22-2(1986), 121.
- (10) 鈴木・細田, 高速進展き裂コウスティックのホログラフィ記録, 機構論, No.880-7(1988-10), 74.
- (11) 横堀・成沢, 高分子材料強度学, (1982), 107, オーム社.
- (12) Manogg, P., schattenoptische messung der spezifischen bruchenergie während des bruchvorgangs bei plexiglas, *Proc. Int. Con. Physics Non-Crystalline Solids, Delft, The Netherlands*, (1964), 481.
- (13) Beinert, J., ほか 2 名, Neuere Ergebnisse zur Anwendung des Schattenfleckverfahrens auf stehende und schnell-laufende Brüche, *Proc. 6th Int. Con. Exp. Stress Anal.*, VDI-Report No.313, (1978), 791.
- (14) Dally, J. W. and Shukla, A., dynamic crack behavior at initiation, *Mech. Res. Comm.*, 6(1979), 239.
- (15) Suzuki, S., ほか 2 名, pulsed holographic microscopy as a measurement method of dynamic fracture toughness for fast propagating cracks, *J. Mech. Phys. Solids*, 36-6(1988), 631.
- (16) 鈴木・草鹿, パルスホログラフィ顕微鏡法を用いた高速進展中き裂先端部の撮影技術, 計測自動制御学会論文集, 22-10(1986), 88.
- (17) 鈴木・ほか 3 名, パルスホログラフィ顕微鏡法を用いた 4340 鋼中高速進展き裂先端部の撮影, 機論, 55-514, A (1989), 1311.
- (18) Suzuki, S. and Nakajima, T., development of laser inducing technique for fast propagating cracks in pmma, *Proceedings of ASME 1989 PVP Conference-JSME Cosponsorship*, PVP-vol.160(1989), 79.
- (19) 鈴木・ほか 3 名, パルスレーザ照射による PMMA 中への高速進展き裂の誘起とその応用, 衝撃工学シンポジウム講演論文集, (1988-9), 151, 宇宙科学研究所.
- (20) Born, M. and Wolf, E., *Principles of Optics*, (1975), 38, Pergamon Press.
- (21) Yariv, A., *Optical Electronics*, 3rd ed., (1985), 197, Holt, Rinehart and Winston.

討 論

〔質問〕 高橋 清〔九州大学応用力学研究所〕
高速き裂の先端部を顕微鏡の倍率で観察しようとする著者らの試みは動的破壊の実際のすがたを知るうえで価値あることと評価される。

(1) き裂に先行する PMMA のクレイズについてはその長さ(s)とき裂先端部の最大幅($2v$)は分子量によって若干変わるものの, 2 cm/s ぐらいまでの低速破壊においては前者は約 $40\ \mu\text{m}$, 後者は約 $3\ \mu\text{m}$ と測定されている。高速度に s が 10 倍にもなることの理由をどのように考えておられるか。

(2) この研究でのき裂速度においてはかなりの数の 2 次破壊 (パラボラマーク) が発生していると考えられる。その密度はどのくらいだったか。2 次破壊の発生による微小な破面不整や, き裂開口直後の破面の高温状態が光の通過を妨げている可能性はないか。

〔回答〕 (1) クレイズ長さ(s)とその最大幅($2v$)とが高速進展き裂において増大するのは, 基本的には, き裂先端付近での PMMA 温度の上昇によるものと考えられる。き裂先端部での断熱的温度上昇により PMMA の温度がガラス転移温度(90°C)を超えると, PMMA はミクロブラウン運動によるゴム状弾性を示すようになる。ゴム弾性状態になるとヤング率は

3 けた程度低下し, かつ破壊限界の伸びは非常に大きくなる。そのため, クレイズの最大幅 $2v$ は大きくなり, その結果, クレイズ長さが増加するものと考えられる。

(2) ご指摘のとおり, 本研究で取扱ったき裂の破面には多数のパラボラ模様が発生している。正確な数密度の測定は行っていないが, 光学顕微鏡下での簡単な測定では, 約 $1\ \text{個}/\text{mm}^2$ 程度であった。

2 次破壊の発生により破面が粗面になると, き裂面での光の散乱が大きくなる。その結果として, き裂面を通過する光の強度が減少することは起こり得る。しかし, き裂面での光散乱のためにき裂開口部以外の所から光が出てくるようになり, き裂の周辺が明るく光るようになる。図 9 に示したき裂の周辺は明るくならず, 本研究では, き裂面での光の散乱が十分小さいき裂を対象としていることがわかる。したがって, き裂先端付近で開口部から出てくる光が弱くなる原因をき裂面の不整に求めるのは無理があると思われる。

き裂先端付近から出てくる光が弱くなる原因をき裂開口直後の高温の破面に求める考えは十分検討に値するものと思う。著者らは高温 PMMA の光物性に関する十分な知識をまだ持っておらず, 上記の考えの是非

をここで明確にすることはできない。しかし、いくつかの可能性の中でも、有力な考えのひとつであると思う。

〔質問〕 西岡 俊 久 (神戸商船大学)

高速破壊中のき裂先端近傍の開口変位場を詳細に調べることができる新しい計測法を開発されたことに敬意を表す。この開口変位場より、応力拡大係数を計算することができるが、き裂から離れたところ ($1.5 \leq r \leq 8 \text{ mm}$) では高次項の影響も多少入ってくるかと考えられる。この場合、高速き裂の一般解(付1)の高次項数項も含めて最小二乗フィッティングして、同時に応力拡大係数を決定する方法が考えられる。 \sqrt{r} 項のみで応力拡大係数を決定する方法と上記の方法でどの程度の差が生じるのか、データがあったら、ご教示願いたい。

〔回答〕 著者らは、高次項の存在がもたらす誤差の評価を、ご指摘の方法では、行っていない。しかし、き裂先端付近の開口変位(COD)に対する高次項の影響は、大変小さいと考えられる。以下に、その理由を二つ示す。

(1) き裂先端部の COD 測定の一例を本論文の図 10 に示した。この図からわかるように、き裂先端から遠いところでは、COD は \sqrt{r} の直線に一致する分布を示している。応力拡大係数の算出に用いた $1.5 \text{ mm} < r < 8 \text{ mm}$ の領域では、 r の増加に伴って COD が \sqrt{r} の直線から外れるような傾向は現れていない。このことは、COD 測定された他の 37 例のき裂においても言えることである。したがって、き裂先端付近の COD に及ぼす高次項の影響は小さいと考えられる。

(2) き裂先端付近の COD が r^a に比例すると仮

定し、 $1.5 \text{ mm} < r < 8 \text{ mm}$ の領域のデータを用いて、 a を最小二乗法により決定した。クレイズ領域の影響を極力小さくするために、クレイズ領域の大きさが小さい八つのき裂を例に用いた。その結果、 $a = 0.51 \pm 0.06$ だった。この値は、文献(15)の中で $0.4 \text{ mm} < r < 2.5 \text{ mm}$ の領域のデータを用いて 30 例のき裂から決定された値、 $a = 0.52 \pm 0.06$ に大変近いものである。このことから、 $r \leq 8 \text{ mm}$ の範囲では、COD 測定に対する高次項の影響は小さいと言える。

COD に対する高次項の影響が小さいことは、西岡先生の論文(付1)の結果と一致すると考えられる。(付1)の論文中的式(38・b)において、 $\theta_1 = \theta_2 = \pi$ とすれば、開口形き裂の COD が、

$$COD = \sum_n COD_n$$

$$COD_n = \frac{K_n^0 B_I(c)}{\mu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (n+1)$$

$$\times \left\{ -\beta_1 + \frac{h(n)}{\beta_2} \right\} r^{n/2} \sin\left(\frac{n}{2}\pi\right)$$

と与えられる。ここで、 n は展開の次数である。 $n=1$ の項(COD_1)は特異応力場中での COD を与え、 \sqrt{r} に比例する。 $n \geq 2$ の項は高次項である。ところが、最初に現れる高次項($n=2$)は零であり、このことから、COD に対する高次項の影響が小さいことが予想される。 $n=2$ の項の影響が現れない点は、コウスティック法と似ていると言える。

(付1) 例えば、Nishioka, T. and Atluri, S. N., Path Independent Integrals, Energy Release Rates, and General Solutions of Near-Tip Fields in Mixed-Mode Dynamic Fracture Mechanics, *Eng. Fract. Mech.*, 18(1983), 1.