

パルスホログラフィ法を用いた高速進展き裂の
表面特異性とき裂前縁角に関する実験的研究*

鈴木 新一*

An Experimental Study on Surface Singularity and Front Edge Angles
of Fast Propagating Cracks by Means of Pulsed Holography

Shinichi SUZUKI

An optical system of pulsed holography is developed and applied to take instantaneous photographs of both the opening and the front edge of a crack which is propagating through a PMMA plate specimen at a speed of several hundred meters per second. Crack opening displacement (*COD*) on a specimen surface is measured along the crack in the vicinity of the tip where the 3-D (three-dimensional) stress field is developed. The *COD* is proportional to the square root of the distance r from the crack tip. It means that the stress field on a specimen surface has the singularity of $1/\sqrt{r}$, even in the 3-D stress field. The singularity is unchangeable even though the crack speed changes. Crack front edge angles, which are angles between a crack front edge and specimen surfaces, are also measured, and they are obtuse. In the case of a lower crack speed, the measured angles agree with the numerical result of a slowly propagating crack given by Bažant and Estenssoro. As the crack speed increases, the angles decrease and seem to approach 90 degrees. Some mechanisms which make the crack front edge angle decrease are discussed.

Key Words: Crack Propagation, Experimental Stress Analysis, Brittle Fracture, Fracture Mechanics, Singularity, Crack Front Edge Angle, Pulsed Holography

1. ま え が き

板厚 t の弾性平板中にき裂(開口形)が存在するとき、き裂先端部には特異応力場が発生する(図1参照)^{(1)~(4)}。板厚が無限に薄い場合($t \rightarrow 0$)は、応力場はいたるところで平面応力条件を満足し、特異応力場は $1/\sqrt{r}$ (r はき裂先端からの距離)の特異性を持つ。また、板厚が無限に厚く($t \rightarrow \infty$)、き裂前縁が直線の場合には、応力場はいたるところで平面ひずみ条件を満足し、特異応力場はやはり $1/\sqrt{r}$ の特異性を持つ。しかし、有限板厚の問題では、き裂先端部に現れる応力場は三次元性を示すようになる^{(5)~(13)}。これは、き裂前縁が試験片表面と交わる点(自由縁)が存在することによる。

これまで行われてきた三次元応力場に関する研究は、主に、静止き裂に関するものであり、それらは、二つに大別することができる。ひとつは、三次元応力場の広がりに関するものであり^{(8)~(13)}、もうひとつは、自由縁近傍における応力場の特異性^{(5)~(7)}に関するものである。本研究は後者の流れに属する。

Benthem⁽⁵⁾は、き裂前縁が直線であり、かつ、き裂前縁が試験片表面と直角であることを仮定し[図2(a)],自由縁付近の応力場の特異性が $1/\sqrt{R}$ から外れることを理論的に示した(ここで、 R は自由縁を原点とした球座標の半径方向距離であり、 $\theta=0$ のとき $R=r$ となる)。これは、三次元応力場の特異性が試験片表面では $1/\sqrt{r}$ から外れることを意味する。

Bažant-Estenssoro⁽⁶⁾は自由縁付近の三次元応力場の数値解析を行い、き裂前縁が試験片表面に垂直な静

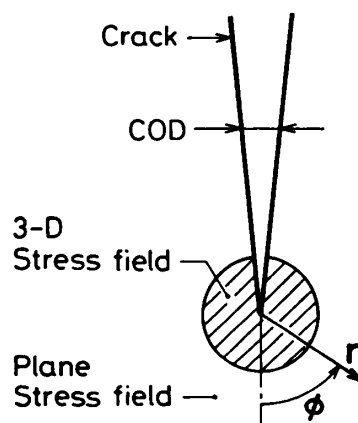


図1 き裂先端付近の応力場

* 原稿受付 平成2年2月16日。

* 正員、豊橋技術科学大学(〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

止き裂の問題では、Benthemと同じ結果を得た。さらに彼らは、進行き裂前縁におけるエネルギー収支を考え、進行き裂においては $1/\sqrt{R}$ の特異性は保たれなければならないこと(試験片表面では $1/\sqrt{r}$)、そしてそのためには、進行き裂前縁は試験片表面と垂直にはならないことを示した[図2(b)参照]。彼らは、この結果を疲労き裂の進展と比較し定性的な一致を見たが、定量的には、必ずしも一致しなかった。しかしながら、Rolfeが構造用鋼材で行った実験は、Bažant-Estenssoroの数値結果と良く一致している⁽⁶⁾。これらの研究から、き裂前縁と試験片表面との成す角(き裂前縁角)が、自由縁近傍に現れる三次元応力場の特異性を理解するうえで、重要な量であることがわかる。

き裂先端付近に現れる三次元応力場がき裂先端からどの程度の距離まで広がっているかに関しては、これまで、いくつかの研究が成されてきた⁽⁸⁾⁻⁽¹³⁾。それらの研究は、主に、コウスティック法⁽¹⁴⁾⁻⁽¹⁹⁾による動的応力拡大係数の測定という観点から成されてきた。それらの研究から、き裂の進行方向から測った角度 ϕ (図1参照)が約72度の方向における三次元応力場の広がり、試験片板厚の1/2程度であることが知られている。

Suzukiら⁽⁷⁾は、パルスホログラフィ顕微鏡法を用い、板厚3mmのPMMA平板中を数百m/sの高速で進行するき裂の開口変位(COD)を、き裂先端から2.5mmまでの領域内で測定した。測定は試験片表面で行われた。また彼らは、板厚10mmのAISI4340鋼中の高速進展き裂のCODをき裂先端から8mmまでの領域内で測定した。三次元応力場の広がりが方向によらない、すなわち ϕ に依存しない、と仮定すれば、彼らのCOD測定は三次元応力場と平面応力場の両方にまたがって行われたと考えられる。それにもかかわ

らず、彼らは、CODは \sqrt{r} に比例するという結果を得た。この測定結果は、「進行き裂の場合、三次元応力場内であっても試験片表面では $1/\sqrt{r}$ の特異性が保たれなければならない」というBažant-Estenssoroの理論結果を支持しているように見受けられる。

以上の事柄は、我々に、進行き裂先端部が次のような構造を持つのではないかと推察させる。

(1) 試験片表面付近ではCODは \sqrt{r} に比例する。すなわち、三次元応力場内であっても、試験片表面付近では、応力場の $1/\sqrt{r}$ の特異性が保たれている。

(2) 三次元応力場の試験片表面での特異性を $1/\sqrt{r}$ に保つように、き裂前縁角が決まる。

本研究では、高速進展き裂先端付近の開口変位とき裂前縁角との同時計測を行い、この二つの事柄を実験により直接検証する。計測にはパルスホログラフィ法を用いる。

2. 計測手法

2.1 試験片 本研究で用いた試験片を図3に示す。試験片は、縦220mm、横310mm、厚さ20mmの透明PMMA平板であり、高速進展き裂は長さ70mmの切欠先端で発生する。観測領域内には4本の導電塗料が塗布されており、これらが切断されるときに信号を用いて、き裂速度が検出される。試験片は透明なので、点Qの位置からき裂前縁を観察することができる。

2.2 破壊手法⁽²⁰⁾ 試験片の破壊方法を図4に示す。試験片にはあらかじめ引張荷重が加えられており、その荷重は切欠先端にき裂を発生させるのに必要な荷重よりも小さい。次に、破壊用ルビーレーザーからパルスレーザー光を放射し、その光をレンズで切欠直下に集光する。レーザー光が集光した位置には微小な欠陥が発生し、そこから高速進展き裂が進展を開始する。微小

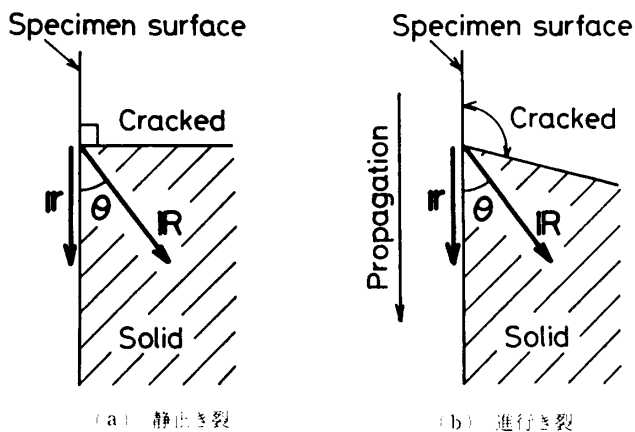


図2 き裂前縁の模式図

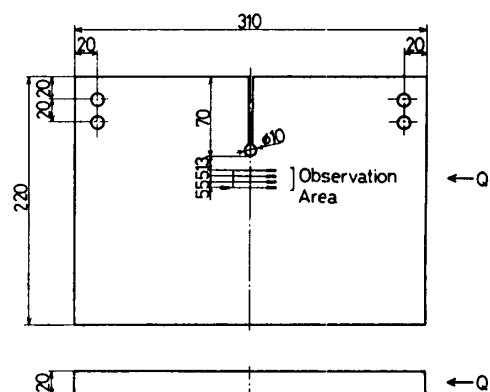


図3 透明PMMA試験片

欠陥とき裂の発生時には応力波が放射される。その応力波は試験片端面で反射し、高速進展き裂に向かって帰ってくる。本研究では、高速進展き裂がその応力波と衝突する前にき裂のホログラフィ撮影が終了するよう、試験片の大きさを十分大きくとってある。すなわち、本研究で撮影されるき裂は、無限平板中を伝播するき裂とみなすことができる。

2.3 ホログラフィ記録用光学系 PMMA 中を高速で進展するき裂先端付近の開口変位とき裂前縁角との同時測定に用いたパルスホログラフィ光学系を図5に示す。(a)は平面図であり、き裂は紙面に垂直に進行する。破壊用パルスレーザーの照射により、PMMA 試験片中に高速進展き裂が発生する。き裂が観測領域内を進行しているときに、ホログラフィ撮影用パルスレーザー PL が1回発振し、その瞬間におけるき裂開口部の形状とき裂前縁角がホログラフィ記録される。

この光学系は二つの部分に分けられる。ひとつは、試験片表面でのき裂開口部をホログラフィ記録する光学系であり、もうひとつは、試験片端面から観察されるき裂前縁をホログラフィ記録する光学系である。以下にその詳細を記す。

(i) き裂開口部のホログラフィ記録⁽⁷⁾。パルスレーザーから出た光は、ビームスプリッタ BS1 で二つに分けられる。BS1 で反射した光はレンズ L2, L3 を通過して平行光線となり、鏡 M1 で反射した後、ホログラフィ乾板 HP1 に斜めに入射する。これが参照光である。ビームスプリッタ BS1 を透過した光はビームスプリッタ BS2 で再び二つに分けられる。BS2 を通過した光はレンズ L4, L5 を通過して平行光線になり、鏡 M2, M3 で反射された後、ビームスプリッタ BS3 で二つに分けられる。BS3 を透過した光は試験片表面に垂直に入射する。試験片表面で反射された光は BS3 で反射され、レンズ L6 を通過して、ホログラフィ乾板 HP1 に垂直に入射する。これが物体光である。

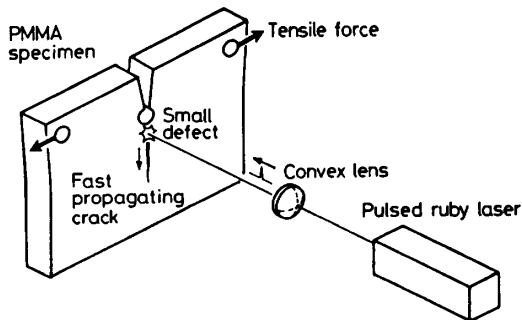


図4 試験片の破壊手法

レンズ L6 は約2倍に拡大されたき裂の実像 RI をホログラフィ乾板の後ろに作る。ホログラフィ乾板 HP1 はこのき裂の実像 RI をホログラフィ記録する。

(ii) き裂前縁のホログラフィ記録⁽²¹⁾。前述のように、鏡 M3 からビームスプリッタ BS3 に入射した平行光線は BS3 によって、二つに分けられる。BS3 で反射された光は、鏡 M4-M7 で反射された後、ホログラフィ乾板 HP2 に斜めに入射する。これが参照光である。また、ビームスプリッタ BS2 で反射した光はレンズ L7, L8 を通過し、鏡 M8-M11 で反射された後、試験片端面 A から試験片内に入射する。端面 A には表面がわずかに粗面になっている透明平板が張り付けてある。これにより、試験片内に入射した光は拡散照明光(強い指向性は持っている)となり、き裂面を一様な明るさに照明する。また、この照明光は試験片端面 A に

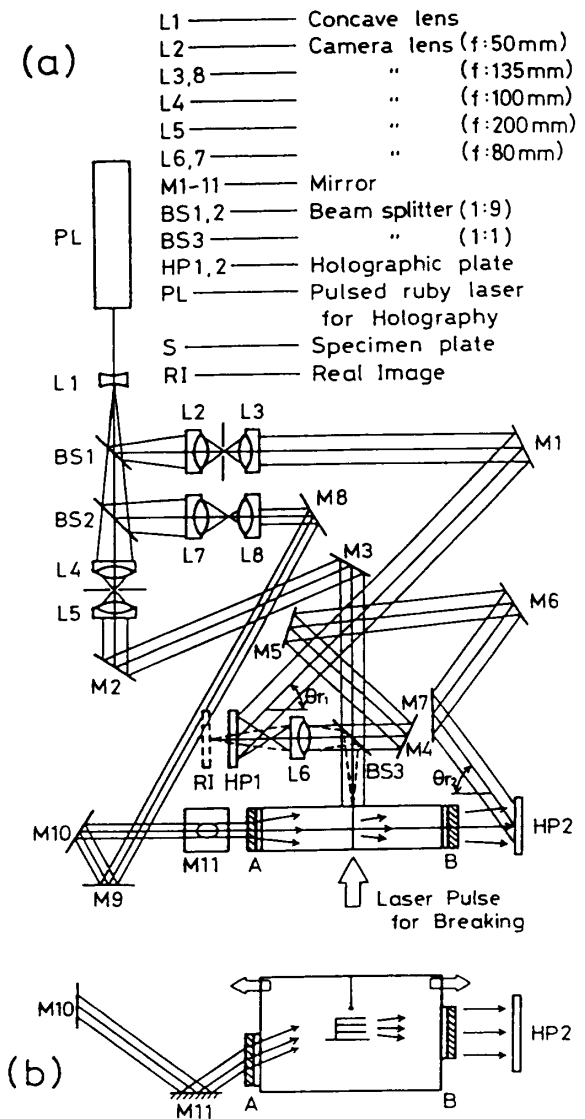


図5 記録用パルスホログラフィ光学系

垂直にはなく、斜め下方から入射する [図 5 (b)], これは、照明光の進行方向を、き裂を観察する方向からずらすことにより、き裂の観察を容易にするためである。き裂面で弱く散乱された光は試験片端面 B を通過し、ホログラフィ乾板 HP に入射する。これが物体光である。この様にして、高速進展き裂前縁がホログラフィ記録される。端面 B にはガラス平板が張り付けてあり、そのガラス平板と PMMA 試験片との間は流動パラフィンで満たされている。流動パラフィンの屈折率は 1.48 であり、PMMA の屈折率 1.49 に近い。したがって、試験片端面とガラス平板との間を流動パラフィンで満たすことにより、試験片加工後に端面に残っているわずかな凸凹による像のひずみをなくすることができる。

上記の光学系を用い、PMMA 中を高速進展するき裂開口部の形状のホログラフィ記録と、き裂前縁のホログラフィ記録とを同時に行う。

2.4 再生と写真撮影 上記の光学系で記録されたき裂の立体像の再生手法を図 6 に示す。

(i) き裂開口部の再生と顕微鏡撮影⁽⁷⁾。上記のホログラフィ乾板 HP1 を現像処理し、でき上がったホログラム (現像処理されたホログラフィ乾板) を He-Ne レーザの平行光線で照明する [図 6 (a)]。すると、前述のホログラフィ光学系で記録されたき裂の実像

RI が再生される。再生された実像を顕微鏡で拡大し、写真撮影する。

(ii) き裂前縁の再生と撮影⁽²¹⁾。ホログラム HP2 を He-Ne レーザの平行光線で照明し [図 6 (b)], 試験片とき裂の立体像 (虚像) を再生する。そして、試験片端面 B を通して観察されるき裂前縁を写真撮影する。

2.5 同期手法 上述のホログラフィ記録を行うには、破壊用パルスルビレーザの照射による高速進展き裂の発生に、ホログラフィ記録用パルスルビレーザ PL1 の発振を同期させる必要がある。本研究では、文献(22)に示されているのと同じ同期手法を用いた。

3. 結果と検討

上記の手法を用いて撮影された高速進展き裂の一例を図 7 に示す。き裂速度は 233 m/s であった。

3.1 き裂開口変位 図 7 (a) は試験片表面におけるき裂先端付近の開口部の顕微鏡写真である。暗く写っているのがき裂開口部である。き裂先端からの距離 r の関数としてき裂開口変位 COD を測定することができる。それを図 7 (b) に示す。 COD は、き裂先端から約 8 mm の距離まで測定された。すなわち、き裂先端からの距離が試験片板厚 (20 mm) の半分以下の範囲内で測定された。したがって、すべての COD 測定は三次元応力場内で実施されたと考えられる。測定された COD が r の λ 乗に比例すると仮定し、最小二乗法を用いて λ を求める。図 7 に示されたき裂では、 $\lambda=0.503$ である。

このようにして、指数 λ の値を個々のき裂に関して求めることができる。得られた λ とき裂速度との関係を図 8 に示す。指数 λ がき裂速度に依存しないことがわかる。また、 λ は測定精度の範囲内で 0.5 に一致する。本研究では 8 個のき裂に関して λ を求め、その平均として、 $\lambda=0.50 \pm 0.04$ なる値を得た。この結果から、次のことが言える。

進行き裂の COD は、三次元応力場内においても、 \sqrt{r} に比例する。すなわち、進行き裂の先端に現れる三次元応力場は、試験片表面で、 $1/\sqrt{r}$ の特異性を持つ。この結果は、き裂速度に依存しない。

3.2 き裂前縁角 図 7 (c) は (a) に示されたき裂の前縁部を試験片端面を通して撮影した写真である [き裂前縁のホログラフィ再生像から図 7 (c) のような写真を作成する方法の詳細に関しては文献(21)を参照されたい]。 (a) の写真は、(c) の写真中の右側の試

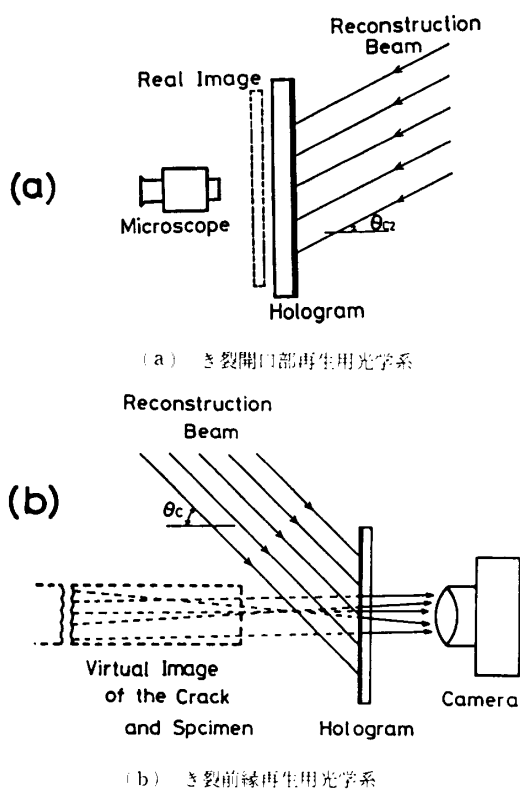


図 6

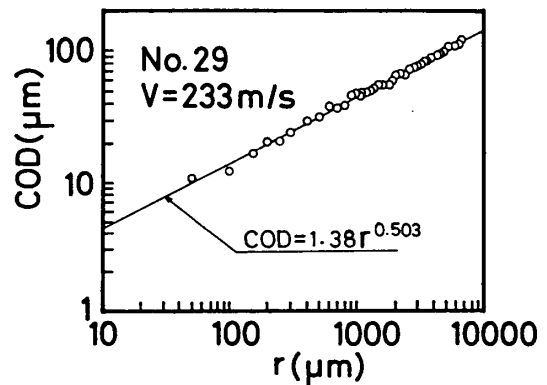
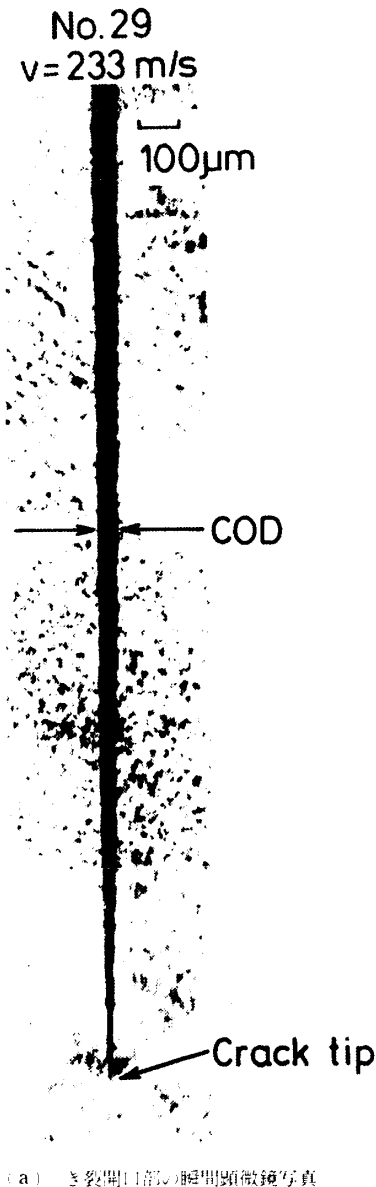
験片表面（き裂前縁角が β であるほうの面）で撮影されたものである。き裂前縁の写真から、き裂前縁角 α 、 β を測定することができる。図7のき裂では、 $\alpha=95.7^\circ$ 、 $\beta=104.3^\circ$ であった。き裂前縁は、わずかに、左右非対称になっている。き裂前縁は左右対称の場合もあるが非対称の場合もある。この原因に関しては、文献(21)の討論を参照していただきたい。

このようにして測定されたき裂前縁角とき裂速度との関係を図9に示す。○は α 、▲は β である。○、▲の側に記されている数字は実験番号である。図7に示したき裂からもわかるように、き裂前縁は左右非対称になることがある。そのため、ひとつのき裂において α と β とが異なる値を持つことがある。図9のデータの

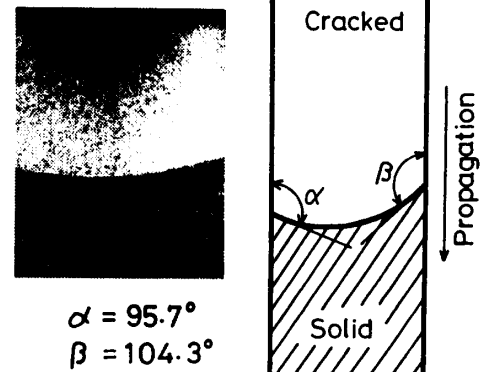
ばらつきは、主に、それによって発生したものである。ここで、 α と β との間には次のような関係が認められる。すなわち、 α が大きい時には β が小さく、 α が小さい時には β が大きい。例えば、実験番号23のき裂では、 β が大きく α が小さい。また、実験番号18のき裂では、逆に、 α が大きく β が小さい。このように、 α と β とは互いに独立ではないことがわかる。

図10は α と β の算術平均、 $(\alpha+\beta)/2$ のき裂速度への依存性を示している。図9に比べてばらつきが少なく、き裂速度の増加に伴ってき裂前縁角が減少していくのがわかる。ここで、●はCODとき裂前縁角との同時計測が行われたき裂であり、○はき裂前縁角の測定のみが行われたき裂である。異なる速度を持つき裂前縁の例を図11に示す。進展速度が速いときにはき裂前縁角が直角に近いことが良くわかる。

Bazant-Estensoro⁽⁶⁾は、き裂速度が無限小の時のき裂前縁角を数値計算により求めた。それによると、き裂前縁角はポアソン比のみによって決定され、本研究で用いたPMMA試験片（ポアソン比=0.39）の場合には、き裂前縁角は約 104° と与えられる。図10に示された測定結果はき裂速度が小さいところで



(b) き裂開口変位



(c) き裂前縁の瞬間写真

図7 PMMA中を高速で進展するき裂の一例

Bažant-Estenssoro の数値結果と一致する傾向を示している。また、き裂速度の増加に伴い、き裂前縁角は減少しており、直角に近づいている。本研究ではき裂速度が 264 m/s までの領域でき裂前縁角を測定したが、き裂速度がさらに大きくなったときに、き裂前縁角が 90° に漸近するか否かは今後に残された興味深い問題である。

3・3 き裂前縁角を支配する無次元量について

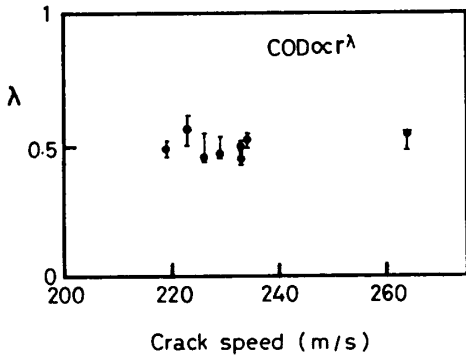


図 8 指数 λ とき裂速度 v の関係

き裂前縁角を支配する物理量として試験片板厚 t 、ヤング率 E 、破壊靱性値 K 、ポアソン比 ν 、き裂速度 v 、材料中の音速 c (縦波、横波またはレイリー波) が上げられる。き裂前縁角は無次元量であるため、これを支配する物理量は無次元量でなければならない。上の六つの物理量を組合せることにより、次の三つの無次元量を作ることができる。

$$\nu, \frac{v}{c}, \frac{K}{E\sqrt{t}}$$

本研究の測定結果は、き裂前縁角がき裂速度の増加に伴って減少することを示している。これは、上記の無次元量の変化によるものと考えられる。以下に、過去の研究結果と併せて、これを検討する。

Benthem⁽⁵⁾や Bažant-Estenssoro⁽⁶⁾が取扱った半空間(Half space)の問題では、無限に厚い板の表面付近を取り扱うため、板厚 t は無限大となる。したがって、第 3 の無次元量 ($K/E\sqrt{t}$) は零となる。また、き裂速度が材料中の音速よりも十分小さいならば第 2 の無次元量 (v/c) は十分小さな値となり、結局、ポアソン比 ν だけがき裂前縁角を支配する物理量となる。Bažant-

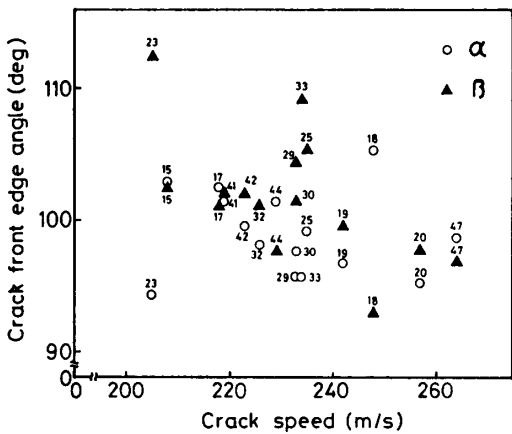


図 9 き裂前縁角 (α, β)

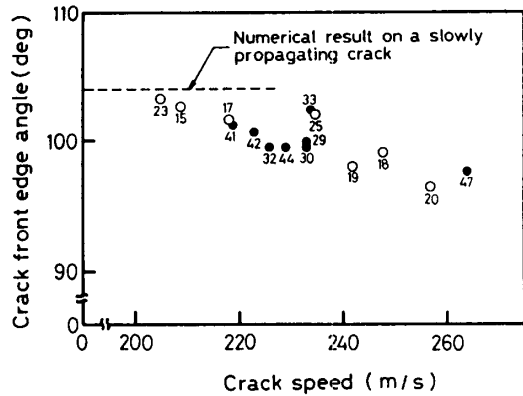


図 10 き裂前縁角の平均値、 $(\alpha + \beta)/2$ のき裂速度への依存性

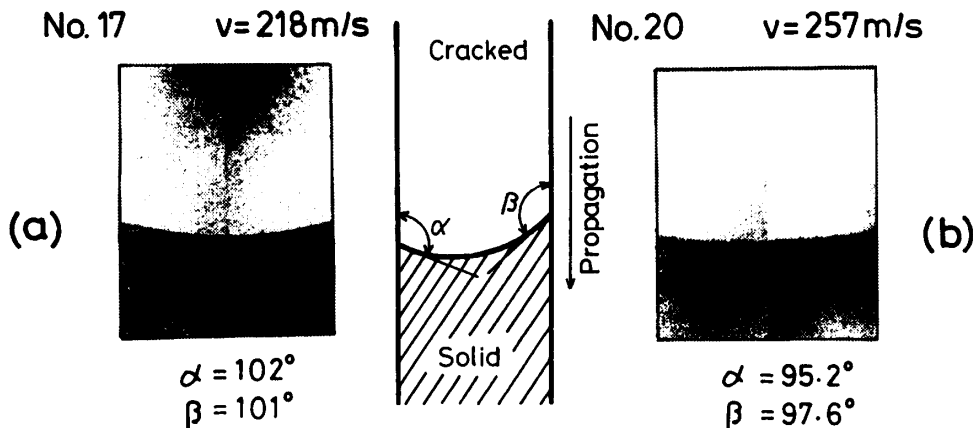


図 11 高速進展き裂前縁 (き裂速度が速くなるとき裂前縁は直線に、前縁角は直角に近づく)

Estenssoro の数値計算の結果がポアソン比のみに依存しているのは、上記の理由による。彼らの計算によれば、き裂前縁角は $\nu=0$ の時に 90° であり、 $\nu=0.4$ では 105° である。すなわち、 ν が 0.4 変化すると、き裂前縁角が約 0.1 ラジアン変わる。

Rolfe は構造用鋼材中を進展・停止したき裂の前縁角を測定した⁽⁶⁾。停止時のき裂速度は零なので第 2 の無次元量 (ν/c) は零となる。これは Bažant-Estenssoro の計算条件と一致する。しかし、使用した試験片の板厚は約 50 mm と有限であり、Bažant-Estenssoro が取扱った半空間の問題と異なる。それにもかかわらず、Rolfe の測定結果は Bažant-Estenssoro の計算結果と一致している。これは、Rolfe が行った実験では第 3 の無次元量 ($K/E\sqrt{t}$) の値が十分小さかったためと推測される。すなわち、 50 mm という試験片板厚は、半空間の問題と一致するほど十分厚いとみなすことができたためであろう。

同様のことが本研究においても言える。本研究では厚さ 20 mm の試験片を用いた、PMMA の破壊靱性値を $K=2\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ 、ヤング率を $E=3\,200\text{MPa}$ とすれば、第 3 の無次元量 ($K/E\sqrt{t}$) は 0.0044 となる。また、き裂速度 v を 240m/s 、音速 c として PMMA のレイリー波の速度 (910m/s) をとれば、 ν/c は 0.26 となる。したがって、各無次元量のオーダーは、以下のようになる。

$$\nu \sim 10^{-1}$$

$$\nu/c \sim 10^{-1}$$

$$K/E\sqrt{t} \sim 10^{-3}$$

このように、第 3 の無次元量 ($K/E\sqrt{t}$) の値が他に比べて 2 けた小さい。したがって、第 3 の無次元量の影響は無視しても良いと考えられる。

3・4 き裂前縁角を変化させる機構について 本研究では $200\text{--}270\text{m/s}$ の高速で進行するき裂を対象としている。この速度範囲で、き裂前縁角がき裂速度に伴って変化する機構は二つ考えられる。ひとつは、き裂速度の変化が直接影響する力学的機構である。もうひとつは、き裂先端付近での物性値 (ν , K , E) の変化からき裂前縁角が変わる機構である。以下に示す検討を通して、後者の可能性が低く、前者の可能性が残されることを示す。

(1) ポアソン比 高速進展き裂先端付近では、材料のひずみ速度が非常に大きく、静的条件下での PMMA の物性値を用いることができないことがある。き裂前縁角に対して最も大きな影響を与えるのはポアソン比であり、それが変化したか否かを検討す

る。

ポアソン比が変わる要因として、まず、大きなひずみ速度を上げることができる。Raftopoulos ら⁽²³⁾ は、持続時間 20ms の衝撃荷重下で、PMMA のポアソン比を測定した。その結果、衝撃荷重下でのポアソン比は静的荷重下でのそれと同じであった。このことから、ポアソン比は荷重速度に対して鈍感であると言える。したがって、荷重速度に対するポアソン比の変化を考慮する必要はないであろう。

ポアソン比を変化させるもうひとつの要因としてき裂先端付近での断熱的温度上昇が考えられる。しかし、PMMA 温度の上昇はポアソン比の増加を引き起こすものと予想される。Bažant-Estenssoro の研究によれば、ポアソン比の増加はき裂前縁角を増加させる。したがって、き裂速度の増加に伴うポアソン比の増加はき裂前縁角の増加をもたらす。これは、本研究の測定結果とは逆の傾向である。したがって、温度上昇によるポアソン比の変化は起こっていないものと考えられる。

これらの検討から、本研究では、ポアソン比は一定だったと考えられる。

(2) 破壊靱性値とヤング率 前節で、第 3 の無次元量 ($K/E\sqrt{t}$) が無視できることを示した。このことから、大きなひずみ速度と温度上昇によるヤング率や破壊靱性値の変化は、き裂前縁角に影響を与えないことがわかる。

上記の検討を総合すると、き裂前縁角がき裂速度の増加に伴って減少する原因を、PMMA の物性値の変化に求めるのは困難である。したがって、力学的機構が有力な可能性として残される。しかし現在のところ、き裂速度の変化が力学的機構を通してき裂前縁角をどの程度変化させるか、を見積もる手段はない。理論または数値計算による研究が望まれる。

4. 結 論

(1) パルスホログラフィ顕微鏡法とパルスホログラフィ法とを用いることにより、PMMA 中を高速進展するき裂の開口変位と前縁角とを同時計測することができる。

(2) 進行き裂先端部に発生する三次元応力場内でも、試験片表面では、 COD は \sqrt{r} に比例しており、 $1/\sqrt{r}$ の特異性が保たれている。このことは、き裂速度に依存しない。

(3) き裂前縁角は鈍角である。また、き裂は試験片内部のほうが表面よりも先に進行している。

(4) 本研究では、進展速度が200-270 m/sのき裂を取扱った。進展速度が遅いときには、き裂前縁角はBažant-Entenssoroの数値結果と一致する。しかし、き裂速度の増加に伴って前縁角は減少し、90°に近づく。き裂速度をさらに大きくしたときに、き裂前縁角が90°に漸近するか否かは今後に残された興味深い問題である。

(5) き裂前縁角がき裂速度の増加に伴って減少することに対する説明は、PMMAの物性値の変化からではなく、むしろ、純粋に力学的な機構として与えられるものと予想される。

(6) このようなき裂前縁角の変化は、三次元応力場の試験片表面での特異性を $1/\sqrt{r}$ に保つよう起きていると考えられる。

本研究の一部は、平成元年度文部省科学研究費補助金[一般研究(c), 課題番号01550071]の補助を受けた。また、文部省宇宙科学研究所、安部隆士助教授から、PMMA試験片の破壊に用いたパルスレーザーをお借りした。さらに、本研究を実施するにあたり、本学大学院生、吉山育伸君(現在、ブラザー工業)、青木功君、三浦一寿君の協力を得た。ここに感謝する。

文 献

- (1) Yoffe, E. H., *Phil. Mag.*, **42**(1951), 739.
- (2) Craggs, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, **8**(1960), 66.
- (3) Achenbach, J. D. and Tolikas, P. K., *ASTM STP*, **627**(1977), 59.
- (4) 青木, 材料, **33**-365(1984), 229.
- (5) Benthem, J. P., *Int. J. Solids Struct.*, **13**(1977), 479.
- (6) Bažant, Z. P. and Estenssoro, L. F., *Int. J. Solids Struct.*, **15**(1979), 405, and Addendum to the Paper, *Int. J. Solids Struct.*, **16**(1980), 479.
- (7) Suzuki, S., ほか2名, *J. Mech. Phys. Solids*, **36**-6(1988), 631.
- (8) 清水・島田, 非破壊検査, **27**-7(1978), 399.
- (9) 島田・佐々木, 機論, **49**-441, A(1983), 579.
- (10) Shimizu, K., ほか2名, *Exp. Mech.*, **25**-2(1985), 154.
- (11) Yang, W. and Freund, L. B., *Int. J. Solids Struct.*, **21**-9(1985), 977.
- (12) Rosakis, A. J. and Ravi-Chandar, K., *Int. J. Solids Struct.*, **22**-2(1986), 121.
- (13) 鈴木・細田, 機論, **55**-517, A(1989), 1974.
- (14) Manogg, P., *Proc. Int. Con. Physics Non-Crystalline Solids*, Delft, The Netherlands, (1964), 481.
- (15) Beinert, J., ほか2名, *Proc. 6th Int. Con. Exp. Stress Anal.*, VDI Report No. 313, (1978), 791.
- (16) Rosakis, A. J., *Eng. Fract. Mech.*, **13**(1980), 331.
- (17) Kalthoff, J. F., *Int. J. Fract.*, **27**(1985), 277.
- (18) Takahashi, K. and Arakawa, K., *Exp. Mech.*, **27**-2(1987), 195.
- (19) 西岡・橋高, 機論, **54**-501, A(1988), 1061.
- (20) Suzuki, S. and Nakajima, T. (Homma, H., Shockey, D. A. and Yagawa, G. 編), *Dynamic Fracture Mechanics For the 1990's*, PVP Vol. 160, ASME, (1989), 79.
- (21) 鈴木・吉山, 機論, **56**-525, A(1990), 1107.
- (22) 鈴木・ほか2名, 機論, **55**-520, A(1989), 2402.
- (23) Raftopoulos, D. D., ほか2名, *J. Phys.*, **9**(1976), 869.