

成長ひずみ法によるソリッド体の形状最適化* (体積, 応力制約のためのPID制御の導入)

下田昌利*¹, 畔上秀幸*², 桜井俊明*¹

Shape Optimization of Solid Structures Using the Growth-Strain Method (Introduction of PID Control for Volume and Stress Constraints)

Masatoshi SHIMODA, Hideyuki AZEGAMI and Toshiaki SAKURAI

This paper describes the shape optimization analysis of solid structures, where the shape optimization problems of linear elastic structures are treated to improve the strength or to reduce the weight of solid structures. The shape optimization system is developed based on the growth-strain method. The growth-strain method, which modifies a shape by generating bulk strain, was previously proposed for analysis of the uniform-strength shape. The generation law of the bulk strain is given as a function of a distributed parameter to be made uniform such as von Mises stress. In this paper, improved generation laws are proposed for the volume and maximum stress constraints. The laws make the stress uniform while controlling the volume and maximum stress to target values. PID control is introduced as the control method. A simple example using a cantilever beam and examples applied to suspension arms are presented. The results show sufficient validity and practicality of this method and developed system in terms of strength improvement and weight reduction of solid structures.

Key Words: Optimum Design, Structural Analysis, Finite-Element Method, Shape Optimization, Solid Structure, PID Control

1. 緒 言

機械や構造物の設計において、諸特性を満たし経済性の優れた設計を効率的に行うための構造最適化技術が求められている。本論文では自動車のシャシコンポーネント等のソリッド体の形状最適化問題を扱っている。形状最適化問題は設計の初期段階において重量、コスト等を考慮した概念設計を与えたり、最終的な段階では機能上の必要性から設けられるノッチや穴等の詳細な形状を与えるものとして重要である。すでに報告されているもののほとんどは設計変数の少ない二次元問題⁽¹⁾⁽²⁾に関するものであり、ソリッド体の形状最適化に関する報告はあまり行われていないようである。

形状最適化の手法としてはこれまでに多くの手法が提案され、紹介されているが⁽³⁾、その多くは数値計画法に基づいたものであり、目的関数の最小化に対して適用される。本報ではミーゼス応力のような分布パラメータの均一化に対して適している成長ひずみ法⁽⁴⁾を

用い、ソリッド体を対象にした平等強さの形状を解析する形状最適化手法およびシステムの開発を行っている。この種の問題に対して、数値計画法を用いた手法の適用も可能であるが、大規模な設計変数を有するソリッド体に対しては必ずしも実用的とは言えず、本報ではその問題を回避できると考えられる手法の一つである成長ひずみ法を用いている。

また、形状を最適化する過程において、体積や最大応力を制約条件として考慮することは設計上必須である。本論文ではこれを効率よく行うために自動制御の考えを導入し、体積や最大応力を目標値に等しくなるように制御しながら分布パラメータの均一化を行う新たな成長則を提案している。制御方法としてはPID制御を用いている。

本手法、システムを用いて簡単な片持ばりや実際のサスペンションアームの形状最適化計算を行った結果、強度向上や軽量化が達成され、制約条件を付加した平等強さの形状の解析における本手法と開発システムの有効性、実用性が確認できたので手法および計算例を報告する。

2. 成長ひずみ法

成長ひずみ法は平等強さを解析する数値最適化手法

* 平成4年1月21日 第1回設計工学・システム部門講演会において講演、原稿受付 平成5年7月15日。

¹ 正員、三菱自動車工業(株) (〒444 岡崎市橋目町中新切1)。

² 正員、豊橋技術科学大学工学部 (〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

として提案されている⁽⁴⁾。その方法では分布パラメータが均一化するように体積ひずみを発生させることによって形状の最適化が行われる。最適化の過程は二つのステップの繰返しで構成される。最初に均一化する分布パラメータの評価を行うための通常の応力解析が拘束条件下で行われる。次に成長変位すなわち形状変更量を計算するための成長解析が形状制約条件下で体積ひずみの発生則(成長則)に従って行われる。それぞれの解析は有限要素法を用いて行われる。図1に成長ひずみ法のご概念図を示す。体積ひずみは分布パラメータの関数として式(1)の成長則に従い発生され、それにより形状が変わり、分布パラメータが均一化される。本報は強度の均一化の問題を扱っており、分布パラメータとしてミーゼス応力を用いている。

$$\epsilon_{ij}^B = \frac{\sigma - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} \delta_{ij} h \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 ϵ_{ij}^B は体積ひずみテンソル、 σ は分布パラメータ(ミーゼス応力)、 $\bar{\sigma}$ は分布パラメータの基準値(例えば平均応力、最大応力)、 δ_{ij} はクロネッカのデルタ、 h は成長比を示す。なお、成長比は1回の成長変形の大きさを調整するためのもので、微小成長変形を仮定した場合、 $h \ll 1$ となる任意定数である。形状変更量すなわち成長解析における成長変位は体積ひずみを外力と考えたときの弾性解析の解として求められる。成長変位を形状定義の節点座標に重ね合わせることににより新たな形状が定義される。成長解析において、形状制約条件、要素の相互作用によりその一部は内力として蓄えられ、応力として残留する。この残留応力を繰返しごとに解放し、次の段階では応力のない状態で応力解析が行われる。

3. 成長則の改良

2章に示した従来の式(1)の成長則は応力の均一化を目的としたものであり、実際の設計上考慮されるべき体積や応力の制約は含まれていない。そこで、本報では均一化に加え、体積や最大応力を制約条件として考慮することを試み、そのための成長則の改良を行っ

ている。各繰返しごとに制約を満足させるような成長則も提案されているが⁽⁵⁾、本報では実用性を重視し、最終的に制約が満たされればよいと考え、成長則に自動制御の考えを導入することを提案している。

3・1 体積制御の成長則

体積を目標値に等しくなるように制御するために改良した成長則を式(2)に示す。成長変形における各繰返しでの体積の変動は自動制御問題における一種の外乱とみなすことができ、この問題は外乱に対する定値制御問題に相当すると考えられる。そこで、制御理論におけるPID制御の考えを導入し、体積の制御を行っている。なお、基準値は式(3)のように定義した平均応力を用いている。

$$\epsilon_{ij}^{B(n)} = \frac{\sigma^{(n-1)} - \bar{\sigma}^{(n-1)}}{\bar{\sigma}^{(n-1)}} \delta_{ij} h - \left\{ K_P \frac{V^{(n-1)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{V^{(k)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_D \frac{V^{(n-1)} - V^{(n-2)}}{V_{obj}} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

$$\bar{\sigma}^{(n)} = \sum_e \frac{\sigma_e \nu_e}{V^{(n)}} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $\sigma^{(n)}$ 、 $V^{(n)}$ は n 回の繰返し数におけるミーゼス応力と体積、 K_P 、 K_I 、 K_D は比例定数、 ν_e は要素の体積、 σ_e は要素の代表応力、 V_{obj} は目標体積を表す。式(2)の右辺第1項は式(1)と同様の応力の均一化を行う項であり、各要素ごとに発生する応力に応じて異なった体積ひずみを発生させ、比例的な成長を行わせる項である。今回付加した第2項は体積を目標値に制御する項であり、目標体積と各繰返しでの体積の差に応じ、体積ひずみをすべての要素に均等に発生させ、相似的な一様形状変形を行わせる項である。

右辺第2項の中の K_P を有する項はPID制御における比例動作に相当し、目標体積との偏差に応じて体積ひずみを発生させ、 K_I の項は積分動作に相当し、残留偏差を除く項である。また、 K_D の項は微分動作に相当し、外乱に対する応答を速める項である。 K_P 、 K_I 、 K_D の値を解析対象の成長特性や要求される制御精度、収束性に応じて組み合わせ、また h との関係をも考慮して最適制御を行うことを最終目標としているが、現在は K_P 、 K_I 、 K_D とも実用上0.5から1.5程度の値を経験的に組み合わせている。第1項めの比例成長と第2項めの一様成長を重ね合わせることににより、体積を目標値に等しくなるように制御しながら応力を均一化し、強度の最大化が行われる。

3・2 応力制御の成長則

最大応力を目標応力に制御するために改良した成長則を式(4)に示す。

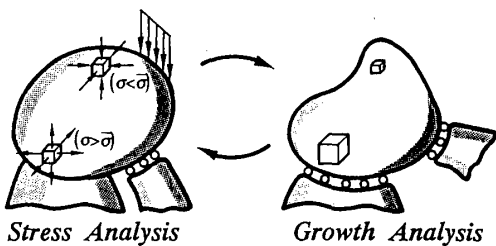


図1 成長ひずみ法のご概念図

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{(n)} = & \frac{\sigma^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} \delta_{ij} h + \left\{ K_P \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} \right. \\ & \left. + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\sigma_{max}^{(k)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} + K_D \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{max}^{(n-2)}}{\sigma_{obj}} \right\} \\ & \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 σ_{obj} は目標応力(例えば許容応力)、 σ_{max} は最大応力を表す。体積制御の場合と同様に、一様形状変形を行うことにより、最大応力を目標応力に等しくなるように制御することを行っている。この成長則により最大応力を目標値に等しくなるように制御しながら応力を均一化し、体積の最小化が行われる。

4. 形状最適化システム

自動車の構造、部品等の応力解析を行う場合、そのモデルの大きさ、要素の種類、プリポスト処理等のため汎用 FEM コードが一般に使用される。開発したシステムは汎用 FEM コードを利用し、成長ひずみ法による形状最適化解析を行うものである。

一般に、物体が熱的に等方性と仮定した場合、発生する熱ひずみはせん断成分をもたない体積ひずみであり、成長解析における体積ひずみと同様の式で定義される。このことに注目し、汎用 FEM コードの備えている熱変形解析の機能を利用して成長解析を行う方法が提案されており⁽⁶⁾、本システムはその方法を適用している。

開発した形状最適化システムの流れを図 2 に示す。本システムは汎用 FEM コードと開発プログラムを組み合わせた構成になっており、まずプリプロセッサを

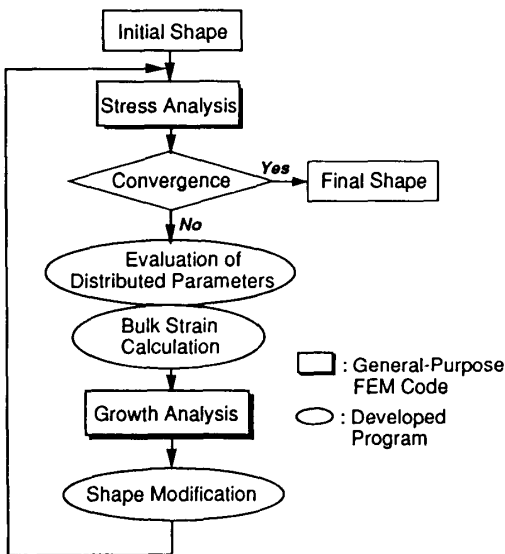


図 2 形状最適化システムの流れ

利用して FEM モデルを作成し、通常の応力解析を行う。次に、得られた各要素の応力の評価、発生させる体積ひずみの計算を開発プログラムで行う。この値を次の成長解析の荷重条件(熱荷重)として用いる。続いて、汎用 FEM コードの熱応力形解析を利用した成長解析を行う。成長解析の境界条件は最初の応力解析の境界条件とは独立に設定され、形状変更のみを考慮して形状変更が許されない境界を拘束する。最後に、開発プログラムにて形状変更を行う。この過程を繰り返すことにより最適形状を計算する。解析結果はポストプロセッサを利用して処理する。

5. 計算結果

5.1 片持ばり 提案する手法および開発システムの有効性を確認するために最適形状が明らかな単純な片持ばりについて最適化計算を行った。初期形状および応力解析の境界条件を図 3 (a) に、成長解析の形状制約条件を図 3 (b) に示す。計算モデルは六面体の一次要素を用いてメッシュ分割し、応力解析では端面を完全拘束し、反対側の面内に一様に下向きのせん断力を負荷している。成長解析では長さと高さを不変とし、幅方向のみ形状変更が可能ないように形状制約条件を設定している。成長則は体積制御を行う式(2)を用いた。体積の目標値は初期形状の体積とし、体積一定で応力の均一化を図り、強度の最大化を行うことを目的とした。なお、式(2)の比例定数は $K_P=0.5$ 、 $K_I=0.5$ 、 $K_D=0.0$ 、 $h=0.1$ とした。

図 4 に形状最適化過程とミーゼス応力分布を示す。図中の数字は応力の大きさを表している。繰り返しが進むにつれ応力の高い固定端側の上下表面は膨張し、逆

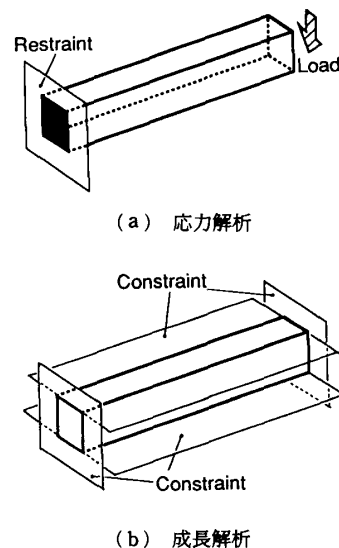


図 3 片持ばり解析の問題設定(体積制御: $V_{obj} = V^{(0)}$)

に応力の低い負荷面や中立面付近は収縮していることがわかる。40回の繰返しでほぼ応力の均一化した収束形状が得られている。

図5に最適化過程での体積と応力の履歴を示す。なお、改良した式(2)の成長則の有効性を確認するために従来の成長則の式(1)を用いた場合についても同様の計算を行い、そのときの体積の履歴を併記している。この図より応力の均一化のみを目的としている式(1)の場合、繰返しに伴い体積は増加しているが、体積制御を加えた式(2)の場合では体積は一定に制御されており、今回付加した式(2)の右辺第2項が有効に機能していることが確認される。また、最大応力は約55%減少しており、体積一定で強度の向上が達成されている。

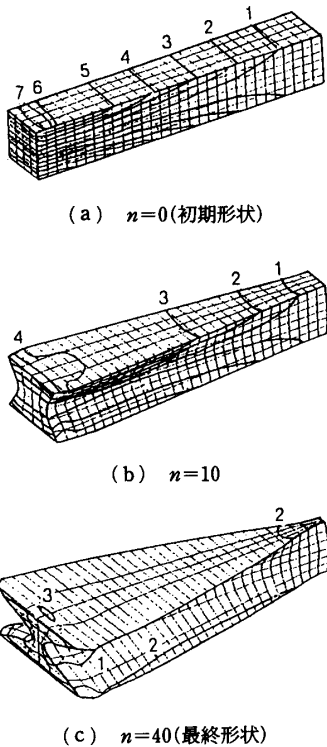


図4 片持ばりの形状最適化過程とミーゼス応力分布

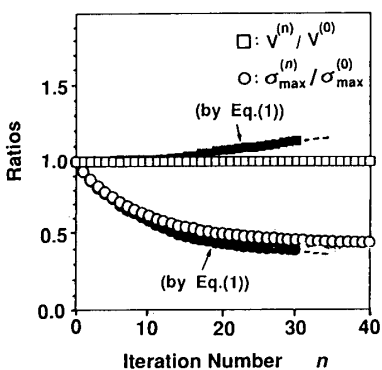


図5 片持ばりの最適化履歴

同様に、体積の目標値を初期形状の二分の一とした場合の結果を図6に示す。この場合、最大応力の減少は約25%であった。

5.2 比例定数 K_P, K_I, K_D の影響 本論文で提案している成長則において、比例定数 K_P, K_I, K_D は体積もしくは最大応力の目標値への制御性に影響を及ぼす定数である。前述した片持ばりを例にこれらの定数の組合せを変更し、その影響を検討した。成長則としては応力制御を行う式(4)を用い、最大応力の目標値は初期形状の最大応力とした。また、比例定数の組合せは表1に示す4ケースとし、 h はすべてのケースで $h=0.2$ とした。40回の繰返しまでの最大応力の履歴を図7に示す。

式(1)の成長則に相当するケース1では最大応力は目標値を大きく上回っていることがわかる。ケース1に比例要素を加えたケース2では最大応力はほぼ目標値へ制御されているが、残留偏差が存在している。ケース2に積分要素を加えたケース3では残留偏差はな

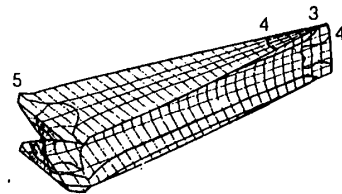


図6 収束形状とミーゼス応力分布 (体積制御: $V_{obj}=0.5 V^{(0)}$)

表1 K_P, K_I, K_D の組合せ

	K_P	K_I	K_D
Case1	0.0	0.0	0.0
Case2	1.0	0.0	0.0
Case3	1.0	0.5	0.0
Case4	1.0	0.5	0.5

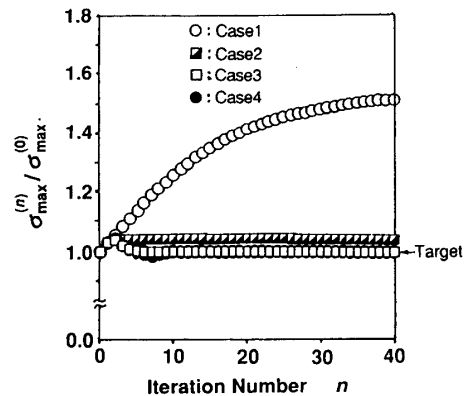


図7 最大応力の制御履歴(応力制御: $\sigma_{obj}=\sigma_{max}^{(0)}$)

くなり、目標値への制御が達成されていることがわかる。このときの制御精度は0.01%であった。さらに、微分要素を加えたケース4はケース3とほぼ同様の履歴を示しているが、成長変形による最大応力の変動が大きくなるような問題設定に対してその効果が現れると推定される。なお、各ケースで得られた最終形状は制御精度による最終的な最大応力の違いにより体積はやや異なるが(例えば、ケース1では75%、ケース3では60%の体積減少)、いずれも約40回の繰返して類似の形状が得られた。 K_P 、 K_I 、 K_D の各項は目標値への制御に対して制御理論どおりに機能しており、PID制御の成長則への導入の有効性が確認される。

6. 適用例

自動車のシャシコンポーネントへの適用例としてフ

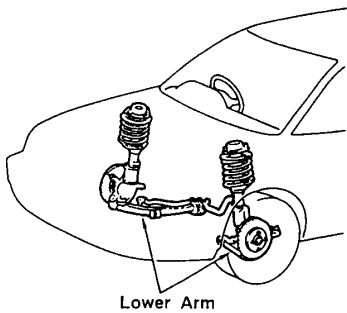
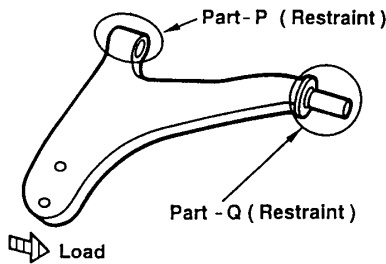
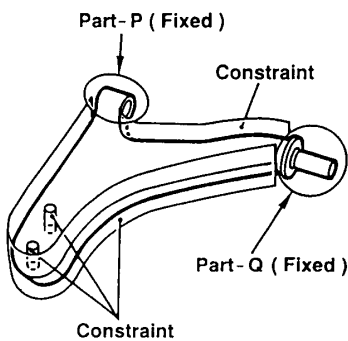


図8 フロントサスペンションアームの概念図



(a) 応力解析

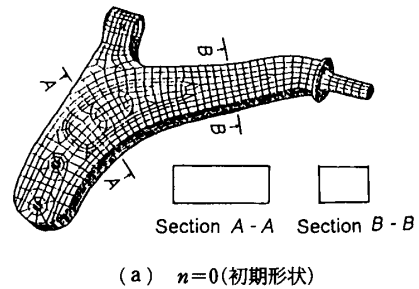


(b) 成長解析

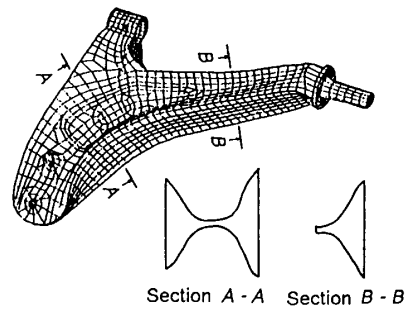
図9 フロントロアアーム解析の問題設定
(体積制御: $V_{obj} = V^{(0)}$)

ロントロアアームおよびリヤロアアームの計算例を示す。いずれの計算モデルも五面体、六面体の一次要素を用いてメッシュ分割した。また、成長解析における成長比は $h=0.1$ とした。

6.1 フロントロアアーム(体積制御) 図8にフロントロアアームの概念図を示す。図9(a)に最適化計算を行ったロアアームの応力解析の境界条件を、図9(b)に成長解析の形状制約条件を示す。初期形状はゴムプッシュが圧入される部分(P部、Q部)を除き各断面とも長方形断面とした。応力解析ではP部、Q部を拘束し、図に示すような荷重を負荷した。成長解析ではP部、Q部の形状は変わらないとし、他の部分について厚さ方向の形状変更が可能ないように形状制約条件を設定した。成長則としては体積制御を行う式(2)を用いた。体積の目標値は初期形状の体積とし、体積一定で応力の均一化を図り、強度の最大化を行うこと



(a) $n=0$ (初期形状)



(b) $n=35$ (最終形状)

図10 フロントロアアームの計算結果

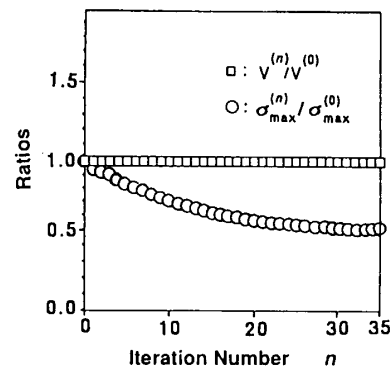


図11 フロントロアアームの最適化履歴

を目的とした。

図 10(a)に初期形状, (b)に 35 回の繰返しで得られた最終形状を示す。また, 図 11 に最適化過程での体積と最大応力の履歴を示す。最適化計算により各部分はその応力の大きさに応じ膨張や収縮が行われ, 断面 A-A 部, B-B 部ではそれぞれ図に示すように大きく断面形状が変化している。設定した目的どおりに体積は一定に制御され, 最大応力は約 50%減少し, 強度の向上が達成されている。

6.2 リヤロアーム(応力制御) 図 12 にリヤサスペンションアームの概念図を示す。図 13(a)は最適化計算を行ったリアロアームの応力解析の境界条件を示しており, 図 13(b)は成長解析の形状制約条件を示している。初期形状は各断面とも長方形断面とした。

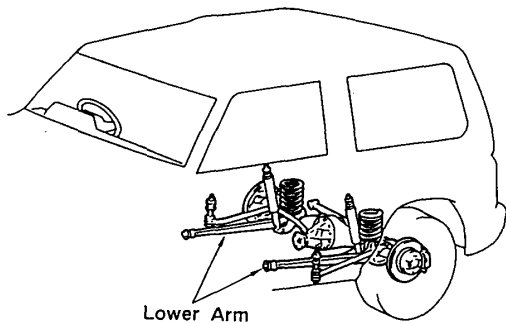
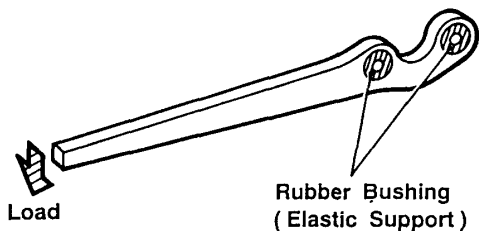
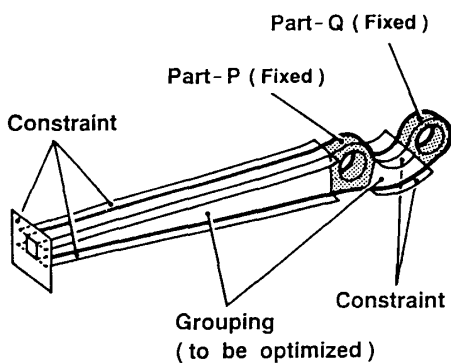


図 12 リヤサスペンションアームの概念図



(a) 応力解析



(b) 成長解析

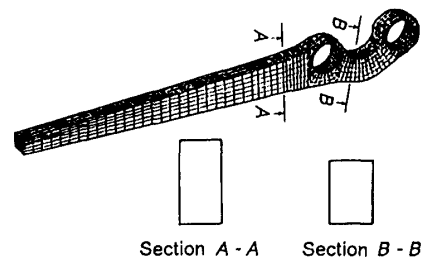
図 13 リヤサスペンションアーム解析の問題設定 (応力制御: $\sigma_{obj} = \sigma_{max}^{(0)}$)

応力解析では図に示すようにゴムブッシュ圧入部を弾性支持し, 端面に下向きのせん断力を負荷した。成長解析では P 部と Q 部は形状が変わらないとし, 残りの部分についてグループ化し, 厚さ方向の形状変更が可能なように拘束条件を設定した。成長則は応力制御を行う式(4)を用いた。応力の目標値は初期形状のグループ化した要素の中の最大応力とし, グループ化した部分について最大応力一定で体積の最小化を行うことを目的とした。

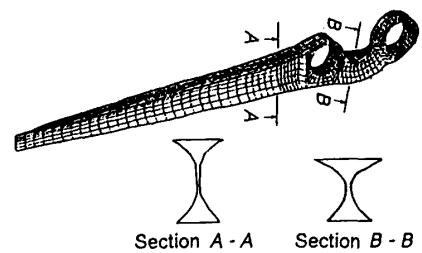
図 14(a)に初期形状を, (b)に 50 回の繰返しで得られた最終形状を示す。また, 図 15 に最適化過程での最大応力と体積の履歴を示す。最大応力は一定に制御され, 体積は約 60%減少している。

7. 結 論

成長ひずみ法を用いたソリッド体の形状最適化手法



(a) $n=0$ (初期形状)



(b) $n=50$ (最終形状)

図 14 リヤサスペンションアームの計算結果

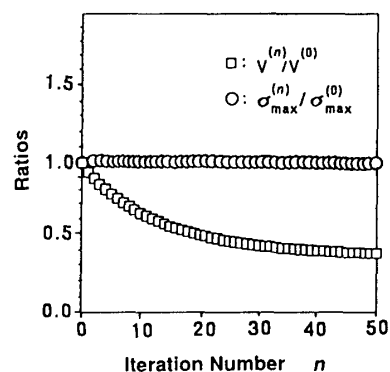


図 15 リヤサスペンションアームの最適化履歴

の検討およびシステムの開発を行い, これを用いて自動車部品の形状最適化解析を行った結果, 次のような結論が得られた。

(1) 成長ひずみ法を用いた平等強さ形状の解析に実設計に必要な体積や最大応力の制約を付加し, それをPID制御の考えを導入することにより効率的に行う方法を提案し, 有効性を示した。

(2) 開発した手法とシステムを具体的なサスペンションアームに適用し, その実用性を実証した。

文 献

- (1) Braibant, V. and Fleury, C., *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* **53** (1985), 119.
- (2) Bennett, J. A., *Int. J. Vehicle. Des.*, **5** (1984), 115.
- (3) Ding, Y., *Comput. Struct.* **24-6** (1986), 985.
- (4) 畔上, 機論, **54-508, A** (1988), 2167.
- (5) 呉・高見・下田・畔上, 機講論, No. 910-62 (1991-10), 691.
- (6) 榎木・畔上・阿部・島森・沖津, 機講論, No. 900-69 (1990-10), 249.