Specification of Regional Econometric Model

Makoto Yamaguchi

Abstract

It is said that experience is important for construction of the regional econometric model.

Maintenance of the macro data is advanced in the shape that corresponds to the theory to some degree. The data of micro can be investigated for oneself.

However, maintenance and investigation of regional data doesn't advance easily. The data used to construct the model doesn't often exist.

It is under this situation that economic theories and methods of estimation do not apply easily. After all, it is difficult to construct regional models. Original technical devices are needed to construct a model conforming to the theory. Hence, time and both cost increases. The experience of discovering the expression that can be presumed becomes important.

This paper is a summary of the experience for regional models' specification that has been constructed up to now. I hope that this thesis becomes reference of regional model building in the future.

The contents are first: kind and characteristic of equations and specification of equation, second: linearization, and the last: the method of changeable coefficients.

地域計量経済モデルの特定化

山　口　　　誠

はじめに

地域計量モデルの構築には経験が重要であると言われる。また、地域の計量分析は下火になったとされている。コンピュータの発達と地域データの整備が顕著な頃は、今にも社会経済構造の主な関係を数式化して、計画的な運営、計画／政策が実施されるであろうという見通しが語られていたものである。私がこの分野を志した頃もそうであった。

コンピュータの計算能力と経済理論（計量経済理論も含めて）は飛躍的に増大し進化し続けている。にもかかわらず、計量分析はあまり人気がない。マクロのデータは、ある程度理論に見合う形で整備が進んでいる。また、ミクロのデータは自力で調査が可能である。ところが、地域のデータはなかなか整備が進まない。モデルに必要なデータが存在しないことも多いのである。経済の理論や推定の理論が当てはまりにくい状況にある。

結局、地域モデルは構築困難になる。構築するためには、理論に準拠しつつ独自の工夫が必要になり、時間・費用ともに増大する。推定可能な式を見つけ出す経験が重要になる。

この論文は、今まで構築した地域モデルの特定化に関しての経験をまとめ、後学の参考になることを目指したものである。内容は、1. 方程式の種類・特性と特定化、2. 線形化、3. 可変係数の推定を含んでいる。

1. 方程式の特性と特定化

1. 1　行動方程式

経済活動をおこなう主体またはその集団、たとえば、消費者、企業、政府などの行動を示す方程式を行動方程式（behavior equation）という。需要関数、供給関数、投資関数などがその例である。理論的には様々な工夫がなされているが、地域モデルではなかなか採用が困難である。代表的な、消費関数と投資関数について実用性を検討する。

（消費関数）

原則として、都道府県レベルではデータも存在し、マクロとほぼ同様に考えれば推定可能である。消費関数は有名な消費関数論争からも明らかなようにかなりのヴァリエーションが見られる。推定問題上は全く同じ形であっても係数の意味が異なったりするので注意を要する。

また、一人当たり、1世帯当たりにしたり、平均消費性向（C/Y）の関数にしたりすることも多い。消費関数を直接検討するのではなく、貯蓄関数からの理論構成を行い消費関数を導出する場合もある。現在は消費関数として一般的なものの中にも元々は貯蓄関数だったものも多い。以下のものもいろいろなヴァリエーションがある（対数線形など）。

t期の変数を、C_t：消費、Y_t：所得、とする。ここでは、定数は正、係数はすべて正で1より小さい。

1）ケインズ型消費関数（絶対所得仮説：absolute income hypothesis）

$$C_t = \alpha + \beta Y_t$$

簡単でわかりやすいが、現在ではあまり使わない。

2）相対所得仮説・習慣形成仮説（habit persistence hypothesis）

経験上は、非常に有効な定式化・特定化である。示威効果と歯止め効果および習慣形成効果を組み込むことができる。

・示威効果（demonstration effect）：主にクロスセクションデータ

i番目の消費者の消費と所得を、C_i、Y_i、その周辺の平均的消費をR_iとすると、

$$(C_i / R_i) = \alpha + \beta (Y_i / R_i)$$

$$C_i = \alpha + \beta Y_i + \gamma R_i$$

・歯止め効果（ratchet）・習慣形成効果：主にタイムシリーズデータ

Y_{max}：過去の所得の最高水準、C_{max}：過去の消費の最高水準

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma Y_{max}$$

または、

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma C_{max}$$

本来は、貯蓄率（S_t / Y_t）の関数として、

$$(S_t / R_t) = \alpha + \beta (Y_t / R_t)$$

・ブラウン型習慣形成効果関数

$$C_t = a + b Y_t + c C_{t-1}$$

ラグ分布はパスカル分布、アーモン・ラグなど多数の方法があるが、あまり凝ると推定が難しいので、Koyck lag と考えて、$\beta_k = (1-\lambda)\lambda_k \beta$、$0<\lambda<1$ とすれば、

$$C_t = \alpha + \beta (1-\lambda) \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k Y_{t-k}$$

$$C_t - \lambda C_t - 1 = \alpha (1-\lambda) + \beta (1-\lambda) Y_t$$

$$C_t = \alpha(1-\lambda) + \beta(1-\lambda)Y_t + \lambda C_{t-1}$$

この時、長期限界消費性向は、$Y_t = Y_{t-1} = \cdots = Y_0 = Y^*$ であるから、

$$\beta^* = \beta = b/(1-c)$$

＊計算上は、$C_t = C_{t-1} = \cdots = C_0 = C^*$ とおいて求める。

$$C_t = (1+\lambda+\lambda 2+\lambda 3+\cdots)\cdot\{\alpha(1-\lambda) + \beta(1-\lambda)Y_t + \lambda C_0\}$$

C_0 はCの $t-\infty$ 期、$(1+\lambda+\lambda^2+\lambda^3+\cdots) = 1/(1-\lambda)$ なので、

$$C_t = \alpha + \beta Y + \{\lambda/(1-\lambda)\}C_0\}$$

よって、ラグの平均は、$\lambda/(1-\lambda)$。

ブラウン型習慣形成効果関数、部分調整モデル、適合期待モデル、合理的期待モデル、ライフサイクルモデルは推定問題としては全く同じものである。係数の解釈が異なる

3）流動資産仮説（liquid assets hypo.）

A_t：流動資産、ただし、通常の資産でも成立する。

$$C_t = a + bY_t + cA_t$$

これらに加えて、消費傾向を左右する利子率や地価による影響をシフト変数として加える場合もある。

（投資関数）

投資関数も考え方は多数存在するが、投資関数のみの推定ならばともかく体系モデルの部品として利用応用可能なものは概ね以下のものに限られそうである。

t 期の投資を I_t とする。

1）利潤原理・資本の限界効率（割引率：ρ）

$$I_t = f(\rho)$$

ρ は一般に平均利子率 i で代替される。

投資財と生産物価格の比（p：実質相対価格）を入れたタイプは、

$$I_t = f(i_t, p_t)$$

通常よくあるのは以下のようなタイプ、

$$I_t = \alpha - \beta i_t + \gamma Y_t$$

$$\ln I_t = \alpha - \beta \ln i_t + \gamma \ln Y_t$$

2）加速度原理

v：加速度因子（accelerator）＝加速度係数のとき、

$$I_t = v(Y_t - Y_{t-1})$$

加速度原理と利潤原理の組み合わせの例。$\rho = i$

$$I_t = v(Y_t - Y_{t-1}) + (r_0 - r_1\rho)$$

$$= vY_t - vY_{t-1} + r_0 - r_1\rho$$

$$\ln I_t = v\ln(Y_t/Y_{t-1}) + \ln(r_0/r_1\rho)$$

3）ストック調整原理

K^*_t：適正資本ストック、K_t：期首資本ストック、λ：調整速度

$$I_t = \lambda (K^*_t - K_t)$$

一般に、$K^*_t = \beta Y_t$ であるとする。

$$I_t = \lambda (\beta Y_t - K_t)$$

これに適正稼働率（γ）を加味した形もある。(1 − γ）は適正余剰能力率。

$$I_t = \lambda (\beta Y_t - \gamma K_t)$$

ストック調整原理と利潤原理の組み合わせの例。

$$I_t = \lambda (\beta Y_t - \gamma K_t) + (r_0 - r_{1\rho})$$
$$= \lambda \beta Y_t - \lambda \gamma K_t + r_0 - r_{1\rho}$$

対数の例（対数ストック調整原理)。

$$\mathit{ln}\ I_t = \mathit{ln}\,\lambda (\beta Y_t^{a} / K_t^{b})$$
$$= \mathit{ln}\,\lambda + \mathit{ln}\,\beta + a\ \mathit{ln}\ Y_t - b\ \mathit{ln}\ K_t$$

このように、以上の3つの原理は必ずしも相互に排除的ではないので、組み合わせて用いられることも多い。景気上昇期と景気後退期を区別して定式化する加速子－留保資金仮説、ラグ分布モデルを応用した更新投資行動仮説は組み合わせによって推定できる。

1．2　状況方程式

需要、供給が均衡して、取引が行われる市場のメカニズムを表わす式が市場方程式（market equation）である。この式は、経済活動の主体、またはその集 団の決意や行動を示す行動方程式とは異なり、そうした決意や行動の結果成立した状況や状態を示す式である。市場だけでなく、成立した状況を示すので、状況方程式（state equation）と呼ぼう。

$$Y_1 = \alpha_1 C + \alpha_2 X$$
$$Y_2 = \beta_1 I + \beta_2 X$$
$$Y_3 = \gamma_1 C + \gamma_2 I$$

は市場方程式の1例である。ただし、Y_i（i ＝ 1、2、3）は第ｉ次産業純生産額、Ｃは消費支出、Ｘは輸出、Ｉは投資である。

α_j、β_j、γ_j（ｊ =1、2）はパラメータであり、特に α_1、γ_1 は消費支出が Y_1、Y_3 に向けられる比率を決定している値、α_2、β_2 は、輸出中に Y_1、Y_2 の占める割合を決定する値であるとみなし得る。

需給均衡の誘導型などもこの範疇に含めて良いと思う。いわゆるシフト変数もこの考え方に基づくと考えられる。

1．3　技術方程式

経済活動に見られる技術的関係を示す式を技術方程式（technological equation）といい、その代表的なものは生産関数である。他の関数は生産関数から類推できるので、生産関数に関してま

とめてみる。技術的な関係がはっきりしている場合にはその関係を表すように特定化を行うことになる。

現代の生産はいわゆるジョイントプロダクション（複数財生産）であり、一般には、n 個の生産要素（x_i）の投入により、m個の財（y_j）が生産されると考えられる。

$$\phi(y_1, y_2, \cdots, y_m ; x_1, x_2, \cdots, x_m) = c$$

ところが、これでは特定化し計量し難いので、

$$y_j = f(x_1, x_2, \cdots, x_m)$$

の形で生産関数が定義される。

t 期における生産をY_t、生産要素を、資本：K_t（一般には、期首のストックなのでK_{t-1})、労働：E_t、土地：L_tとすれば、以下の関数型が良く用いられる。ただし、簡単化のために土地は必要不可欠な場合以外は含めずに説明する。また、他の生産要素（経営、エネルギー、原料等）も省略する。データの性格により主要な説明変数の性質を検討する必要がある。エネルギーと原料は特殊な場合のみ生産要素として扱われる。

1）線形生産関数

$$Y_t = \alpha + \beta E_t + \gamma K_t$$

現在では、このままの形で用いられることはあまりないが、Y／Eの生産性の関数として用いられることが多い。尤も、分かりやすく説明が容易なため、生産関係が目的変数ではなく局外変数の場合には未だに採用され易い定式化ではある。

2）コブ・ダグラス型生産関数（Cobb-Douglas）

$$Y_t = A K^{\alpha}_t E^{\beta}_t$$

Aは技術進歩や集積・集中の利益を表し、一般に、A（t）のようにタイムトレンド関数を仮定する。対数変換すると、

$$\ln Y_t = \ln A + \alpha \ln K_t + \beta \ln E_t$$

この関数は同次関数で次数は$k = \alpha + \beta$である。$k = 1$の時は、一次同次（homogeneous of degree one）で、α、βはそれぞれK、Eへの分配率になることが知られている。代替弾力性（elasticity of substitution）は 1 である。

技術進歩を定率（R）で導入すれば、exp（R_t）で、

$$\ln Y_t = \ln a + \alpha \ln K_t + \beta \ln E_t + R_t$$

になる。

生産要素間の一次同次を仮定した場合には、

$$\ln(Y_t / E_t) = \ln A + \alpha \ln(K_t / E_t)$$

の形にし、kが 1 になるようにする。

コブ・ダグラス型は操作性が高く、意味も分かりやすいのでいろいろな関数に利用される。特に、連立体系の場合には有効である。α、βはそれぞれYのK、Eの偏弾力性である。

ＣＥＳ型生産関数（constant elasticity of substitution）、ＶＥＳ生産関数（variable elasticity of substitution）などいろいろなものが提唱されているが、代表的なトランスログ型に見られるようにかなり複雑な形をしており、実証的にはなかなか難しい

1．4　制度方程式

経済活動の内部において社会的制度によって決められる部分を示した式を制度方程式（institutional equation）という。税金や保険料などのような , 平均的には説明変数と一定の関係が法律や制度上決まっている関係式がこれである。たとえば、個人の所得税ＴＰと個人所得ＹＰとの間には、

$$TP = a_0 + a_1 YP$$

という関係があり、間接税収入Ｔと国民総生産（ＧＮＰ）Ｙとの関係にも、

$$T = b_0 + b_1 Y$$

という関係が成立する。

一般に、税の方程式は、税額（Ｔ）を課税標準（B_i）との関係として定式化できる。

1．5　統計式（経験式）

経済学的説明は困難ではあるが、経済活動を示す変数間に、統計的に、すなわち経験的に、かなり安定的な関係が見られるとき、その関係を示す式を統計式（statistical equation）あるいは経験式（empirical equation）という。これらは、計量経済学的には「理論無き計測」となりかねないので、理論がそれなりに確定している関係にはあまり用いない方がよい。しかし、地域が小さくなるとデータ制約が大きいので、適切に組み込むべきである。特に、シェア関数と呼ぶ全体地域の変数と部分地域の変数の関係式は有用である。

シェア関数は、ｉ地域をY_i、全体地域をY^Tとすると、

$$Y_i = a + bY^T + f(x)$$

で表される。

理論があってもデータ制約等で理論そのものに立脚できない場合をかんがえてみよう。例えば投資を例にすると、第ｔ期の投資I_tと第ｔ－１期の投資I_{t-1}との間に、

$$I_t = a_0 + a_1 I_{t-1}$$

というような関係が経験的に見られる場合などがある。投資理論との基本的な相違点は、予算制約（予算主義）に存すると考えられる。税収・歳入や歳出関数との関係、必要社会資本整備の問題等を検討しながら特定化を行うべきである。

資本ストックに関しても、経験式ではあるが、ある程度意味もあり有用な特定化として次の考えを用いることがある。

資本ストック（K_t）、投資は純投資（IN_t）、D_tを償却とすれば、

$$K_t = K_{t-1} + IN_t - D_t$$

で、定義式である。しかし、地域データでは、一般にストック（K_t）とフロー（IN_t、D_t）の性格（推計方法）が異なる。投資が粗投資（IG_t）である場合や償却データが無い場合が多い。そのような場合には次の統計式を推定する。

$$K_t = \alpha + \beta K_{t-1} + \gamma IGt、IN_t = \alpha + \beta K_{t-1} + \gamma IG_t$$

1．6　定義式

経済諸活動の各指標の間に恒等的関係があるとき（このときは、それらの諸指標間に完全な関数関係が成立している）、その関係を示す式を定義式（identity equation あるいは definitional equation）という。

たとえば、所得Ｙは、消費Ｃと投資Ｉとからなるという関係、

$$Y = C + I$$

などがあげられる。合計や関係が明確に定義される場合も一般にこれに当たる。もっとも、関係の中に統計的不突合が存在する場合もあるので注意しなければならない。

2．線形化

近年、いろいろな当てはめ方法が提唱されており、それなりに有効ではあるが、費用、時間、データ等の制約が大きく、なかなか連立方程式体系では採用困難である。そこで、結局は重回帰とその発展方法を推定法として使うことになる。重回帰の最大の特徴は、見かけ上（形さえ）線形であれば推定可能なことにある。ここでは、一般的な線形化の方法を整理し、時系列データに関するトレンドの問題とＳ字曲線への当てはめ問題に若干ではあるが言及する。

2．1　一般的な線形化

見かけ上線形であれば、線形回帰の手法を用いることができる。いわゆる通常の最小２乗法（ＯＬＳ）がいろいろと批判されつつもよく用いられる理由はこの点にも存する。

経済の理論は、一般には式が特定化されてはいないので、多少誤解を招く恐れもあるが、特定化と呼ばれる具体的な式の形（または、パラメータの性質の仮定）は分析者の裁量の範囲であり、腕の見せどころでもある。比較的簡単で一般的な式の特定化について経験から採用することができた概略をまとめてみよう。

被説明変数ＹがＸ、Ｚの２つの説明変数で決定される場合を考えてみると、

Ｙ＝ｆ（Ｘ、Ｚ）式の特定化は次のような場合に線形として扱える。

①線形　：　$Y = a + bX + cZ$

②指数型　：　$Y = AX^bZ^c$、$Y = Ae^{bX+cZ}$、$e^Y = AX^bZ^c$

両辺の対数をとり置き換える。

・$Y = AX^aZ^b \Rightarrow \ln(Y) = \ln(A) + b\ln(X) + c\ln(Z)$

$y = \ln(Y)$、$a = \ln(A)$、$x = \ln(X)$、$z = \ln(Z)$ とおくと、

$y = a + bx + cz$

・$Y = Ae^{bX+cZ}$ ＝＞ $ln(Y) = ln(A) + bX + cZ$

$y = ln(Y)$、$a = ln(A)$ とおくと、

$y = a + bX + cZ$

・$e^{Y} = AX^{b}Z^{c}$ ＝＞ $Y = ln(A) + b\,ln(X) + c\,ln(Z)$

$a = ln(A)$、$x = ln(X)$、$z = ln(Z)$ とおくと、

$Y = a + bx + cz$

③多項式型： $Y = a + bX + cX^2$

X^2 をZとすれば①と全く同じ。

④分数型 ： $Y = a + b/X + c/Z$、$YX = aX + bZ$、$Y = aX + bXZ$

・$Y = a + b/X + c/Z$

$x = 1/X$、$z = 1/Z$ と置き換えれば、$Y = a + bx + cz$

・$YX = aX + bZ$

両辺をXでわれば、$Y = a + bZ/X$ になるので $x = Z/X$ とすれば、

$Y = a + bx$

・$Y = aX + bXZ$

両辺をXでわれば、$Y/X = a + bZ/X$ になるので、

$y = Y/X$、$x = Z/X$ とすれば、$y = a + bx$

⑤その他 ： 線形近似（1次近似展開）、特殊な関数型

線形近似の方法は、テイラー展開やマクローリン展開を用いて一次近似する事が多い。

この他にいくつか線形化可能な特殊な関数がある。

実際の特定化（specification）の手続きはこれら（特に①②③④）を組み合わせて行なう。線形化を行うと誤差の分布の仮定が異なることになるので、特に誤差の動きには注意する必要がある。

2．2 トレンド

時系列データがトレンド（趨勢）を持つことはよく知られている。いわゆる、トレンド分析・解析は時系列データのトレンドを除去したり、特定化のとき考慮したりするために、時系列データの具体的な性質と解析目的を検討するという面も持っている。また、トレンドに時間変数を用いると時系列解析と総称される分析体系になる。

時系列解析の一般型は $y = f(t)$ である。

これに対し自己の過去値に依存して今期の値が推移して行くと考えるものが、推移関数分析である。一般型は、$y = f(y_{-s})$ である。＜s期前の値に依存＞

いずれも、かなり複雑な関数型がいろいろと検討されている。

最も簡単な特定化は次のとおりである。

$y = \alpha + \beta t$　　（一次の時系列）

$y = \alpha + \beta y_{-1}$　（1期ラグの自己回帰）

自己回帰の場合は$\alpha > 0$かつ$1 > \beta > 0$のときはyの上限解が$\alpha /(1-\beta)$を計算すると簡単に求められる。

$ln(y) = \alpha + \beta_t$ のときは時間に対する平均的な伸び率を与える。

（S字曲線モデル：参考）

理論モデルの特徴を近似するような特殊な性質を持つS字曲線に当てはめることもよく行われる。代表的なものは①ロジスティック曲線、②ゴンパーツ曲線である。いずれも通常はx、$y > 0$である。ゴンパーツ曲線は通常の対数線形化で対応できるので、ロジスティッ曲線（logistic curve、下図）の線形化を説明する。

一般型　：　$y = a/(1 + b e^{f(x)})$；$f(x) < 0$；a、b>0

（使用例）人口関数、制約のある進歩、製品普及など

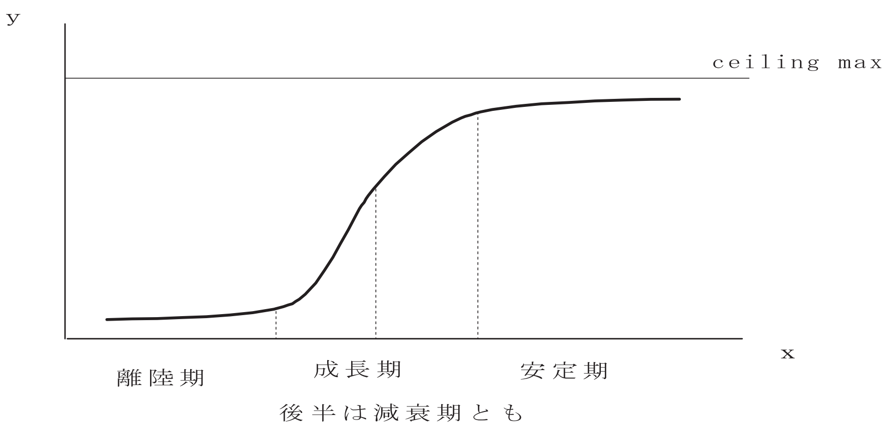
（線型化）は　　一般型より　$y = a/(1 + b e^{f(x)})$

$a/y = (1 + b e^{f(x)})$

$a/y - 1 = b e^{f(x)}$

両辺対数をとって、$ln(a/y - 1) = ln\ b + f(x)$

aはyの飽和水準（図ではceiling max）である。一般に飽和水準は経験的に近似値が分かっていることや最大値が当然の数値であることが多いので、探索的に近似値の前後を刻んで推定し、最も当てはまりがよい推定式を採用し、その結果、飽和水準も一意に決まることが多い。



3. 可変係数の推定用定式化について

一般に、$y_t = \alpha + \beta x_t + Q$　の形になっているものに関しては、Qもその他の要因の線形結合になっているとすれば、通常の線形回帰が可能である。尤も、原型の形状によってはバイア

スがかかることも考えられるので、十二分に事前検討の必要がある。

ここでは、回帰定数αと回帰係数β（どちらも回帰係数と呼ぶこともある）に可変を仮定した場合の推定用定式化についてまとめる。可変係数の可能性がある場合、もし、係数の変動に関係する理論的な変数（z_t、w_t）が存在すれば当然それを用いて、

$$y_t = \alpha(z_t) + \beta(w_t)x_t + Q$$

の形を用いることになる。ここでは、$\alpha(z_t)$、$\beta(w_t)$はα、βがそれぞれz_t、w_tの関数であることを示している。一般にはそのようなデータを収集することは困難であるのでダミー変数やタイムトレンドを代用することが多い。そこで、それらの使い方について説明する。Qに関しては特に必要でない限り表記しない。なお、時系列データについての説明であるが、当然クロスセクションデータにも条件さえ整えば適用可能である。

推定問題としては説明変数が大幅に増えることになるので自由度の問題があるし、推定結果の有意性検定でいくつかは取り除くことになる。

3. 1　ダミー変数

ダミー変数を用いた推定は通常、構造変化の代替変数と考えられている。

推定期間によって明らかに構造が異なる（但し係数の変化）と考えられる場合、いくつかのグループに分かれる場合や季節調整、異常値処理に用いられる。

一般には、n期に分けた場合n－1個のダミー変数（d_i）を用いることになる。各ダミー変数の値は当該期間は1その他は0の数値を用いることが多い。

ダミー変数を1、0以外に設定する考え方もあるし、季節調整におけるようにダミー変数の和は0のような制約をつける場合もある。また、可変ダミー変数（期によって値が変わる）の考え方も有り得る。

1）定数ダミーの場合：α_iがi番目の期間のシフトパラメータとすれば、

$$y_t = (\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_{n-}1) + \beta x_t$$

の推定時の形は、

$$y_t = \alpha + \beta x_t + d_1 + d_2 + \cdots + d_{n-1}$$

で、推定結果の可変定数は$\alpha_i = d_i$だけシフトする。

$$y_t = \alpha + d_1 + d_2 + \cdots + d_{n-1} + \beta x\ t$$

2）係数ダミーの場合：

構造変化の仮定では、xの係数βのシフトも考えられる。

$$y_t = \alpha + (\beta + \beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_{n-1})x_t$$

の推定時の形は、$z_{it} = d_i x_t$　の作業変数を作成し、

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma_1 z_{1t} + \gamma_2 z_{2t} + \cdots + \gamma_{n-1} z_{n-1t}$$

で、推定結果から可変係数βのシフト分β_iは、$\beta_i = \gamma_i$である。

$$y_t = \alpha + (\beta + \gamma_1 + \gamma_2 + \cdots + \gamma_{n-1})\ x_t$$

時により、$b_i = \gamma_i / \beta$　に変換し、

$$y_t = \alpha + \beta\ (1 + b_1 + b_2 + \cdots + b_{n-1})\ x_t$$

とも表記される。

3）定数ダミーと係数ダミー混在の場合：

$$y_t = (\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_{n-1}) + (\beta + \beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_{n-1})\ x_t$$

1）と2）を同時に行えばよいので省略する。

プーリングデータ（パネルデータも）の場合はデータのディメンション・サイズを調整しておかないと、定数ダミーと係数ダミー混在も発生しがちである。

3. 2　タイムトレンド（クロスセクションの場合は順位などを想定）

タイムトレンドは通常、趨勢変数と考えられている。技術進歩率等のようにタイムトレンドそのものが趨勢・時間変化を表す代理変数の場合である。

クロスセクションの場合は規模に関する順位等を用いることができる。ただし、意味を良く考えないと失敗することになりかねない。クロスセクションデータや時系列と混ぜたプーリングデータの場合は、そのデータの並びに何か意味があるかどうかを考えないとダービン－ワトソン比を意味もないのに用いて失笑を買うなどの羽目になりかねない。ミクロ計量分析で言うパネルデータは、次元数の多いプーリングデータに他ならないので、考え方は同様である。

ここでは、定数・係数が時間の推移に関して可変の場合を考える。

1）定数が変化する場合：$y_t = \alpha(t) + \beta x_t$

$\alpha(t) = \alpha 0 + \gamma t$　であれば、趨勢代理変数と見かけ上は同じである。

$$y_t = \alpha_0 + \beta x_t + \gamma t$$

で推定する。結果は、　$y_t = (\alpha_0 + \gamma t) + \beta x_t$

または、$a = \gamma / \alpha_0$として、

$$y_t = \alpha_0 (1 + a_t) + \beta x_t$$

$\alpha(t)$の仮定によって、tによる加工変数を作成する必要がある。ただし、見かけ上線形でないと面倒であるばかりでなく、簡単な推定法では推定できないことになる。

2）係数が変化する場合：　$y_t = \alpha + \beta(t)\ x_t$

$\beta(t) = \beta_0 + \delta t$　であれば、加工変数　$z_t = x_t t$　を作成し、

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \delta z_t$$

で推定する。結果は、　$y_t = \alpha + (\beta_0 + \delta t)\ x_t$

または、$b = \delta / \beta_0$として、

$$y_t = \alpha + \beta_0 (1 + b_t)\ x_t$$

$\beta(t)$の仮定によって、tとxによる加工変数を作成する必要がある。但し、見かけ上線形でないと面倒である。定数と比べて係数の時間変化は説明変数xと直接に結びつける形になるの

で、あまり凝ると推定不能になりかねない。
3）定数・係数共に変化する場合：$y_t = \alpha(t) + \beta(t) x_t$
1)、2）を援用して、

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 x_t + \gamma t + \delta z_t$$

で推定すれば良い。

・その他の可変定数・可変係数
定数や係数をシフトさせる要因の代理変数（z）を見つけることができれば、
定数の場合：$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma z_t$
係数の場合：$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma w_t$　　（$w_t = z_t x_t$）
の形での推定ができる。

3．3　係数等に何らかの制約がある場合

1）確定係数を持つ説明変数が含まれる場合
式の中には事前情報として、確定係数を持つ説明変数が含まれる場合がある。
例えば、$y_t = \alpha + \beta x_t + c z_t$　で、c が事前情報により決められるとすれば、被説明変数 y を変換して推定すれば良い。$u_t = y_t - c z_t$　として、

$$u_t = \alpha + \beta x_t$$

2）係数の間に制約がある場合

$$y_t = c + \alpha x_t + \beta z_t$$

で、α、β に例えば、$\alpha + \beta = k$ のような関係が理論的に成り立つ場合がある。この時は、一般に単なる推定ではこの条件を満たすことが保証されないので、コブ・ダグラス型生産関数の一次同時の時の推定型のように若干工夫が必要である。
ここでの例の場合は、$\beta = k - \alpha$ として、

$$y_t = c + \alpha x_t + (k - \alpha) z_t$$

の形を考え、

$$y_t - k z_t = c + \alpha (x_t - z_t)$$

の変形をして、$u_t = y_t - k z_t$、$w_t = x_t - z_t$ と置き換え、

$$u_t = c + \alpha w_t$$

で推定することも一つの方法である。
また、係数制約つき推定の方法も係数制約つき最小2乗法などいくつかあるので、通常はそれらのソフトを用いることにより比較的容易に解決できる。
3）内生変数がシミュレーション等である範囲内の数値を取るようにしたい場合
この様な問題はシミュレーション時の問題ではあるが、推定時から定式化を工夫すれば面倒が省ける問題でもある。シミュレーション時には強制的に最大値最小値を制約するというマックス

ミン関数化の問題である。

推定時の問題と考えると、例えば、

$$y_t = f(x_t、z_t)$$

のｙが必ず正になるようにするには対数線形変換して、

$\boldsymbol{ln}(y_t) = c + \alpha x_t + \beta z_t$ または、$\boldsymbol{ln}(y_t) = c + \alpha \boldsymbol{ln}(x_t) + \beta \boldsymbol{ln}(z_t)$

などの推定形式を用いれば良い。

ｙがある正数Mより小さいと仮定される場合にはロジスティック曲線などに当てはめることもできる。大体において､見かけ上の線形化や各種の制約条件は工夫次第で可能なことが多いので、どのようにして推定を行うかはある意味で分析者の腕の見せどころとも言える。

おわりに

振り返ってみれば､40年近く地域計量モデルの開発に取り組んできた。最初の頃のコンピュータは今思えばかなり仰々しいものであった。計算時間の確保や費用の捻出も大事(おおごと)だった。ＰＣの普及と性能アップで、研究や作業が飛躍的に効率化され、進歩すると考えていた。計量学徒の夢である社会経済を詳細にシミュレーションできる超大型モデルの開発もすぐに可能になると思っていた。

現実はどうかと言えば、ＰＣの計算能力も思ったほどには高まらず、電子頭脳としての思考能力は要求水準には到底達していない。直接の計算以外は人が行うしかない。理論・手法は高度化しても肝心の関係データがない。志した頃と比べて条件はそれほど良くなっていない。今後も当面は人による分析を行うしかないと思う。

この論文は、ある意味、今までの研究の集大成として、地域計量モデルの実用に耐える特定化をまとめたものである。

地域計量モデルを志す後輩達への参考として役に立てば良いのだがと考えている。

＜主な参考文献＞

用語等の定義に関しては、下記を参考にしてアレンジした。

・蓑谷千凰彦，計量経済学大全，東洋経済新報社，1000pp.，2007.2.

特定化の実際は主に下記等で行ったものである。

(1) 山口誠，工業用水需要の予測，情報と社会，第１号，85-95，19991.1.
(2) 山口誠，鯉江康正，大都市周辺地域における土地利用のマクロ的分析，雲雀野 19，29-43，1997.3.
(3) 山口誠，鯉江康正，情報の有効利用による地域経済への影響分析，計画行政，23 (1)，76-83，2000.3.
(4) 山口誠，渋澤博幸，岐阜県公共投資効果予測計量モデル，雲雀野 24，1-12，2002,3.
(5) 山口誠，新世紀の郊外都市－三鷹市予測用計量経済モデル－，雲雀野 23，73-85，2001.3.
(6) 山口誠，渋澤博幸，東三河地域における水資源と地域経済構造の比較分析，地域学研究　35 (2)，1007-1020，2006.1
(7) 山口誠，計量経済学的手法の小地域社会経済モデルへの適用，雲雀野 27，1-12，2005.3
(8) 山口誠，三鷹：2025 －計量経済モデルによる三鷹市経済の長期予測－，pp.128，三鷹市役所，2011.3.

“ZOKUSETSU-SEIGO SHOKA-HITSUYOUKI” -a Reprint and an explanation 2

Yasuyuki Nakamori
Yuki Tani

Abstract

Written by Sadatoshi Tateishi in Horeki 6 (1756), “SHOKA-HITSUYOUKI” is a book about the origin and mental attitude of a carpenter. As can be seen from the “ZOKUSETSU-SEIGO (correction of popular beliefs)” of the subtitle, part of the contents are concerned with explaining and then refuting what was believed by the public in those days. For example, although everyone believe that Shotoku-taishi is a carpenter’s originator, he is not so, because a temple was built before his birth. Although there are many books by carpenters published from the Edo to Meiji periods, it is one of a few books which deal with more than simply technique.

“SUHARAYA-MOHEE”, the greatest publisher of that time published this book, in the “Senshobo” style. It is left in every place even now, and it is supposed that it was read by many carpenters.

In this paper, we will reprint a text – a commentary on “SHOKA-HITSUYOUKI”. Deciphering this book will tell us what carpenters of the time prized other than simply skill acquisition.