

自律走行型自動注湯ロボットにおける  
容器傾動を考慮した液面制振制御と落下位置推定

2014年1月

博士（工学）

渋谷 涼太  
豊橋技術科学大学



和文要旨

## 自律走行型自動注湯ロボットにおける

### 容器傾動を考慮した液面制振制御と落下位置推定

飲料、薬品、溶融金属などの液体を扱う産業では速く安全に運び、正確に注ぐ技術が生産効率向上に重要な役割を持っている。特に自動車産業では、多数の主要部品が鋳造によって生産されており、鋳型へ溶湯（溶融金属）を効率よく注ぎ入れ、素早く運ぶことが求められる。

著者らは、注湯プロセスの自動化において自律走行型自動注湯システムを提案している。自律走行型とは生産ライン上で搬送している(動いている)鋳型に対して、湯口を検知し、取鍋を追従搬送させながら溶湯を注ぐシステムである。本論文では特に自律走行型自動注湯ロボットの開発に必要なとされる容器傾動と搬送を同時に行う際の液面制振制御や、高次モード振動に関する制御モデルの構築と制御、搬送しながら所望の位置へ正確に液体を注ぐための落下位置推定について述べる。

溶湯を注ぎながら搬送する際に励起する液面振動を抑制するためには、取鍋サイズや傾動角度の状態に応じて、リアルタイムで固有周波数を推定する必要がある。これを実現するために、傾動による固有周波数の変動量と液体形状を表す変数を用いて主成分分析を行い、幾つか取鍋サイズを変更したシミュレーションを通して、変動に起因する主成分を統計的に算出した。また主成分に基づき固有周波数を推定する回帰式を導出した。回帰式はロードセルとエンコーダ情報をフィードバックすることで固有周波数をリアルタイムで推定することができ、推定値を阻止周波数とするノッチフィルタへと逐次切替えることにより、取鍋サイズの変更や傾動した場合においても常に液面振動を抑制する搬送システムを構築することができた。

次に、搬送の加減速や取鍋サイズが大きい場合には高次モードの液面振動が発生しやすく、液面は波状の曲線となる。また加減速時において、液面は慣性により傾きを生じる。そこで、高次モードの振動や傾きを正確に推定するために、液体の連続式、圧力式、境界条件式に基づき、境界要素法を用いた式変換と線形近似によって、実現象を精度よく表現する線形の状態方程式を導出した。さらにモデル予測制御手法を用いて、液面境界点の変動を零に近づけながらも高速で搬送させる制御入力を導出し、搬送と搬送方向の傾動動作を同時に制御

することにより，ほぼ液面を傾けずに高速で液体を搬送する制御システムを構築した．

最後に，注がれる液体の落下軌跡に関して，落下する液体は，重力・表面張力によって下方に落下するほど中央に引き寄せられ，また，搬送による慣性力が作用するため落下位置が乱れる．これらの現象を考慮して落下位置を予測するために，二組の多重振子を用いた液体落下流線モデルを構築した．多重振子の質量や長さは，流速や液体の性質に応じて理論式を用いて同定することで，より実現象に近い落下軌跡を表現することができる．液体落下流線モデルは液面振動モデルと同時に用いてモデル予測制御を利用することにより，搬送と注湯の統合システムに関する展望が述べられる．

以上，傾動をともなう容器内の液面振動固有周波数をリアルタイム推定手法の導出と制振搬送システムの構築，流体理論式の構造を崩さずに制御モデルへ変換した境界要素モデルの導出と制御，液体落下流線モデルの構築により，化学プラントや鋳造での自動注湯ロボットの開発やモータ制御による対象物の振動抑制に有用であり，学術的貢献を与えることが出来た．

## ABSTRACT

# Sloshing Suppression Control during Tilt Motion and Falling Position Estimation of Liquid in Self-Transfer Type Automatic Pouring Robot

In plants where liquids such as beverages, chemicals or molten metal are handled, technology for accurate pouring, rapid transfer and safety have an important role in the improvement of production efficiency. Such technology is essential in the automotive industry where many components are produced by casting. Thus, control is required for efficient pouring of molten metal into molds.

The authors have proposed the self-transfer automatic pouring system for pouring process automation. "Self-transfer" means that a ladle is transferred automatically following a detected sprue cup position while a mold is conveyed on a production line. The authors previously proposed sloshing suppression control during transfer of a ladle or a mold, flow rate control and falling position control of the pouring liquid. This paper presents the control model approximating actual phenomena and sloshing suppression control using the model, which reflect consideration of the variation in liquid shape during tilting motion

In order to suppress the sloshing caused by transfer while molten metal is poured, the natural frequency must be estimated depending on a ladle size and a tilt angle in real time. To realize a real-time estimation system, the principal components attributable to variation of the natural frequency are statistically calculated through simulations using several ladle sizes. The regression equation for estimating the natural frequency is also derived based on the principal components. This equation can estimate the natural frequency in real time by feedback of load-cell and encoder values. A liquid transfer system was built that can constantly suppress sloshing when ladle size is changed or the ladle is tilted.

High-order-mode sloshing is likely to occur when transfer is accelerated or ladle size is large, and the liquid surface is expressed by the wave. The liquid surface is also tilted by inertia of transferring. Therefore, the linear state equation is derived that can accurately express actual phenomena by using the boundary element method and linearization based on the liquid continuous equation, pressure equation and boundary

equation. Moreover, the liquid transfer control system is built using the model predictive control method. This system can completely suppress sloshing while the ladle is transferred rapidly. The variations of liquid surface boundary points are expressed as almost zero in the experimental results.

In the pouring liquid trajectory, the gravity force and surface tension of liquid pull the falling stream-tube toward the center. The falling liquid position is also moved by the inertial force of transferring. In order to take account of this phenomenon in predicting the falling liquid position, a novel model of the falling liquid stream is built by using a pair of multi-pendulums. The masses and the lengths are identified by using a theoretical equation that includes flow velocity and liquid characteristics. Through water experiments and model simulation, it is clarified that the proposed model agrees well with actual phenomena. A falling liquid position control system employing the proposed model will be constructed that can design transfer velocities in real time by using the predicted falling liquid position of molten metal. When the novel predictive control system employing the falling liquid stream model and the liquid vibration model is built, the authors will present their conception of an integrated system for transferring and pouring motion.

# 目次

第1章	緒言	1
1.1	研究背景	1
1.2	従来研究	3
1.2.1	液面振動の様々な解析と振動モデルに関する研究	3
1.2.2	液面制振制御に関する研究	3
1.2.3	注湯制御および液体落下解析に関する研究	5
1.2.4	振動制御とサーボ制御に関連する研究	5
1.3	本論文の目的と構成	6
第2章	自動注湯システムと実験機器	9
2.1	傾動式自動注湯システムの概要	9
2.1.1	モータ特性	10
2.1.2	容器形状	11
2.2	シミュレーションと実験条件	13
第3章	従来の液面振動モデルと制振制御	15
3.1	液面振動の検証実験と振動解析	15
3.2	制振搬送手法の比較	17
3.2.1	sin カーブ加速度入力および躍度最小軌道	17
3.2.2	プリシェイピング法	19
3.2.3	バン・バン制御法	21
3.2.4	ハイブリッド整形法	22
3.2.5	入力制約と振動抑制機能を同時に考慮するリファレンスガバナ	23
3.2.6	時間多項式を用いた最適フィードフォワード制御	25
3.2.7	結果と考察	26
第4章	取鍋傾動をともなう液面制振搬送システム	27
4.1	液面振動固有周波数の解析	27
4.2	液面振動固有周波数のリアルタイム推定	30
4.2.1	推定式に用いるパラメータの導出	30
4.2.2	推定式の導出と評価	30
4.3	時変ノッチフィルタを用いた制振搬送制御	37
4.3.1	ハイブリッド整形法によるパラメータの導出	38

4.3.2	制振搬送システムの安定性	39
4.3.3	傾動をともなう制振搬送実験	43
<b>第5章</b>	<b>液面境界要素モデルの構築とモデル予測制御手法による制振搬送</b>	<b>45</b>
5.1	液面境界要素モデル	46
5.1.1	基礎方程式の導出	46
5.1.2	境界積分方程式の導出	50
5.1.3	基礎方程式と境界積分方程式の統合	56
5.1.4	状態方程式の導出	60
5.2	モデル予測制御手法を用いた制振搬送システム	64
5.2.1	搬送動作と傾動動作を同時に制御する液体搬送システム	65
5.2.2	搬送動作および傾動動作のみを制御する液体搬送システム	67
5.2.3	提案システムの検証実験	68
<b>第6章</b>	<b>液体落下流線モデルの構築と落下位置推定</b>	<b>75</b>
6.1	液体落下流線モデル	76
6.1.1	液体流線モデルの概要	76
6.1.2	定常流量条件における静力学モデル	78
6.1.3	定常流量条件における動力学モデル	79
6.1.4	未知パラメータの最適化および実現象との比較	81
6.2	流体力学による落下液体流線の導出	84
6.2.1	連続の方程式	84
6.2.2	自由表面の運動学的境界条件式	85
6.2.3	ラプラスの式(圧力式)	85
6.2.4	オイラーの運動方程式	87
6.2.5	定常解	88
6.3	提案モデルに関する未知パラメータ同定	89
<b>第7章</b>	<b>結言と今後の展望</b>	<b>91</b>
7.1	結言	91
7.2	今後の展望	92
	<b>参考文献</b>	<b>94</b>
	<b>謝辞</b>	<b>102</b>
	<b>付録A 液体形状パラメータの妥当性</b>	<b>105</b>
	<b>付録B Schur Complement</b>	<b>107</b>
	<b>付録C LMIと凸計画問題</b>	<b>108</b>



付録 D モデル予測制御による搬送制御の考察



# 第1章 緒言

## 1.1 研究背景

近年，国内の製造業においては，顧客のニーズに合わせて、品種と量の変化変動に対応する変種変量生産が求められている<sup>[1],[2]</sup>．特に飲料，化学薬品，熔融金属など液体を扱う産業においては一般的に液体の搬送手段としてパイプが用いられているが，品種の切替え毎に洗浄作業やメンテナンスが必要されるため，様々な企業でコストの増大や生産効率の悪化が引き起こされている．

このような問題を解決する方法として，パイプの代わりに無人搬送車 (Automatic Guided Vehicle) を用いて液体容器を搬送するパイプレスプラントが開発されている<sup>[3],[4]</sup>．製鋼所や化学プラント，塗装工場では既に実用されており，コンタミネーション (異物混入) 防止，コスト削減，省人化，作業効率の改善の効果を得ている．国内工場内では，法律上，AGV が出すことができる最大速度は  $1.0[\text{m/s}]$  であり，効率向上のために高速で走行されているものと考えられる．このとき，搬送される液体容器は蓋ができる閉容器に限られる．また，液体を移し替えるために，ホースとポンプが用いられる．

一方で，鑄造産業では傾動式自動注湯ロボットの開発が進められている．傾動式自動注湯ロボットとは取鍋と呼ばれる柄杓 (ひしゃく) により，自動で鑄型へ溶湯 (熔融金属) を注ぐ機器である<sup>[5],[6]</sup>．様々な鑄造設備の中でも傾動式自動注湯ロボットは，取鍋を交換することで容易に多種金属を扱うことができ，メンテナンスが容易である特徴を持つことから，変種変量生産に適した製造法であると言える<sup>[7]</sup>．しかしながら，従来の注湯システムは，ロボットの前まで搬送されてきた鑄型に対して，傾動動作のみを制御して注湯を行っており，作業が完了するまで鑄型搬送ラインを停止させなければならない．

これまで述べたように AGV は他のロボットと協調して搬送することで効率向上を実現しているが，液体を移し替える動作においては，他の装置を必要とするためコストが掛かる欠点がある．また，自動注湯ロボットにおいては，所望とする量の液体を精度よく注ぐことができるが，鑄型搬送ラインを停止させるため注湯プロセスのタクトタイムが掛かる．そこで，本研究では AGV と注湯ロボットのメリットを最大限に活かした自律走行型自動注湯ロボットの開発を目指す．

液体を注ぎながら搬送するロボットに関しては，液体の動きを考慮した制御モデルや搬送軌道を生成することで，容器上部が開放されている開容器を素早く，安全に搬送させることが可能である．次に，本研究で目標とする搬送システムについて述べる．

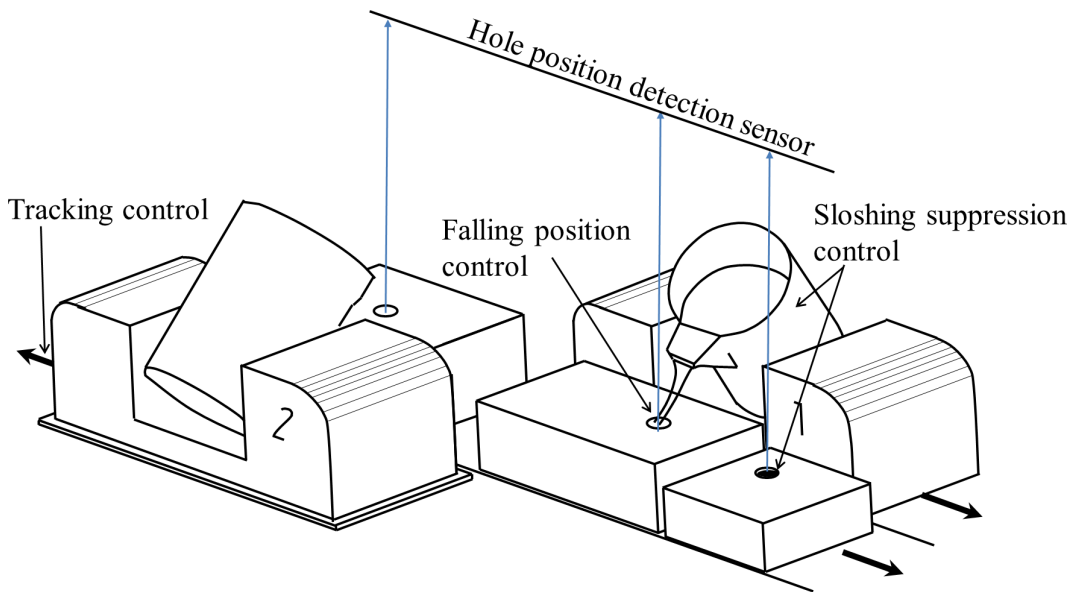


Fig. 1.1 Self-transfer-type automatic pouring robot

自律走行型自動注湯ロボットを導入したシステムの概要を Fig. 1.1 に示す．変種変量生産において，一つの製造ライン上で多品種の製品を搬送することにより省スペース化が図られる．このとき，製品搬送ラインは常に等速で搬送されるものとする．このような環境における注湯プロセスは次のように行われることが望ましい．

1. 上面のセンサがホール位置を捉えると，注湯ロボットが自動でホール位置へ追従移動する．それと同時にロボットに装着された容器は傾動動作を始める．
2. 液体落下位置に関しては，取鍋の傾動角度と搬送速度，加速度から未来の落下軌道が予測され，溢さずに最短時間でホールへ注ぎ入れるための最適な取鍋搬送軌道が生成される．
3. 取鍋や鋳型が搬送している間は，それぞれの容器内において液面振動が起こるため，振動が励起しないような搬送制御入力が搬送用モータへ与えられる．
4. 傾動動作に関しては，所望の流量を満足させるように取鍋の傾動制御入力が与えられる．

上述に示す注湯システムを構築することにより，鋳造産業においては，自動車製造工場のように製造ラインを停止することなく，製品を生産し続けることが可能であり，また顧客が要求した製品に対して，一つのラインでフレキシブルに対応することができる．また，飲料，化学プラントなど液体を扱う他の産業においても，スムーズに液体を運び，注ぎ入れることができること，傾動用モータでホースやポンプの代わりとなることから，生産性のさらなる向上やコスト削減が期待できる．

さらに近年は電気自動車やロボットアームなど，モータ制御が盛んに行われている．そのため，本研究で提案する振動を抑制する制御手法や固有振動の推定手法は液体に限らず，あらゆる分野で応用することができる．従って，学術的，産業的にも有用な研究である．

## 1.2 従来研究

### 1.2.1 液面振動の様々な解析と振動モデルに関する研究

流体工学の分野においては、宇宙船の燃料タンクのモデリング、石油タンクに対する地震解析、溶融金属のシミュレーションなどを目的とした様々な研究が行われている。

Bauer は宇宙船の燃料タンクに関して、液面振動をバネ、マスや振子で表現する方法について示している<sup>[8],[9]</sup>。Abramson らは円筒、半円筒、球形タンクを用いた搬送実験を行い、固有振動の非線形特性について、当時の理論式との比較を行っている<sup>[10]</sup>。曾我部らが地震時における円筒形状の液体貯槽内で発生する液面振動を流体の連続の式からモデル化し、1次共振点における液面振動の定常応答を導出している<sup>[11],[12]</sup>。また、任意の軸対称液体貯槽内で発生する固有周波数の導出方法について、剛体容器内部を円筒要素に分割し、境界要素法によりそれぞれの要素における自由表面への伝達行列を導く手法を提案している<sup>[13]</sup>。この手法は円筒要素の分割点について連続性を考慮すると、対象が軸対称形状容器に限られる。内海らは弾性側壁を有する円筒貯槽内で発生する液面振動と側壁の連成振動を、同時に推定する振動方程式を導出し、長周期、短周期地震に対する応答を解析している<sup>[14]</sup>。天野らは液体貯槽タンクの強度設計のために、三次元境界要素モデルを構築しており、偏微分値はグリッド自由表面の面積を重みとする近似手法を提案している<sup>[15]</sup>。橋本らは溶融金属の結晶微細化や脱ガス促進を目的として、凝固時に容器を鉛直方向へ加振し、その液面振動の特性について自由表面の流動が変化することを確認している<sup>[16]</sup>。田中らは液面振動が回転運動に移るスワーリング現象に関して、境界要素法を用いたモデルに対して強制外乱を与えてシミュレーションを行っている<sup>[17]</sup>。また、Royon-Lebeaud も同様に1次モード振動のわずか高い周波数で強制力を大きく与えるとスワーリングを引き起こすことを実験的に示している<sup>[18]</sup>。木村らは液体容器の搬送および傾動時の液面振動を解析し、ピッチング動作によって発生する液面振動を抑制する条件を示している<sup>[19]</sup>。Faltinsen らは任意の3次元の運動に関する非線形スロッシング(液面振動)に関して、一般化フーリエ級数を用いて自由表面の動きと速度ポテンシャルを表現している<sup>[20],[21]</sup>。Guillot は有限要素法を用いて液面振動を表現し、液注崩壊問題に関して収束速度や計算誤差等について評価している<sup>[22]</sup>。Song らは液面振動が励起している際に、液体が側面に衝突する衝撃力や流動について解析している<sup>[23]</sup>。

以上の研究は複雑な偏微分方程式で構成されており、シミュレーションや機械の構造設計を行うために成果を挙げている。しかしながら、振動を搬送制御するためには、制御可能な微分方程式の形式へ変換する必要がある。また、容器搬送中に傾動動作を行った際の液面振動固有周波数の変動を推定する研究は行われていない。

### 1.2.2 液面制振制御に関する研究

液面振動を抑制するためには、微分方程式を制御しやすい形式へ変換し、簡易な制御モデルを構築して動作を設計する必要がある。従来研究の多くは1次モード液面振動のみを対象としたシンプルなモデルが構築されており、様々な分野における振動制御に応用されている。

曾我部らは容器の底から気泡を噴射し、噴射タイミングと持続時間を制御することで液面振動を低減する手法を提案している<sup>[24]</sup>。杉江らは複数の設計仕様を含めた凸最適化問題に帰着させて導出したフィードフォワード補償器と $H_\infty$ 制御によるフィードバック補償器を組合わせた2自由度系を構築し、仕様を満足させながら液面振動を抑制する手法を提案している<sup>[25]</sup>。Feddemaraらは、球面開容器内の液面振動モードを境界要素法により推定し、IIRフィルタを用いて振動を抑制する手法を提案している<sup>[26]</sup>。山形らは移動する円筒タンク内液体の液面振動を分布定数系で表現し、加速終了時と減速終了時の残留振動を零とするように速度パターンを与える手法を提案している<sup>[27]</sup>。Ohtsukaらは液体質量の変化に対して、常に安定して動作する設計パラメータの範囲を定め、離散適応状態フィードバック制御を構築する手法を提案している<sup>[28]</sup>。Grundeliusらは液体容器がパッケージングされる移動中に起こる液面振動に関して、線形化された振動モデルについてエネルギーを最小化する最適化問題を解き、液面振動を低減する搬送加速度入力を導出している<sup>[29]</sup>。Tzamtziらは液体の注ぎ動作時の液面振動に関して、液体が飛び出す直前の角度周りでPIDパラメータを調整し液面振動を抑制する手法を提案している<sup>[30]</sup>。栗山らはスプーンを運ぶ食事支援ロボットにおいて、加速時における液面の傾きや表面張力の影響をシミュレータにより算出し、遺伝的アルゴリズムを用いることによって、液体を溢さず運ぶシステムを構築している<sup>[31]</sup>。勝部らは液体容器搬送時の一次モードの液面振動を振子モデルで近似し、予見制御や予測制御を用いて容器搬送と傾動の同時動作によって生じる液面振動の手法を提案している<sup>[32]-[34]</sup>。浜口らは振子モデルにおいて、最適レギュレータを用いて液位の変動を最小化する搬送制御入力を導出しており、評価関数の重みは搬送時間や消費エネルギー、コンタミネーションなど各種評価項目が小さくなるように最適化により導出している<sup>[35]</sup>。また、境界要素解法を用いた研究では、液面をモデル化し、1次モードと3次モードの液面振動における周波数応答を推定する状態空間モデルの構築と振動抑制搬送を提案している<sup>[36]</sup>。ここで、境界要素モデルは2つの振動モードについて推定する、振子モデルのパラメータを同定するために用いられており、振動制御に直接用いられていない。矢野らは円筒形状容器の三次元空間内搬送において、液面振動を励振させない制御入力を生成するようにフィードバックコントローラの周波数特性を整形し、搬送時間を最短にするような最適化問題を解くハイブリッド整形法を提案している<sup>[37],[38]</sup>。また、計算流体力学モデルを用いて熔融金属を対象としたときの制御システムの設計法について提案している<sup>[39]</sup>。傾動をとまなう液体容器の搬送に関しては、野田らがあらかじめ決められている容器傾動パターンについて時系列で液面振動データを測定し、推定される液面振動固有周波数を用いてノッチフィルタの阻止周波数を時々刻々で切替える液体搬送システムを提案している<sup>[40],[41]</sup>。さらにレーザーセンサにより移動物体位置を検出し液面を制御しながら追従搬送するシステムを提案している<sup>[42]</sup>。

以上より、1次モードに関するモデルや振子モデルに近似した提案が多く報告されている。しかしながら、サイズが大きい容器を搬送する場合や加速が大きい場合には、高次モード振動が励起するため、これらの振動を考慮した制振制御モデルの提案が望まれる。また、これまで提案されている境界要素モデルは高次モードの液面振動を推定することは可能であるが、簡易モデルのパラメータ同定のみを用いられており、制振モデルに変換されておらず、直接、制御に利用されていない。従って、これまで流体理論式の構造を崩さずに厳密に液面変位を表現し

た制御モデルの構築，最適な制振制御手法が提案されておらず，これらを実現することが望まれる．

### 1.2.3 注湯制御および液体落下解析に関する研究

注湯制御に関して，従来，傾動軸および傾動軸方向の搬送制御が次のように提案されている．

松田らは傾動式自動注湯装置の取鍋出湯口下端に出湯口昇降装置を取り付け，傾動軸を下降および上昇させることで，流量の立上がり時間や注ぎ終了時刻を調節する手法について実験的に最適化を行っている<sup>[43]-[45]</sup>．Kanekoらは注がれる溶融金属の重量をモデル式から予測し，所望の充填量となるように傾動開始時刻を決める手法を提案している<sup>[46]</sup>．野田らが物理則に基づいた注湯流量に関する数理モデルを構築し，注湯流量の目標値を実現するための取鍋前傾動パターンを導出している．また，溶湯を用いた注湯実験により鑄込重量の誤差は許容誤差比率（ $\pm 3$ [%]）以内に収まることが確認されている<sup>[47],[48]</sup>．福嶋らは注がれる液体を質点と捉えて落下位置を推定し，所望の位置へ注ぐように取鍋位置を決める落下位置制御を提案している<sup>[49],[50]</sup>．和田らは人が缶から飲料を注ぐ際の缶回転運動に関して，3つの区間で角速度がほぼ一定になることを明らかにし，実験と数値解析がほぼ一致することを確認している<sup>[51]</sup>．

落下液体に作用する力の関係解析の研究では，主に慣性力，表面張力，重力が影響していることについて様々な報告が為されている．逢澤は流量の増加に対して自由表面が乱れる遷移を示し，慣性力と表面張力および重力による復元力の関係について述べている<sup>[52]-[54]</sup>．Johnらはこれまで解明されていなかった紛体落下に関する表面張力の作用力に関して，紛体が落下するにつれてまとまる様子を高速度カメラにより撮影し，粉粒間の相互作用力を測定した<sup>[55]</sup>．Senchenkoらは粘性流体の落下に関して重力場のゆっくりとした増加現象が，流線の安定性に関係していることを示している<sup>[56]</sup>．山口らは管から落下する流水について自由表面の加速度が軸中心よりも大きいことから液体が収縮することや，圧力分布が変わることを実験や理論式から示している<sup>[57],[58]</sup>．林は落差工に関して水理学の理論の検証と落下液体が平面に衝突する際のエネルギー損失について解析している<sup>[59]</sup>．Zhangらは温めた水の膜を落下させてサーモカメラで落下液膜の表面を撮影し，生じている波紋と液体の収縮から3種類のマランゴニ対流が存在することを示している<sup>[60]</sup>．吉永らは落下する薄膜において，自由表面に作用する曲率と表面張力，圧力の関係から，膜の収縮や攪乱現象について推定している<sup>[61]-[63]</sup>．

自律走行型自動注湯の開発のためには，液体が注がれる方向に対して垂直に加わる慣性力の影響を考慮した力の釣合いを示し，液体落下流線の曲率や落下位置を導出することが望まれる．さらに，リアルタイムで落下位置を予測することが出来るモデリングが要求される．

### 1.2.4 振動制御とサーボ制御に関連する研究

本研究では振動抑制制御と目標位置へのサーボ制御が同時に必要とされる．そこで，これまで提案されている代表的な振動制御手法や機械制約を考慮したサーボ制御について示す．

Flashらはロボットアームの搬送軌道生成方法について、加速度の微分値である躍度を最小とする軌道生成式を提案している<sup>[65]</sup>。また、川人は人の脳モデルでの運動指令が躍度を最小とする軌道となるように計画されると議論している<sup>[66]</sup>。Singerらは振動要素の固有周波数の半周期に振動を相殺する逆位相の制御入力を与えるプリシェイピング法を提案している<sup>[67]</sup>。また、Duongらはこの手法を応用した半導体ウェハの移動ロボットを開発している<sup>[68]</sup>。美多らは加速度と最大値と最小値をパルス状に切替え、そのタイミングにより振動を抑制するクレーンの最適運転法を提案している<sup>[69]</sup>。また、この方法を応用した最短時間搬送制御が提案されている<sup>[70]-[72]</sup>。野田らは振動要素のエネルギーと状態制約を評価関数として振動を抑制しながら最適に搬送する目標値整形法を提案している<sup>[73]</sup>。三好らは搬送開始点と終了点の境界条件を考慮して振動成分を取り除いた時間多項式の制御入力を生成する手法を提案している<sup>[74]</sup>。山浦らはフーリエ変換後の搬送入力に対して高周波成分を表現するハイパスフィルタを重み関数とした評価関数を導出し、最小化することによって高次モードの振動を抑制する手法を提案している<sup>[75]</sup>。小島らはトロリーの速度パターンを5次の時間多項式で表現し、境界条件を用いて吊荷の残留振動を抑制する遺伝的アルゴリズムの最適化手法を提案している<sup>[76]</sup>。杉江は入力と状態の制約条件を凸関数で表現しLMIを用いて最適な目標値を整形する手法を提案している<sup>[77]</sup>。Faulwasserは非線形モデル予測制御のリファレンスを時変のパラメータの関数で与えて、制約を満足し安定動作を保つように設計する手法を提案している<sup>[78]</sup>。

このように様々な制御手法が提案されており、有用性が示されている。

### 1.3 本論文の目的と構成

従来研究では、容器形状や傾動状態によって異なる液面振動固有周波数を推定手法が提案されていない。そこで本研究では、このような固有周波数の変動を推定するために、統計的な手法である主成分分析と重回帰分析を用いて、幾つか容器サイズを変更した搬送をとまなう傾動シミュレーションを行ったデータ解析により回帰式を導出する手法を提案する。鑄造産業の場合、熔融金属は高温のため液面振動を直接計測することが出来ない。そこで間接的に得られる角度や液体重量の計測値をフィードバックして固有周波数をリアルタイムで推定し、液面制振制御に用いるシステムを構築する。

次に、液体容器の搬送時における液面変位を表す微分方程式の構造を崩さずに、状態空間表現に変換した液面変位モデルを提案する。本研究では、基礎研究として簡易形状である矩形タンクを用いて液面の変位をモデル化し、注湯装置の搬送・傾動動作によるモデルの検証実験を行う。さらに、モデル予測制御理論を用いて指定する境界において液面高さの変位を小さく維持しながら、自動注湯装置を目標軌道に沿って高速に移動するような制御システムを提案する。

また、容器を搬送しながら液体を注ぐ場合において、液体落下位置を精度よく推定するために、落下中に作用する力の釣合いを解析して、液体落下流線位置を推定するモデルを構築する。またパラメータの同定のために、流体理論式を用いた同定方法について提案し、より一般的に使用可能な推定モデルの構築を目指す。本提案モデルは搬送制御システムと統合することによって落下位置を評価しながら搬送入力を設計することが可能となる。



本論文は以下のように構成する。第1章では、本研究の背景と目的について述べる。第2章では、自動注湯装置と計測機器について述べる。第3章では、従来の振動制御手法の比較、考察について述べる。第4章では、液面振動の固有周波数について解析結果を述べ、リアルタイム推定による液面振動の制振手法と自動注湯装置の搬送制御について提案し、線形行列不等式を用いた提案する制御システムの安定性の証明について述べる。第5章では、液面の変位に関する境界要素モデルの構築と実験による検証、モデル予測制御理論を用いた搬送動作と傾動動作の同時制御による液面制振搬送手法について述べる。第6章では、液体落下流線モデルの構築と、パラメータ同定方法について述べる。最後に第7章では、結言と今後の展望について述べる。Fig. 1.2に各章の位置づけと概要を示す。

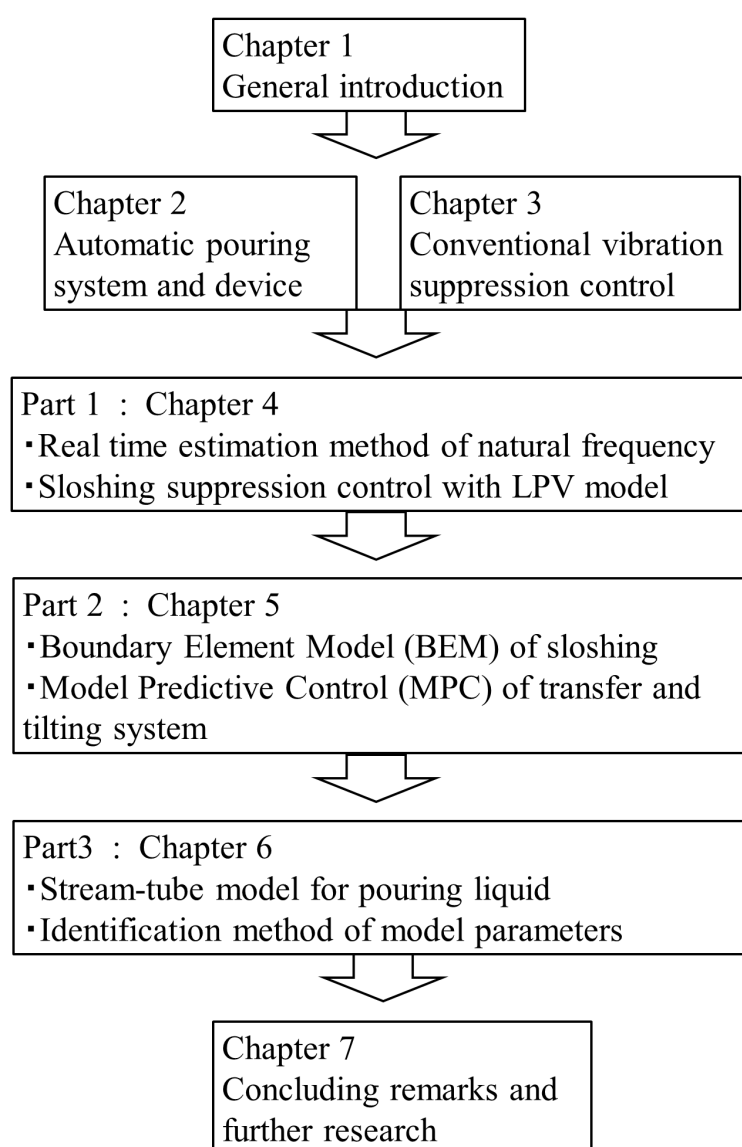


Fig. 1.2 Outline of this dissertation



## 第2章 自動注湯システムと実験機器

本章では、傾動式自動注湯システムの概要と AC サーボモータにおけるモータ特性について述べる。また、対象とする容器形状と、シミュレーションおよび実験環境について述べる。

### 2.1 傾動式自動注湯システムの概要

傾動式自動注湯ロボットは、設備が小型であり、溶融金属の種類に応じて取鍋を容易に交換できる利点を持っている。そのため、変種変量生産の現場で多く用いられている。

本研究で使用する実験装置の概要図を Fig. 2.1 に示す。装置は取鍋搬送ラインと鑄型搬送ラインによって構成される。取鍋搬送ラインは、鑄型搬送ラインと平行な軸に X 軸，垂直な軸に Y 軸，上下方向に Z 軸，傾動方向に  $\theta$  軸を持つ。また，鑄型搬送ラインは水平方向に M 軸を持つ。各軸には AC サーボモータが取り付けられており，X，Y，Z 軸はボールねじを介して，それぞれ独立に駆動する。ただし， $\theta$  軸方向のみ，モータ直動で駆動する。

従って，このような構成から本ロボットは 4 自由度を持つ。3 次元空間における取鍋搬送距離および傾動角度，鑄型搬送距離は各モータに取付けられているロータリーエンコーダによって計測される。また，液体を注ぐことによって変動する取鍋内の液体重量はロードセルを用いて計測する。

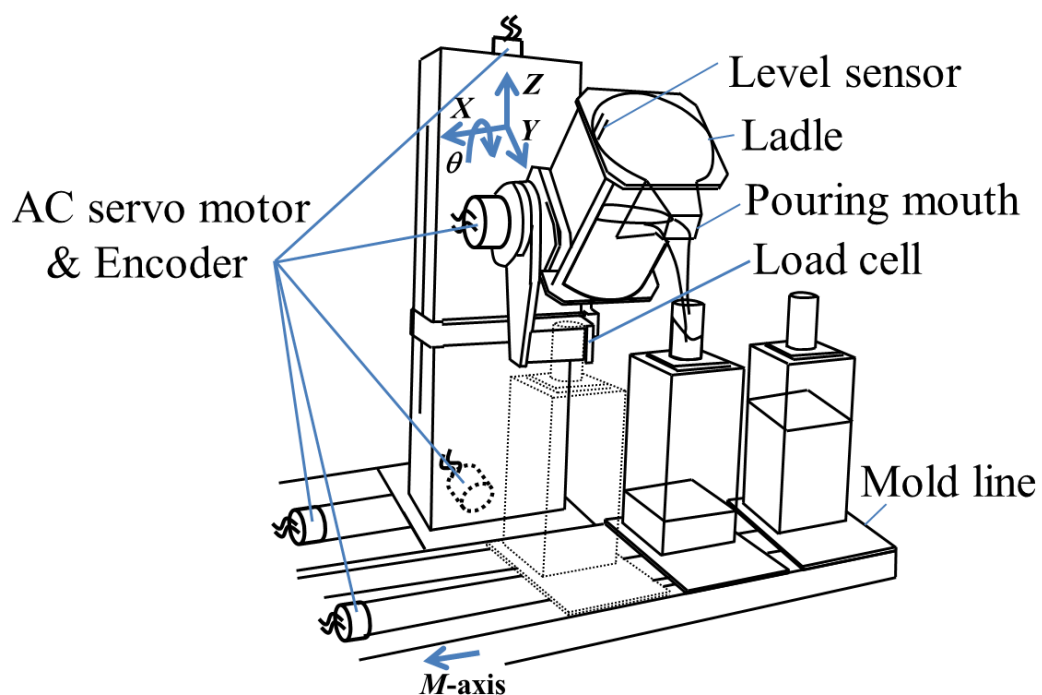


Fig. 2.1 Structure of tilting-type automatic pouring system

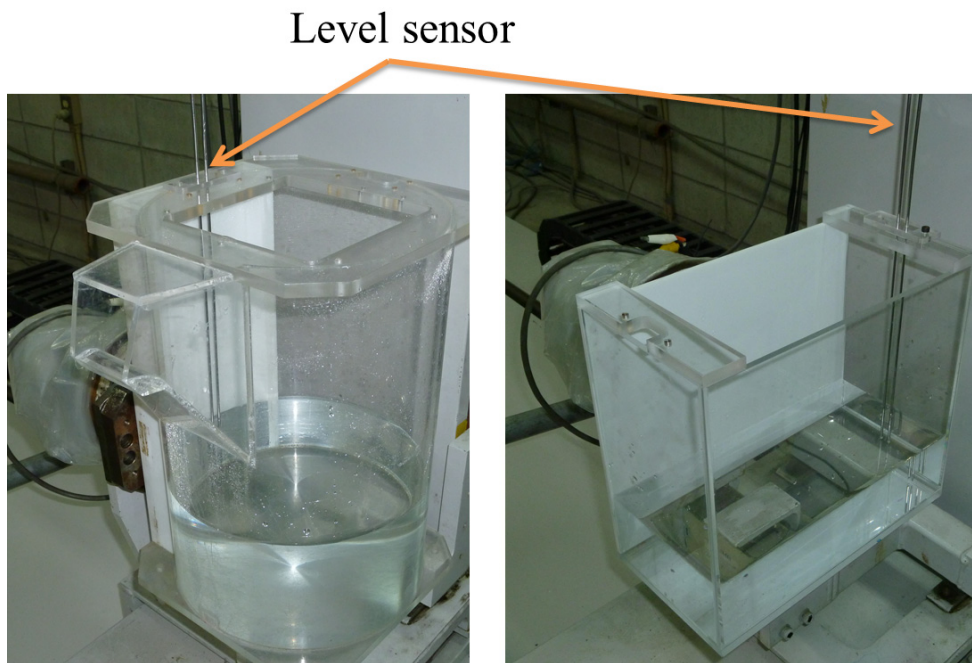


Fig. 2.2 Attachment position of level sensor

さらに、本研究では取鍋内の液位を計測するためにレベルセンサを用いる。レベルセンサは2本のステンレス棒から成り、液中へ設置することで、液位によって変動する電極間の抵抗値を計測する。本センサは熔融金属を扱う実際の铸造現場では使用することができないため、水を用いた計測実験にのみ使用される。Fig. 2.2 に設置位置の詳細を示すように、側壁部にセンサを設置することで取鍋搬送時の液面変動を計測することができる。

本研究で使用するセンサの計測値は、Fig. 2.3 に示すように、A/D コンバータによりコンピュータに取り込まれ、入力指令値はD/A コンバータからモータドライバへ伝達してACサーボモータを駆動する。モータへの制御指令、制御側の計算、データ処理はDSP(Digital Signal Processor)にて行う。本研究における制御系設計にはMathWorks社のMATLABを用いる。

### 2.1.1 モータ特性

モータのモデル式は各軸の入力電圧  $u_i(t)$  からモータ速度  $\omega_i(t)$  までの伝達関数を一次遅れ系として、(2.1) 式に示す。

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = -\frac{1}{T_{mi}}\omega(t) + \frac{K_{mi}}{T_{mi}}u(t) \quad (2.1)$$

ここで、 $K_{mi}$  : モータゲイン、 $T_{mi}$  : モータ時定数である。添え字  $i$  はそれぞれの軸 ( $X, Y, Z, \theta$ ) に対するパラメータであることを示す。傾動式自動注湯ロボットのモータパラメータとモータの仕様である最大速度  $V_{max}$  および最大加速度  $A_{max}$  を Table 2.1 に示す。

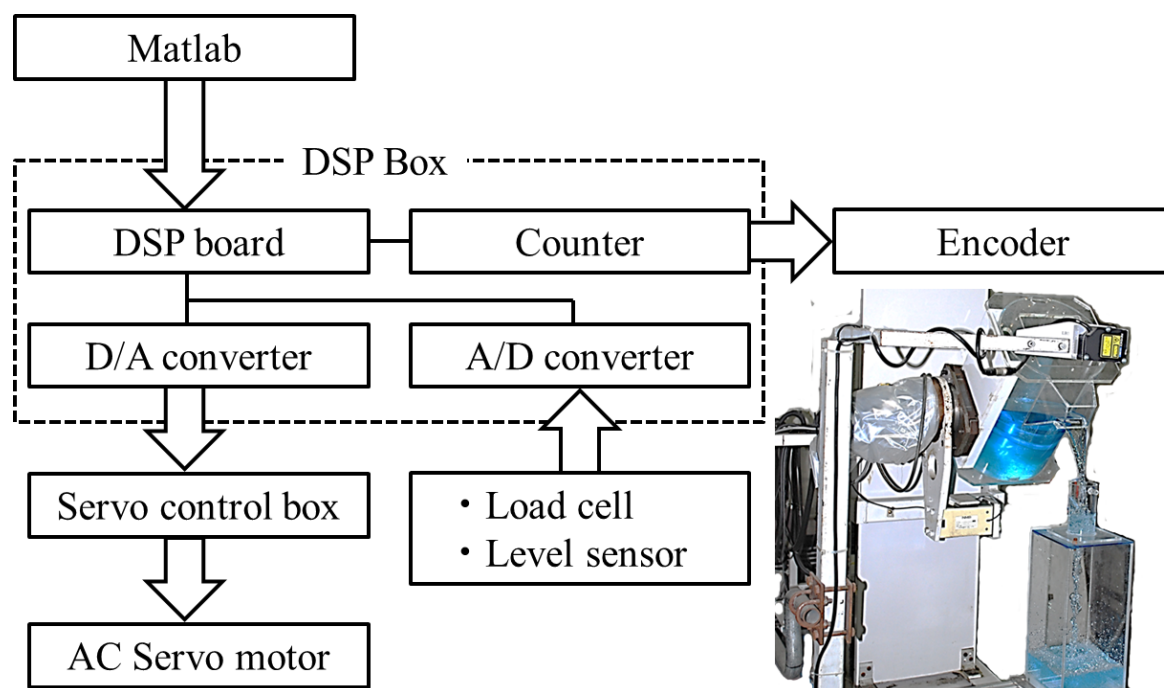


Fig. 2.3 Drive system for automatic pouring robot

Table 2.1 Motor parameters

	$K_m$	$T_m$	$V_{max}$	$A_{max}$
X-axis	0.166[m/sV]	0.007[s]	0.8[m/s]	2.0[m/s <sup>2</sup> ]
Y-axis	0.083[m/sV]	0.006[s]	0.5[m/s]	1.0[m/s <sup>2</sup> ]
Z-axis	0.083[m/sV]	0.007[s]	0.5[m/s]	1.0[m/s <sup>2</sup> ]
$\theta$ -axis	0.429[rad/sV]	0.006[s]	2.62[rad/s]	26.2[rad/s <sup>2</sup> ]

### 2.1.2 容器形状

本研究では3種類の容器を用いる。Fig. 2.4は注湯現場で多く用いられる取鍋を模倣した円筒形状取鍋を示す。本容器は第4章における「注湯時に変動する液面振動固有周波数の推定」で用いる。Fig. 2.5(a)は矩形形状容器であり、搬送方向に対して2次元の流動に焦点を当てて、高次モードの液面振動を解析するために作成した。第5章における「境界要素モデルを用いた制振搬送制御」で用いる。Fig. 2.5(b)は注湯方向の流動のみを考慮するために作成したシンプル形状取鍋である。注ぎ口にはノズルが取り付けられていないため、すべり速度を考慮せずに注湯速度や落下軌跡の解析を行うことができる。第6章における「液体落下流線のモデリング」で用いる。Fig. 2.5(a), (b)は実現象の詳細な解析および制御モデルの妥当性を検証するために、基礎実験の目的で使用する。

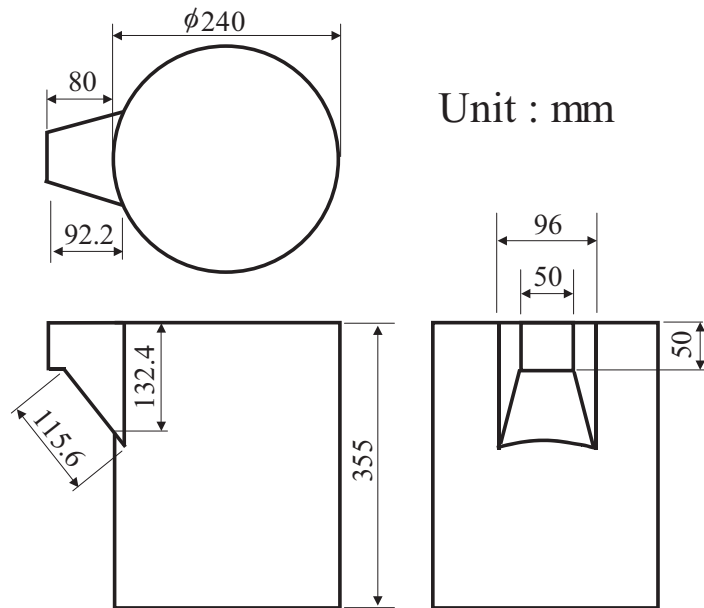


Fig. 2.4 Cylindrical-type ladle

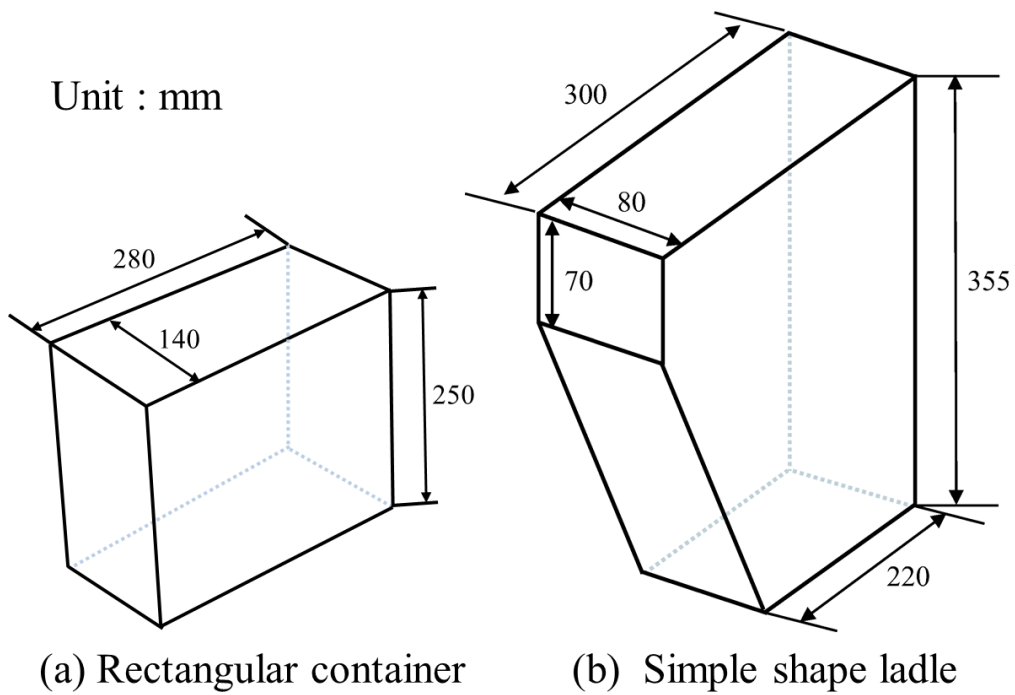


Fig. 2.5 Container and simple shape ladle for basic experiments

## 2.2 シミュレーションと実験条件

液体形状の変化による液面振動固有周波数の変動を解析するために、流体解析ソフトウェア (*FLOW-3D*) を用いる<sup>[79]</sup>。本研究で述べる液体形状の変化とは Fig. 2.6 に示すように、取鍋サイズや液体容量によって取鍋内液体の体積が異なること、傾動に応じて取鍋底面と側面の接地面積が変わることを示す。

鑄造現場では、溶融金属の種類や製品寸法などから様々な大きさや形状の取鍋が用いられる。多くの現場で用いられる取鍋は、主に本研究で対象とする円筒形状取鍋、その他に扇形状取鍋がある。これら取鍋寸法は直径 0.1[m] 程度のものから 1.0[m] 以上のものまで使用範囲が幅広い。従って本研究で述べるように、取鍋搬送において発生する液面振動の固有周波数は取鍋の使用環境によって異なり、時々刻々と変動するため、固有周波数に応じた制御コントローラを設計する必要がある。また、リアルタイムでコントローラを切替えることから安定性の検証を行わなければならない。

これらの理由から、本研究では使用環境を直径 0.24[m] から 1.0[m] までの円筒形状取鍋と限定し、シミュレーションを通じて直径による固有周波数の変動量を解析した。本研究室では直径 0.24[m] の取鍋形状を模したアクリル製容器を所有しており、水を用いた搬送実験とシミュレーションの比較により液面振動の周期と振幅について、ほぼ一致していることを確認している。比較の結果については次章で述べる。

水 (293.2[K]) と溶けた鑄鉄 (1400[K]) の動粘性係数 (動粘度) は、ほぼ同程であることが確認されている<sup>[80]</sup>が、動粘性係数は液体温度によって異なる係数であり、溶融金属の温度に関するデータベースはこれまで明確にされていない。そこで鑄鉄温度と液面振動の周期および振幅についての関係性を示し、鑄鉄温度が周波数に依存するかどうかについて解析する。シミュレーション条件は Table 2.2 に示す。取鍋搬送入力にはインパルス入力を与え、容器側面の液面変動を算出する。

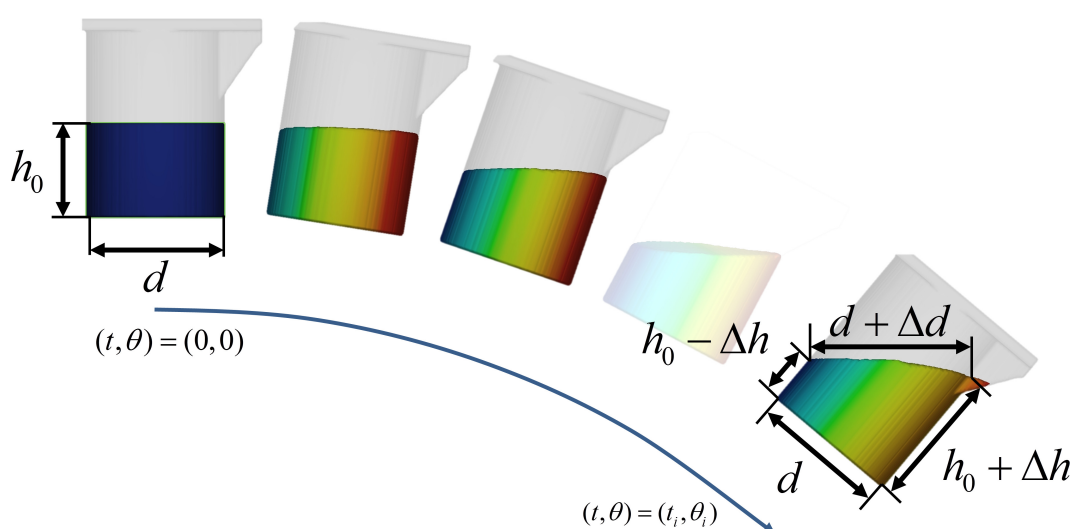


Fig. 2.6 Variation of liquid shape by tilting

Fig. 2.7(a) は液体の状態であり, (b),(c) に従って液体と固体が混じる状態のシミュレーション結果を示す. 以上の結果から, 凝固していくに従って振幅は減少することがわかる. 一方で, 振動周波数は温度変化にほとんど依存していないことがわかる.

従って, 本研究では液体温度の違いによる固有周波数の変化を無視できるものと考え, 水搬送実験により, 提案する制振搬送制御の有用性を確認する.

Table 2.2 Physical parameter of molten metal

Liquid cast iron properties	
Viscosity [Pa·s]	0.00320
Density [kg/m <sup>3</sup> ]	6337
Specific heat [J/(kgK)]	818
Thermal conductivity [W/(mK)]	22.2
Solidification properties	
Density of solid steel [kg/m <sup>3</sup> ]	6725
Specific heat [J/(kgK)]	706
Thermal conductivity [W/(mK)]	36.8
Liquidus temperature [K]	1409
Solidus temperature [K]	1338

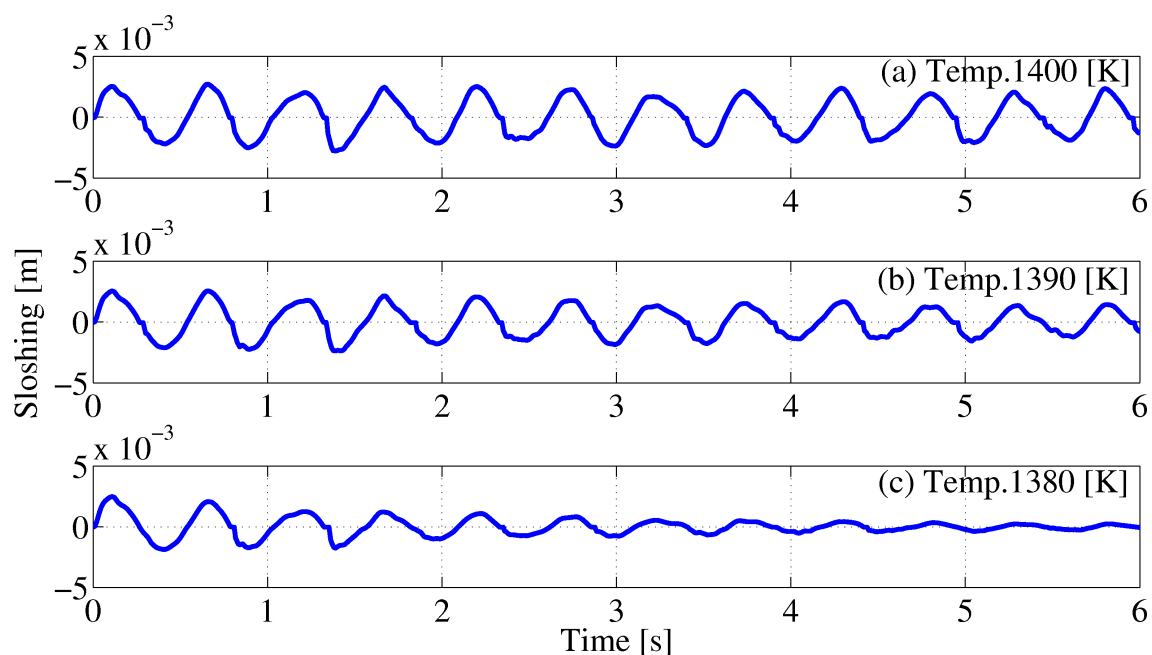


Fig. 2.7 Difference of sloshing by molten metal's temperature



## 第3章 従来の液面振動モデルと制振制御

本章では、液面振動が液体容器を搬送する際、どのように励起するかについて述べる。また、矩形形状容器における容器サイズと振動スペクトルの関係を述べる。さらに、従来研究で提案されている振動制御手法<sup>[81]</sup>の比較をまとめ、本研究で着目する課題について述べる。

### 3.1 液面振動の検証実験と振動解析

Fig. 3.1 は本章で対象とする液体搬送システムを示す。本システムは前節で述べた鋳型搬送軸 (M 軸) を用いている。装置は AC サーボモータによって駆動しており、モータの拘束条件を最大加速度  $1.0[\text{m/s}^2]$ 、最大速度  $0.5[\text{m/s}]$  と設定し、矩形容器を搬送距離  $0.8[\text{m}]$  まで搬送する。搬送入力 of サンプルング時間は  $0.01[\text{s}]$  である。搬送における入力電圧は前節に述べたモータモデル (入力電圧と搬送速度に関する伝達関数) の逆モデル ((3.1) 式) を用いて算出し、フィードフォワード入力としてモータへ指令する。

$$u(t) = -\frac{T_{mm}}{K_{mm}} \frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{1}{K_{mm}} \omega(t) \quad (3.1)$$

ここで、 $K_{mm}$  : モータゲイン、 $T_{mm}$  : モータ時定数である。最大加速度および最大速度を用いて、制御せずに搬送した時に得られた搬送入力と液面振動を Fig. 3.2 に示す。

点線は搬送入力の指令値と、第5章で述べる境界要素法を用いた液面振動モデルによる推定値を示す。また、実線はエンコーダ値を微分して得られた搬送加速度、搬送速度とレベルセンサで計測された液面振動を示す。搬送入力の指令値と実際の加速度、速度はよく一致しており、十分な速度応答が得られている。この時、液面振動は搬送入力制御されていないため、大き

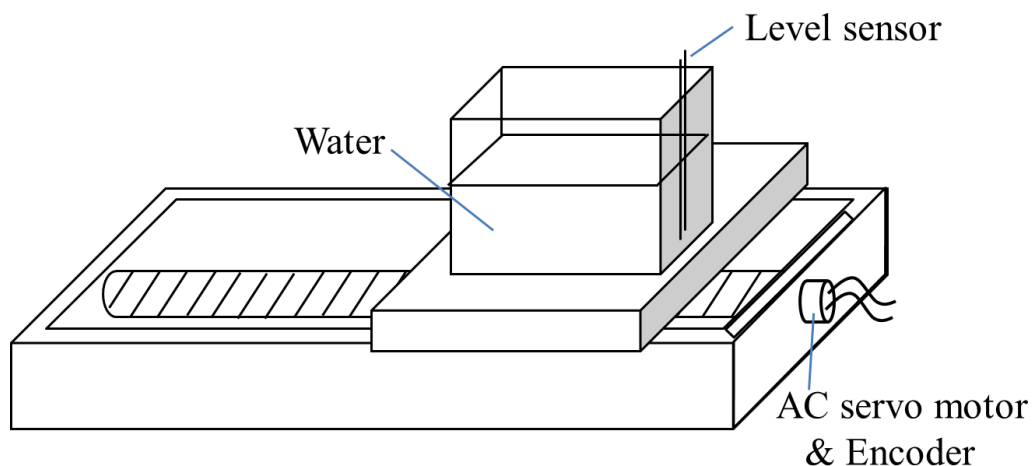


Fig. 3.1 Liquid transfer system

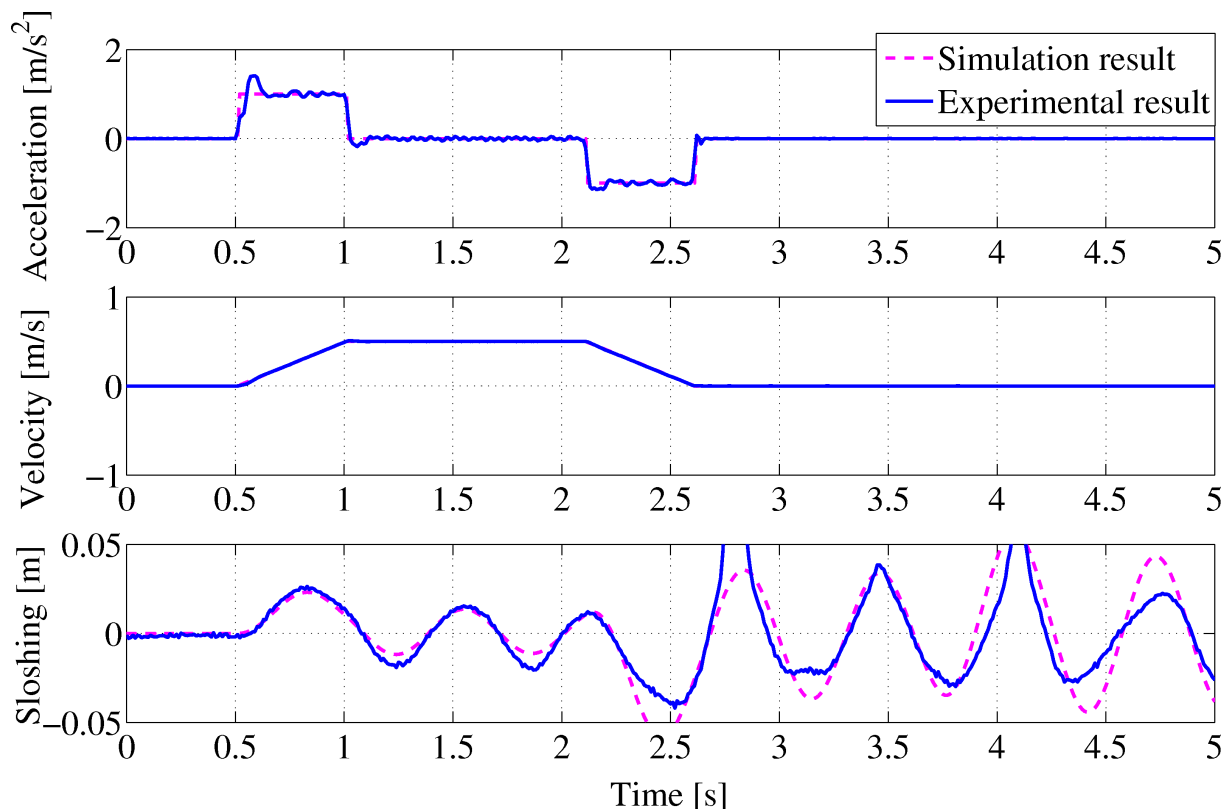


Fig. 3.2 Trapezoidal velocity and estimated sloshing

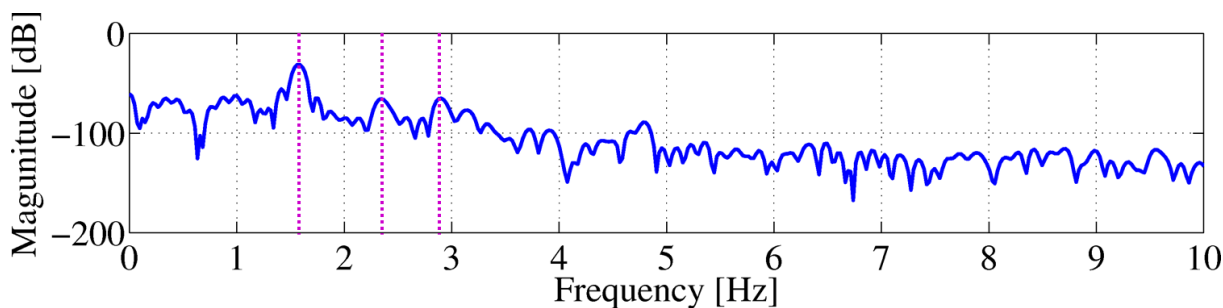


Fig. 3.3 Frequency response of measured sloshing

く励起していることがわかる．Fig. 3.3 は液面振動データについて周波数解析を行った結果を示す．

矩形形状容器を搬送した時の液面振動固有周波数 (Fig. 3.3 におけるピーク周波数) は (3.2) 式によって理論的に算出することができる<sup>[82]</sup>．特に矩形形状を用いた場合は，固有周波数は容器幅と液体高さによって決まる．このことから，液体形状が固有周波数の変化に起因しているといえる．

$$f_{rct} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{kg \tanh kh}$$

$$k = \frac{\pi n}{b} \quad (3.2)$$

ここで  $n$  は振動モード数， $g[\text{m/s}^2]$  は重力加速度， $k$  は波数， $h[\text{m}]$  は液位， $b[\text{m}]$  は矩形形状容器

Table 3.1 Natural frequency of sloshing ( $b=0.28[m]$ ,  $h=0.14[m]$ )

Mode	1st-mode	2nd-mode	3rd-mode
$f_{rct}$ (Exp.)	1.587	2.344	2.905
$\hat{f}_{rct}$ (Eq.3.2)	1.598	2.260	2.768

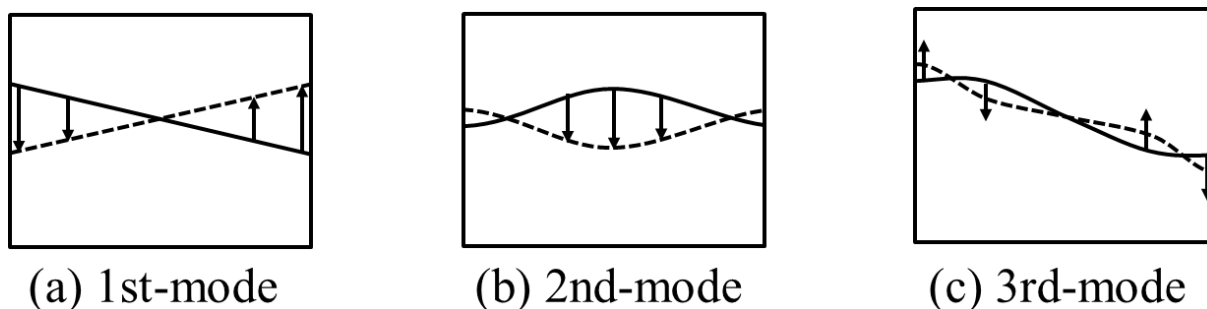


Fig. 3.4 Vibration mode of sloshing

の幅長を示す．本検証実験では液位  $h$  は  $0.14[m]$ ，容器幅  $b$  は  $0.28[m]$  とする．

実験から得られた周波数のピーク値と理論式から算出した値の比較に関して，振動モードに区別してまとめた表を Table 3.1，振動モードと液面形状の関係図を Fig. 3.4 に示す．また，Fig. 3.5 は，初めに示した搬送実験における液面振動結果 (Fig. 3.2) について，フーリエ変換 バンドパスフィルタ (通過帯域:各モード固有周波数  $\pm 0.5[Hz]$ ) 逆フーリエ変換のプロセスを通じて液面振動固有周波数の振動成分を振動モード別に切出した応答を示す．

以上の実験結果と解析結果から，本実験に用いている矩形形状容器を搬送した場合，1次モード振動が支配的であり，搬送後も減衰せずに振動し続けていることがわかる．一方で，2次モード以降の振動に関しては，主に容器搬送の減速区間で励起するが，その後はすぐに減衰している様子が見られる．

## 3.2 制振搬送手法の比較

### 3.2.1 sin カーブ加速度入力および躍度最小軌道

工場などの産業機器においては，簡易的に振動を抑制する方法に関して，加速度の軌道を滑らかに成形する手法が多く用いられている．主な例として，Fig. 3.6 は sin カーブを用いて加速度入力を成形する手法，Fig. 3.7 は加速度の微分値である躍度を小さくするように入力を成形する手法<sup>[65],[66]</sup>の搬送実験結果を示す．比較のために台形速度を用いた搬送結果を点線で示す．それぞれの搬送実験において生成した搬送加速度入力は，sin カーブ入力においては (3.3) 式，躍度最小入力においては (3.4) 式から導出した．

$$u_{sin}(t) = 0.63 \sin(2.513t) \quad (3.3)$$

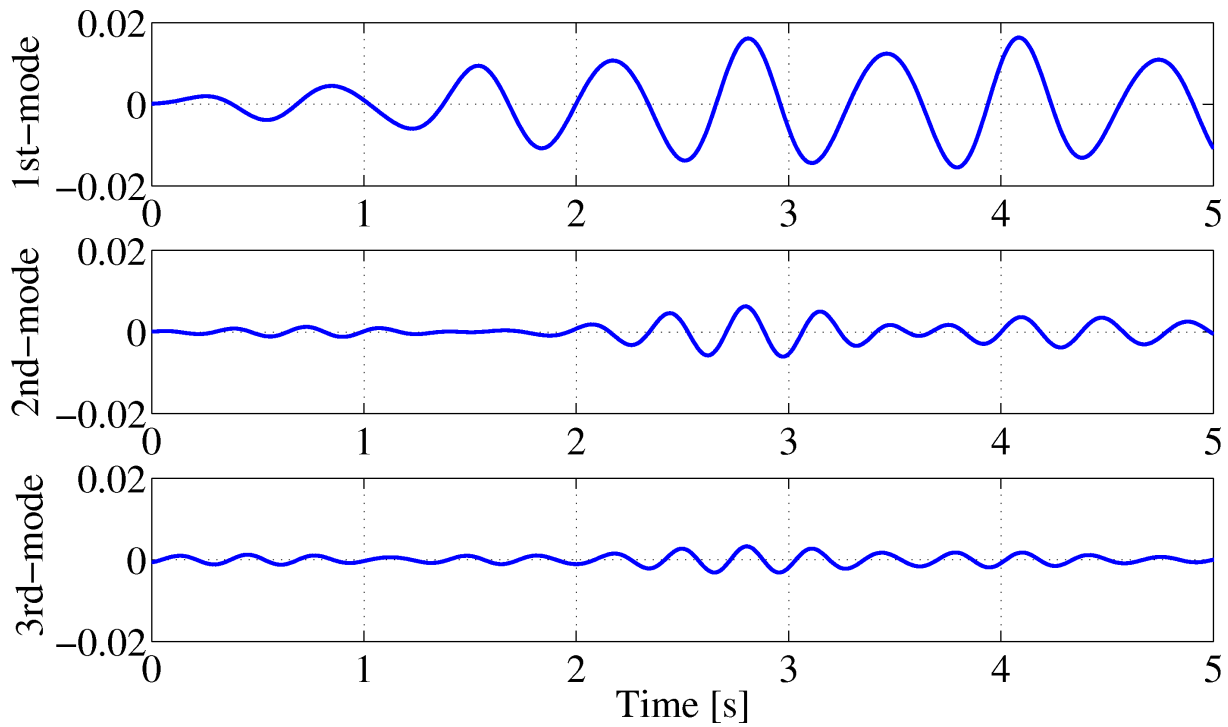


Fig. 3.5 Vibration for natural frequency

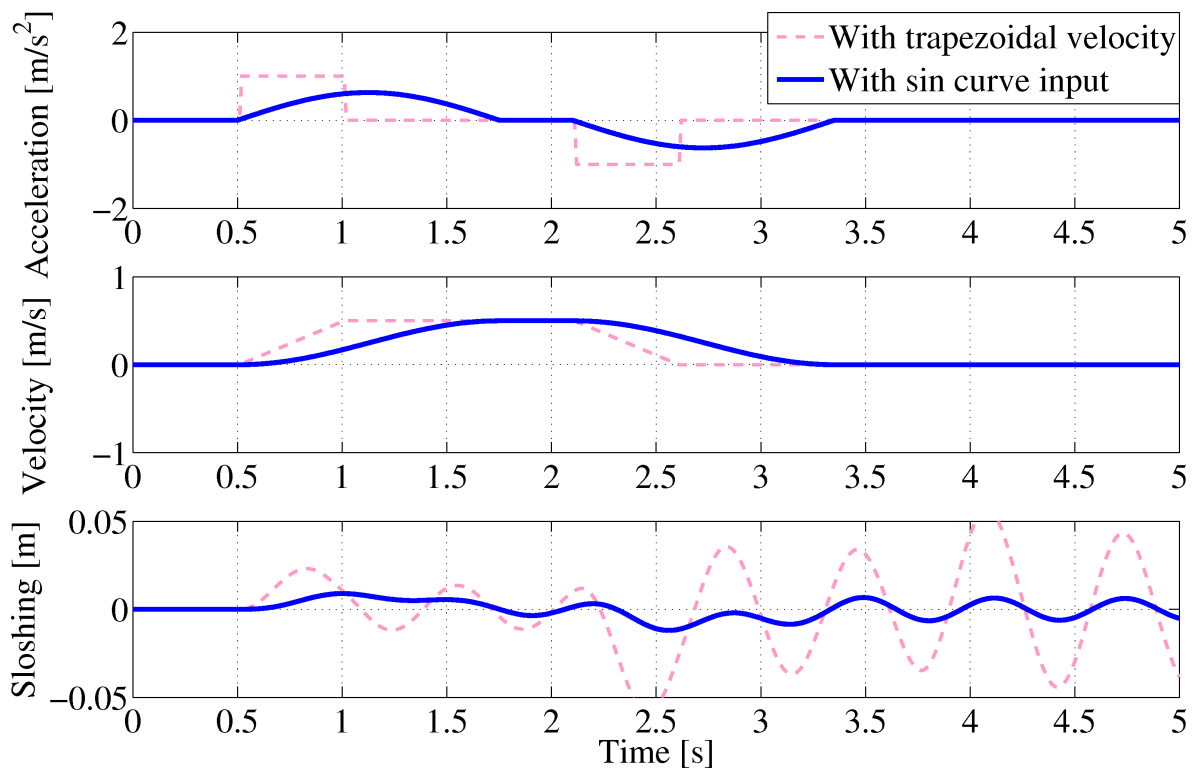


Fig. 3.6 Transfer result with sin curve input

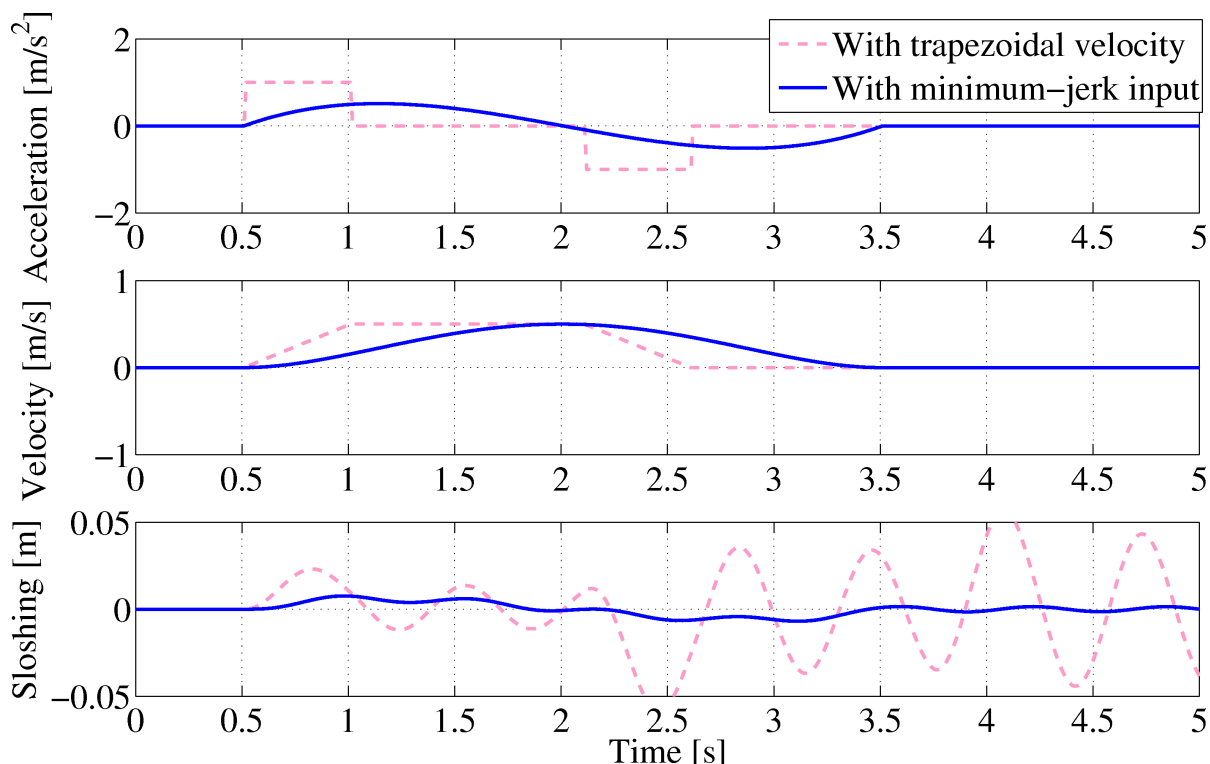


Fig. 3.7 Transfer result with minimum-jerk input

$$\begin{aligned}
 u_{jerk}(t) &= x_0 + (x_0 - x_f)(15\tau^4 - 6\tau^5 - 10\tau^3) \\
 \tau &= t/t_f
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

ここで、(3.3) 式の係数は最大速度が  $0.5[\text{m/s}]$  となるように導出した。また (3.4) 式の  $x_0, x_f$  はそれぞれ搬送の開始位置と終了位置、 $t_f$  は搬送終了時刻を示す。

どちらの結果も台形速度カーブを用いた場合の液面振動と比較して、振動が抑制されており、特に搬送対象の固有周波数が未知の場合や制御器がブラックボックスである場合に有効な手法であるといえる。しかしながら、これらの結果は、加速度の応答を遅らせて慣性力を緩和させた結果であることから、目的地に到達するまでに搬送時間が多く費やされる。

そこで、生産プロセスの効率化のために、搬送対象の固有周波数に基づいて的確に振動を抑制しながら、高速に搬送させる制御手法が望まれる。

### 3.2.2 プリシェイピング法

プリシェイピング法とは加速を段階的に分けて与えることによって制振する手法<sup>[67]</sup>であり、Fig. 3.8 に示すような、天井クレーンの操作に広く用いられている。また、半導体ウェハを搬送するロボットアームなどの動作設計に応用されている<sup>[68]</sup>。

Fig. 3.8 において加速ボタンを 1 度押すと、ステップ 1 ではカートは  $0.3[\text{m/s}]$  に加速されるとする。この時、吊らされている荷物は慣性力によって後方に振り上げられ、そのまま放置すると、荷物は下方、前方そして後方へと振動してしまう。そこで、振動を打ち消す発想で下方

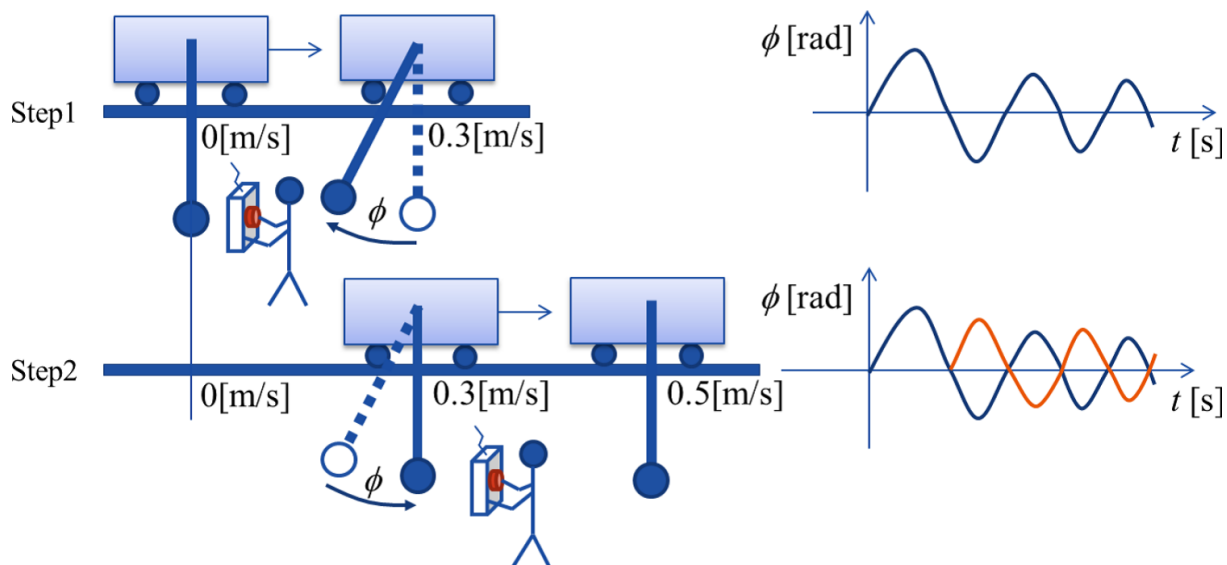


Fig. 3.8 Preshaping method

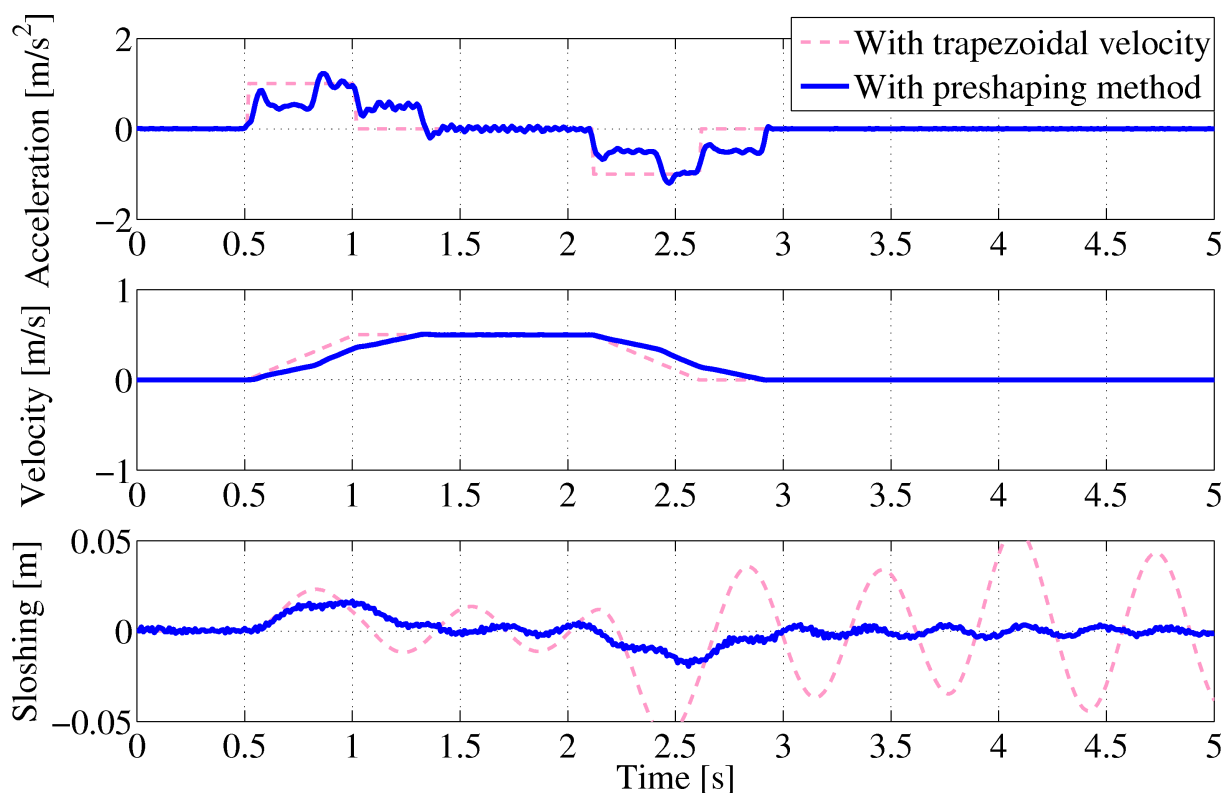


Fig. 3.9 Experimental result of preshaping method

に荷物が戻ってきた瞬間でもう一度、加速ボタンを押す。するとさらにカートは加速されるが、Fig. 3.8の右下に示すように、ステップ1で発生した振動とステップ2で発生する振動が相殺されるため、荷物を振動せずに搬送されることがわかる。このとき、2度目の加速のタイミングは振動の半周期後 ( $T$ [s]) であるが、 $T$ [s] 後の振動は回転軸での摩擦や空気抵抗によって振幅が

減衰される．そのため，2度目の加速は1回目よりも若干小さくする必要がある．ここで，減衰係数を  $\zeta_p$  とすると，ゲイン  $K$  は(1度目の加速量との比)は(3.5)式により，導出される．

$$K = \exp\left(-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right), \quad T = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (3.5)$$

Fig. 3.9 は振動の固有周期に基づいて成形した加速度と搬送速度，計測された液面変位を示す．実験結果より，2段階で加速・減速することによって液面振動が相殺されており，加減速後の液面変位はほぼ零となることがわかる．

### 3.2.3 バン・バン制御法

より長い搬送距離を搬送する場合，装置制約である最大加速度を用いて，なるべく長い時間，加速させることが全体のプロセス時間を短縮に繋がる．このような背景から，装置制約のみを用いて入力する時間を制御する手法<sup>[69]-[72]</sup>が提案されており，この手法をバン・バン制御法(Bang-Bang control)という．搬送物を加速し，最短時間で搬送させるために，本手法では加速中において，Fig. 3.10 に示すように意図的に短時間の急減速区間を設け，短時間で加速区間と減速区間を切替えることによって，振動を打ち消しながら搬送する．最適制御入力は(3.6)式を用いて導出される．ここで， $\zeta_b$  と  $\eta_b$  は Fig. 3.11 に示す加速区間，減速区間を示しており， $\zeta_b$  は(3.6)式に示す条件式が満たされるように導出される．ここで， $v_{max}$  は最大速度  $a_{max}$  は最大

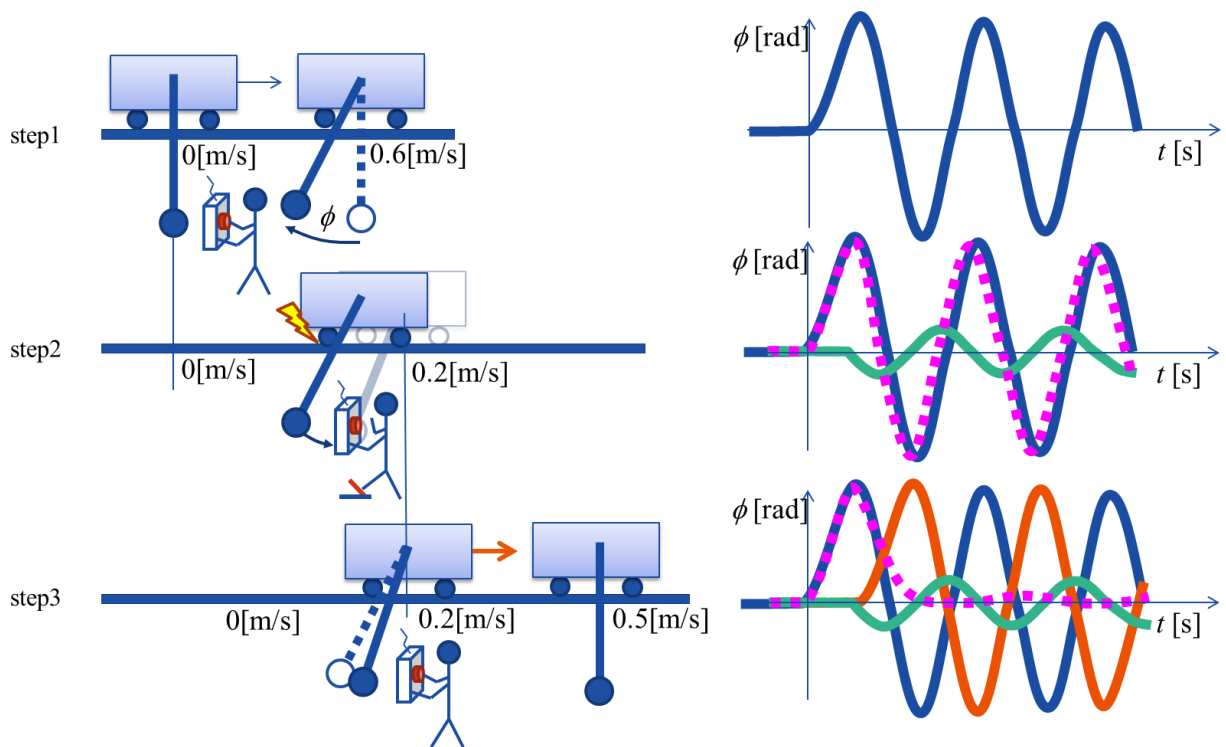


Fig. 3.10 Bang-Bang control

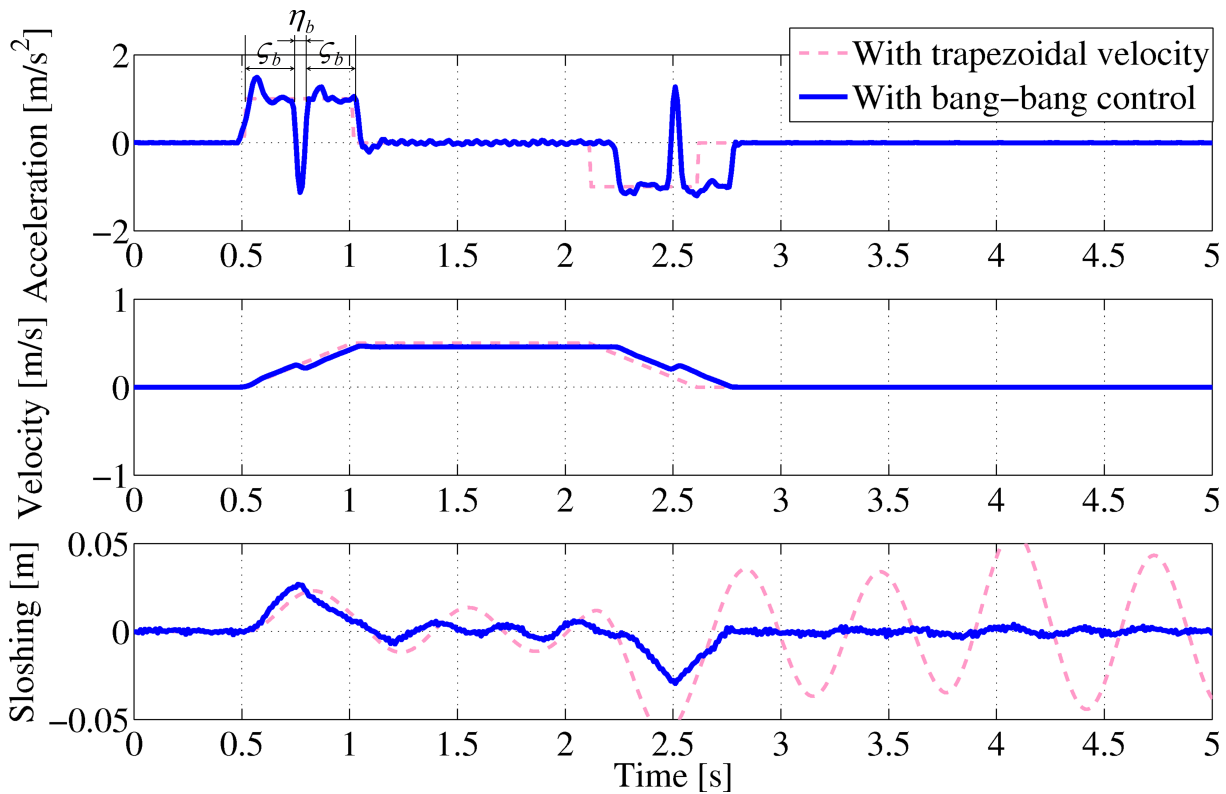


Fig. 3.11 Control input with bang-bang control

加速度， $\omega_b$  は搬送物の固有周波数を示す．

$$v_{max} = \frac{a_{max}}{\omega_b} (2\zeta_b - \eta_b)$$

$$\eta = 2 \tan^{-1} \frac{\sin \zeta_b}{2 - \cos \zeta_b} \quad (3.6)$$

実験結果より，基準となる入力に比較し，応答の遅れが小さく短時間で搬送されていることがわかる．また，液面振動も抑制されている．しかしながら，本手法は最大加速度から最小加速度まで急激な入力変化のためロバスト性に欠け，モータへの負荷が大きく掛かる欠点がある．

### 3.2.4 ハイブリッド整形法

ロバスト性のある制御手法として研究室内の従来研究ではハイブリッド整形法という制御理論を構築している<sup>[37]-[39]</sup>．ハイブリッド整形法は，振動制御にノッチフィルタとローパスフィルタを，また，高速搬送位置決めにはPID制御など簡易な制御要素を組み合わせる手法である．ローパスフィルタは高周波ノイズの除去と高次モードの液面振動を抑制するために用いられる．また，ノッチフィルタは最も顕著に励起する1次モード，2次モード等，低次モードの固有周波数帯域にあるモータ入力電圧を極端に低下させるために用いられる．

各フィルタのパラメータは装置制約やオーバシュート量などの拘束条件を考慮し，シンプレックス法<sup>[87],[88]</sup>などの数値最適化手法によって導出される．導出したフィルタの伝達関数を(3.7)



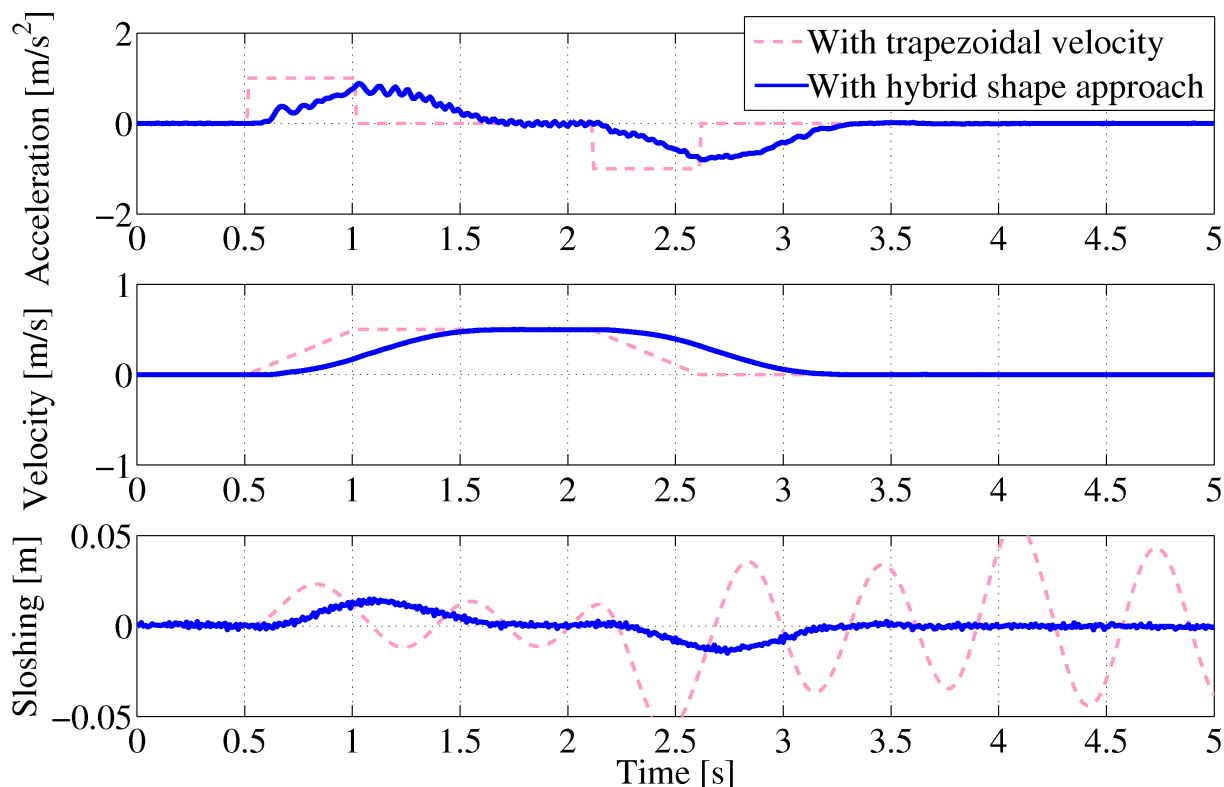


Fig. 3.12 Control input with hybrid shape approach

式に示す．ここで， $\omega_h$  は 1 次モード固有周波数を示す．

$$G_h(s) = \frac{17.69}{0.004s + 1} \frac{s^2 + 2\zeta\omega_h s + \omega_h^2}{s^2 + \omega_h s + \omega_h^2}$$

$$\zeta = 0.001, \omega_h = 10.05 \quad (3.7)$$

Fig. 3.12 はハイブリッド整形法を用いて導出した搬送入力と推定された液面変位を示す．推定された結果より，加減速後の液面振動は零になることがわかる．しかしながら，フィルタの帯域におけるモータ駆動入力を極端に低下させているために，若干，搬送時間が延長されている．

### 3.2.5 入力制約と振動抑制機能を同時に考慮するリファレンスガバナ

クレーンシステム，ロボットマニピュレータ，液体搬送システムなど振動系を含む駆動システムにおいて，実プラントでは駆動するモータに取り付けられるエンコーダにより台車やクレーン先端の位置を計測し，搬送システムを構成することが広く行われている．これらのシステムに対して，振動を抑制するために，既存の制御システムを変更せずに振動抑制機能を付加することが強く望まれる．そこで，従来研究では振動抑制を考慮した目標位置（リファレンス）の設計指針として与える手法が提案されている<sup>[73]</sup>．この制御方法は，装置制約である最大加速度や最大速度などの制約条件と，位置の追従偏差と振動要素の共振周波数でのエネルギーをそれぞれコストとする評価関数を構成し，2 次計画問題を解くことによって，時々刻々の目標値を整形する手法である．

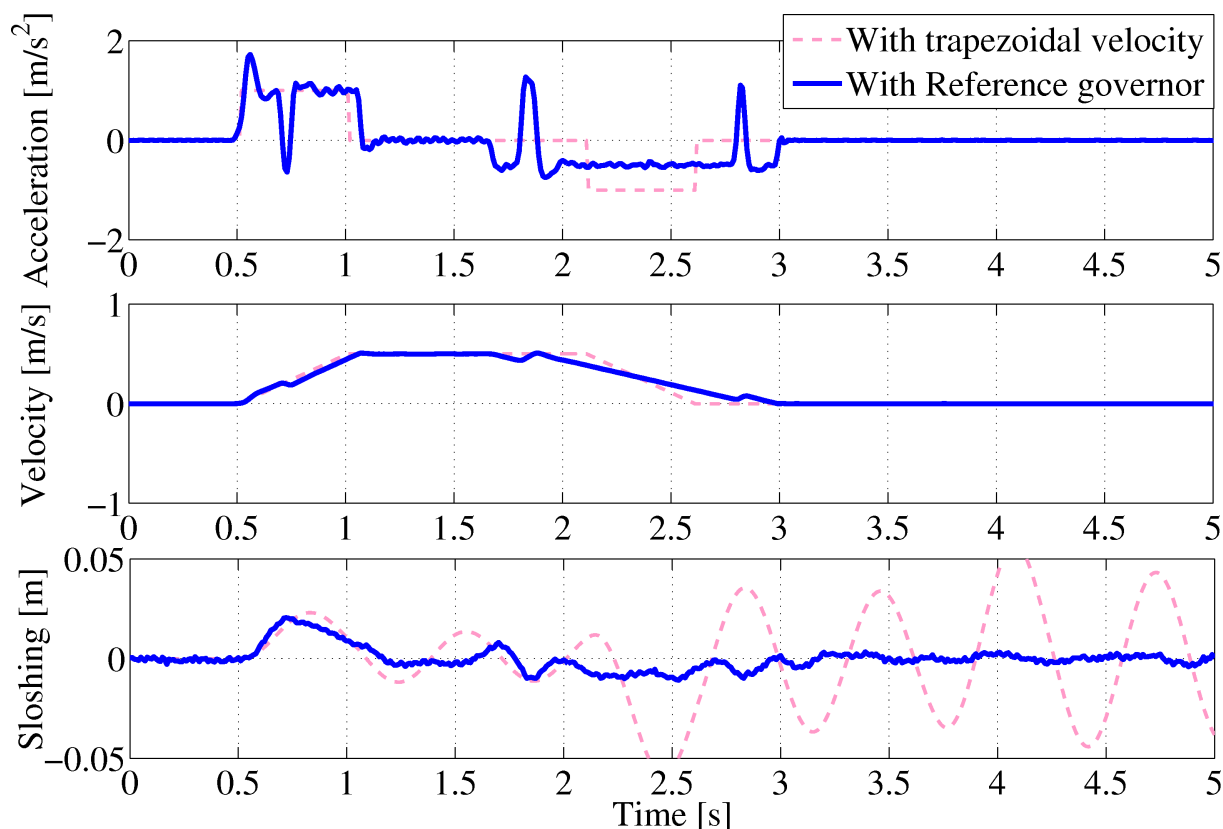


Fig. 3.13 Control input with reference governor

共振周波数帯域でのエネルギーの積分値は(3.8)式の第2項で与えられる．このとき，周波数帯域は振動系に応じて任意に与えることができる．

$$J = w_1 \sum_{k=0}^{N-1} |r_0(k) - y(k)|^2 + w_2 \int_{v_1}^{v_2} \left| \sum_{k=0}^{N-1} z_u(k) e^{-jv\Delta T k} \right|^2 dv \quad (3.8)$$

$r_0(k) - y(k)$  は時刻  $k$  における搬送位置の偏差， $v_1, v_2$  は周波数， $z_u$  は振動エネルギー， $\Delta T$  はサンプリング周期を示す． $w_1, w_2$  は重み係数である．従って，(3.8) 式を最小にする制御入力を求めることになる．1960年代の最適制御理論の系統を受け継ぐ発展的アプローチである．

Fig. 3.13 に実験結果を示す．本実験で評価する振動エネルギー帯域は1次モードの液面振動のみに着目して9[rad/s] から11[rad/s] と設定し，コストを算出した(固有振動周波数は10[rad/s])．導出された搬送入力は，装置制約である最大加速度，最大速度を制約条件とし，位置偏差および振動エネルギーが最小となるように導出される．実験結果より，搬送を始めた直後は，位置偏差が大きいため，最大加速度を使用してなるべく長い時間，加速しており，バングバング制御法と似た傾向を示すが，搬送位置と目標位置の差が小さくなるにつれて，評価関数の重みが振動エネルギーへと移行し，減速中は，液面振動がなるべく小さくなるように搬送制御される傾向を示している．この時，用いられる状態方程式は簡単に(3.9)式で与えており，重み係数  $w_1, w_2$  はそれぞれ， $w_1=0.0001, w_2=1$ ，対象とする周波数  $v_1, v_2$  をそれぞれ， $v_1=9$  [rad/s],  $v_2=11$  [rad/s] と設定し，最適な搬送加速度を導出している．ここで  $r$  は搬送位置， $v$  は搬送速度， $a$  は

搬送加速度を示す．

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ u &= a \end{aligned} \quad (3.9)$$

### 3.2.6 時間多項式を用いた最適フィードフォワード制御

振動系のモデルが既知である場合，2点境界値問題(始点と終点における状態の境界条件)を満足する搬送入力(時間多項式表現で近似することにより，逆問題を解くことが可能となり，最適な搬送入力を時間多項式の関数で導出することができる<sup>[74]</sup>．これにより，ハイブリッド整形法やリファレンスガバナで用いていた数値最適化を行わずに瞬時に制御入力を導出が行われるため，時変でクレーンのロープ長が変化した場合などの時変振動システムへも解析解が得られる．

時間多項式表現を(3.10)式で示される．

$$u(t) = \sum_{i=0}^n u_i t^i \quad (3.10)$$

入力となる搬送速度は7次の時間多項式により，生成している．Fig. 3.14を見ると，なめらか

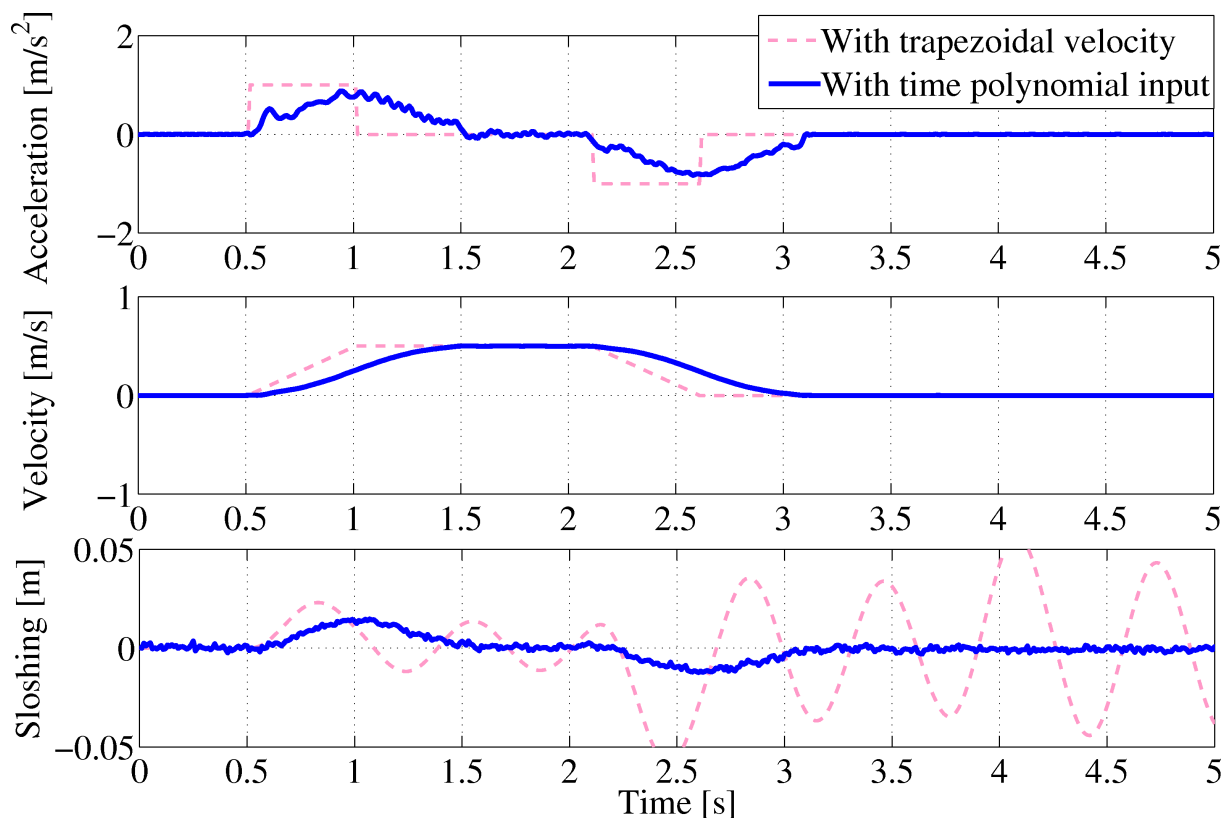


Fig. 3.14 Control input with reference governor

に加速していることがわかる．液面振動に関しても，加速終了時の液面振動が零になるように境界条件を与えているため，等速区間においても液面振動を全く励起させずに搬送されていることがわかる．この時導出された時間多項式は(3.11)式に示す．

$$u(t) = -5.64t^7 + 30.55t^5 - 31.98t^4 + 7.44t^2 - 0.39t + 0.22 \quad (3.11)$$

### 3.2.7 結果と考察

sinカーブ入力および躍度最小軌道によって加速度入力を成形する方法は，振動はある程度抑制されるが，搬送終了後も残留振動が生じたり，搬送時間が長く費やされる欠点がある．このような問題に対して，搬送対象物の固有周波数を考慮した様々な制振制御手法が提案されてきた．特にバン・バン制御手法は，機械の仕様に沿った最大加速・減速を切替える手法であることから，制振搬送の中では最も最短時間で搬送することができる制御手法である．しかしながら，環境によって対象物の固有周波数が異なったり，高次モード振動が発生してしまうと，振動は抑制されず，逆に励起されてしまうことからロバスト性に欠けるといった一面がある．

一方で，ハイブリッド整形法はその点，ノッチフィルタの阻止周波数帯域を広げることや複数のフィルタを設けることによって高次モードの液面振動に対しても対応することが可能ではあるが，フィルタ帯域のゲインが極端に下げられることから，高周波領域の入力成分は小さくなることが多く，そのため搬送時間が延長されてしまう欠点がある．従って，これまで述べた搬送制御手法は実用化のしやすさや外乱への対応などを考えると一長一短であり，状況において使い分けることが大切であるといえる．利点および欠点についてまとめた比較をTable 3.2に示す．

次章では固有周波数が時々刻々と変動する液面振動について常に振動を励起させない手法を提案する．本手法には，フィルタの切替えが容易に行えるハイブリッド整形法を用いており，切替え時の動作に関して安定性が保証できる周波数範囲などについて考察する．さらに，第5章では，高次モード振動を含む液面振動の抑制手法として，モデル予測手法を用いた搬送制御について述べる．

Table 3.2 Comparing of vibration suppression control

	インプットシェイピング法	バン・バン制御法	ハイブリッド整形法	リファレンスガバナ	時間多項式を用いたFF制御
① 搬送入力の設計しやすさ	○振動制御の原理が簡単	△加速区間の調節が必要	○フィルタのみを設計	△振動エネルギーの算出が必要	△振動系のモデルの構築が必要
② 計算時間	◎公式により瞬時に解ける	△最適化に時間を要す	○比較的早い	△2次計画問題を解く必要がある	◎モデルの逆問題が瞬時に解ける
③ 高次モード振動への対応性	○逆位相の入力成形が複雑になる	△計算が複雑	◎フィルタを複数設計する必要がある	○複数の区間で振動エネルギーを算出	△高次モード振動モデルの構築が必要
④ 時変振動への対応性	△装置制約を考慮したりリファレンスの整形が必要	△センサやモデルに高い精度が要求される	△フィルタを動かす際の安定解析が必要	○評価する振動エネルギーの帯域を設ける	○プラントモデルを切替える
⑤ 搬送時間	○	◎	△	○	△
⑥ ロバスト性	△	×	◎	△	△

## 第4章 取鍋傾動をともなう液面制振搬送システム

液面振動の固有周波数は、主に容器の形状や液位などの液体の形状によって決まることが示されており、容器を水平に搬送する際に、液面振動を抑制しながら搬送する手法について提案されてきた。しかしながら、取鍋を傾動させながら搬送する自律走行型自動注湯機へ適用する場合、様々な要因によって液体の形状が変化するため、搬送制御をそのまま適用することが困難である。例えば、取鍋の形状や大きさによって液体の体積や形状が異なる場合、注湯するにつれて取鍋内の液体体積が小さくなる場合、注湯時の取鍋傾動によって液体形状が変動する場合には、それぞれ液面振動の固有周波数が異なる。従って、ノッチフィルタなどを用いて液面振動を抑制するためには、液体の形状が異なる度に液体搬送実験を行って固有周波数を計測する必要があり、多大な時間と負担を要する<sup>[41]</sup>。そこで本研究では、固有周波数を計測するプロセスを解消するために、固有周波数を計測される情報を用いてリアルタイムで推定する手法について述べる。

具体的には、直径0.24[m]から1.00[m]の一般的に注湯に使用されるサイズの円筒形状取鍋を対象とし、容器を0[deg]から40[deg]まで傾動させることを考慮して、液体の重量と容器の傾動角度から直ちに取鍋内で起こる液面振動の固有周波数を推定できる解析式を導出する<sup>[83],[84]</sup>。また、推定される値に対して時変でノッチフィルタを切替えて、常に液面振動を励起させない搬送速度入力を生成し、安定性について証明する<sup>[85]</sup>。

本研究において、液面振動は水を用いた評価実験を行うために液面レベルセンサにより計測するが、実環境では溶湯を取り扱うため使用することができない。そこで、固有周波数の推定にはロードセルによって計測される液体重量値を推定式へ用いる。

### 4.1 液面振動固有周波数の解析

取鍋を傾動している間に搬送した際に起こる固有周波数の変動を解析するために、短時間フーリエ変換を用いる。これにより、傾動角度に応じて時系列で変動する様子を確認する。サンプリング時間は0.01[s]とし、各時刻 $t$ [s]における最大エネルギーを示す周波数を液面振動固有周波数と定義する。

時間周波数の解析手法として短時間フーリエ変換を用いる。短時間フーリエ変換によるエネルギー分布 $S_p$ を(4.1)式に示す。

$$S_p(f, t) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \omega(t - \tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \right| \quad (4.1)$$

ここで、 $h$ は液面レベルセンサによって計測された液面変位データであり、 $\omega$ は窓関数である。

本研究では文献を参考にして中央位置を強調するブラックマン窓を用いた．窓幅は256点とする．周波数分解能と時間分解能はトレードオフの関係にあり，窓幅256点では周波数分解能が粗くなる．そこで，周波数分解能を高めるために，時間軸に対してゼロ値のデータを加えて，データ数を8192点にしてフーリエ変換を行う．

取鍋に液位0.12[m]まで水を入れ，0.24[m]を1.8[s]で水平に搬送し，10[s]後に取鍋を40[deg]傾動させたとき，液面レベルセンサで計測された液面振動をFig. 4.1に示す．図中には鑄鉄溶湯に対する計算結果も示されている．搬送入力と傾動入力は台形速度カーブを用いる．

取得した液面振動データを時間周波数解析すると，Fig. 4.2(a)に示すように時間 $t$ [s]毎の液面振動固有周波数が示される．また，時間 $t$ [s]における取鍋の傾動角度 $\phi(t)$ [deg]を横軸にした図をFig. 4.2(b)に示す．これより，取鍋の傾動角度 $\phi(t)$ の変動に応じて，液面振動固有周波数

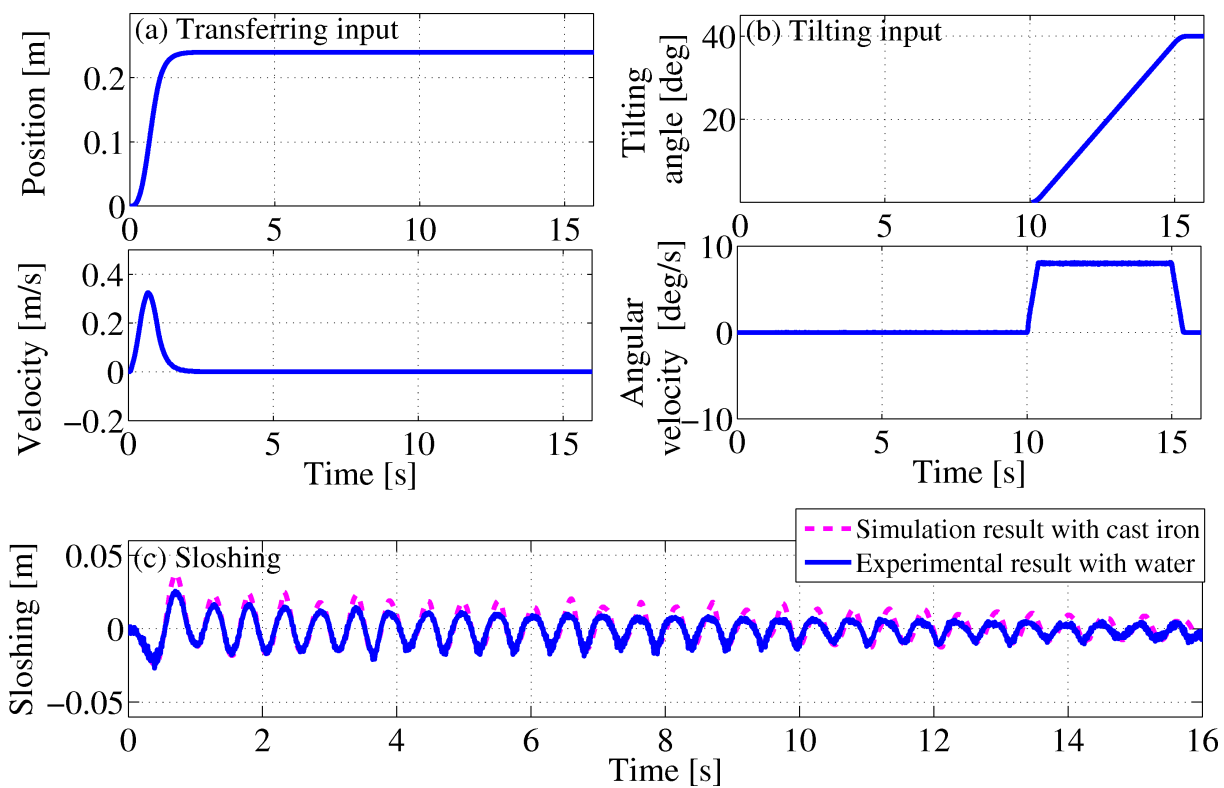


Fig. 4.1 Simulation and experimental results of sloshing

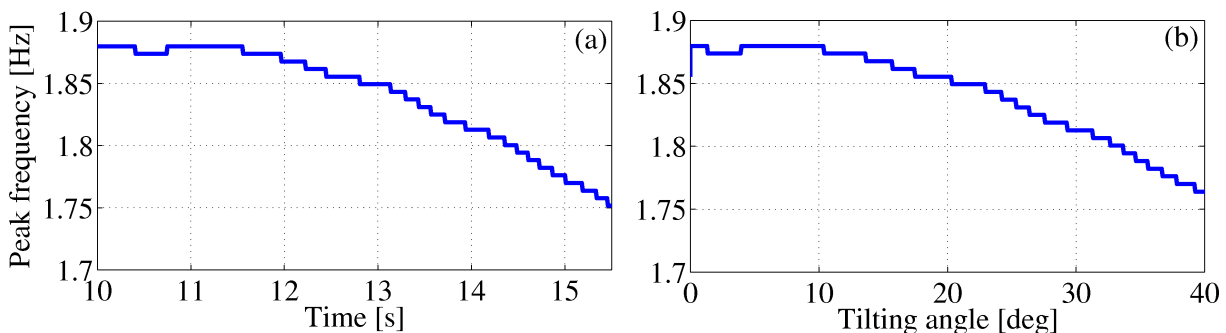


Fig. 4.2 Time frequency analysis

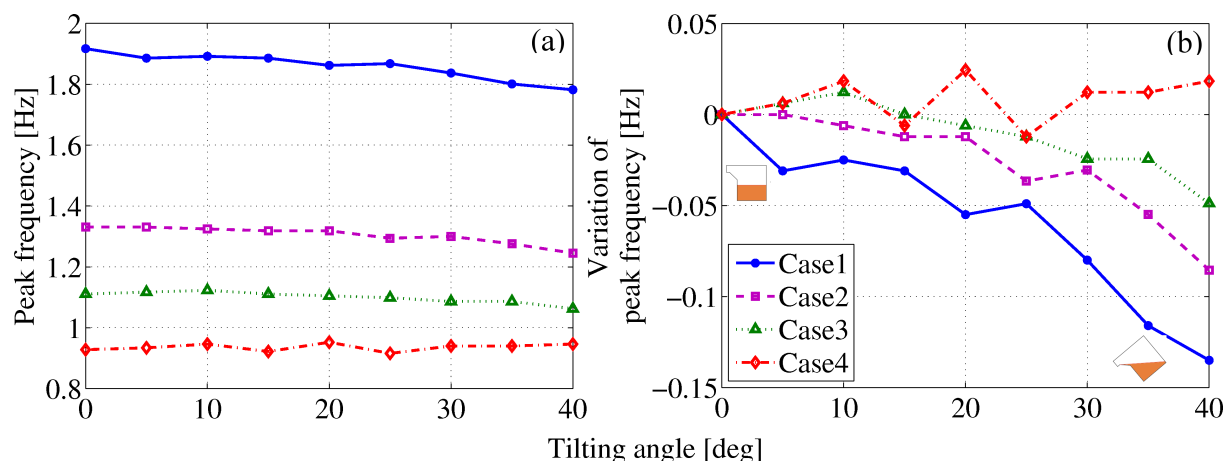


Fig. 4.3 Variation of peak frequencies by liquid volume

の値が小さくなる傾向を示すことが確認できる．この現象は容器が傾動すると液面の面積が広くなり，容器底部からの液面高さが低くなることから生じる．なお，液体形状は取鍋の傾動角度のみならず，取鍋のサイズによって値が異なる．

取鍋サイズによる固有周波数変動の関係を解析するために，次に示すように液体容量(初期液位  $h_0$ [m]) と取鍋直径  $d$ [m] を変化させて，上述に示した取鍋搬送および傾動動作によるシミュレーションを行った．解析には，密度  $\rho=1000$  [kg/m<sup>3</sup>]，温度  $k=293$ [K]，粘性  $\mu=0.001$  の水を用いており，Fig. 4.1 と同様の入力により，搬送と傾動を行う．また，動作中は液体が流出しないような円筒容器とする．

- Case1 (直径  $d$ :0.24 (m)，液位  $h$ :0.12 (m))
- Case2 (直径  $d$ :0.50 (m)，液位  $h$ :0.30 (m))
- Case3 (直径  $d$ :0.70 (m)，液位  $h$ :0.42 (m))
- Case4 (直径  $d$ :1.00 (m)，液位  $h$ :0.60 (m))

ここで，Case2~4 について液位が直径の 60[%] に対して Case1 が 50[%] とした理由は，Fig. 4.1 に示した実験用の取鍋が傾動角度 40[deg] 付近で注ぎ口から水が流れ出してしまい，シミュレーションと実験値の比較が正しく行えないため，Case1 のみ 40[deg] で水が流出しない 50[%] の液位を設定した．Fig. 4.3(a) はシミュレーションにより取得した液面振動データを用いて，傾動角度 5[deg] 毎に時間周波数解析した液面振動固有周波数の値を示す．また，Fig. 4.3(b) は Fig. 4.3(a) における切片の値 (0[deg] の液面振動固有周波数) を零としたときの傾動角度に応じた固有周波数の変動量を示す．これより固有周波数の傾動角度による変動幅(グラフの傾き)が取鍋サイズによって異なることがわかる．

取鍋の傾動角度およびサイズの変化における液面振動固有周波数の変動は，第 3 章でも述べたように理論式からも同様のことがいえる．

$$\begin{aligned}
 f_0 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{kg \tanh kh_0} \\
 k &= \frac{\epsilon n}{r}
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

ここで  $n$  は振動モード数,  $g[\text{m/s}^2]$  は重力加速度,  $k$  は波数,  $h_0[\text{m}]$  は液位,  $r[\text{m}]$  は取鍋半径,  $\epsilon$  は第1種ベッセル関数の一次導関数における最小正根 ( $\epsilon=1.841$ ) を示す. これより理論式に  $h$ ,  $r$  が含まれることより, 液面高さと取鍋半径が液面振動固有周波数に関係することがわかる. しかしながら, (4.2) 式は, 取鍋を傾動させると Fig. 2.6 に示すように  $h$ ,  $r$  は一意に定まらず, 固有周波数を算出することができない. また, Fig. 4.1 のように液面振動を液面レベルセンサにより計測する方法は, 対象が溶湯の場合には 1400[k] 以上の高温であるため使用不可能である. そこで, 常に計測可能である傾動用 AC サーボモータに取付けられているエンコーダとロードセルの値をリアルタイムで取得し, 取鍋の液体容量および傾動角度が変化したときの液面振動固有周波数を推定する.

## 4.2 液面振動固有周波数のリアルタイム推定

### 4.2.1 推定式に用いるパラメータの導出

異なる直径の取鍋を用いた場合や傾動させたときの液面振動固有周波数を推定するために, (4.2) 式において算出可能な液体の形状を表す変数, 液位  $h[\text{m}]$ ,  $r[\text{m}]$ ,  $\epsilon$  を用いる ( $\epsilon$  は円筒座標系における微分方程式の特殊解である). 一方で, (4.2) 式は傾動させたときの液面振動固有周波数を示すことができない. そこで, 取鍋を傾動させたときの液面振動固有周波数に合わせるように, 各変数を (4.2) 式から逆算し, 傾動による数値の差異 (ばらつき) から傾動後の液面振動固有周波数の変化量を推定する手法を提案する (Fig. 4.4). 液体形状変数のばらつきは次のように算出する.

1.  $r[\text{m}], \epsilon, \phi[\text{rad}]$  における  $f|\phi[\text{Hz}]$  を (4.2) 式に代入し,  $h$  について算出した値を  $\delta h$  とする (Fig. 4.4(a)).
2. 同様に,  $h[\text{m}], \epsilon, \phi[\text{rad}]$  における  $f|\phi[\text{Hz}]$  を (4.2) 式に代入し,  $r$  について算出した値を  $\delta r$  とする (Fig. 4.4(b)).
3. 同様に,  $h[\text{m}], r[\text{m}], \phi[\text{rad}]$  における  $f|\phi[\text{Hz}]$  を (4.2) 式に代入し,  $\epsilon$  について算出した値を  $\delta \epsilon$  とする (Fig. 4.4(c)).

同様の算出方法を用いて傾動角度 0[deg] から 40[deg] まで 5[deg] 毎に, 取鍋直径  $d[\text{m}]$  における  $\delta h, \delta r, \delta \epsilon$  を算出する. さらに, 異なる直径の取鍋を用いたときの固有周波数を推定するために, 本研究では, 上述に示した4条件のシミュレーションを行い, 同様に液体形状のばらつきを求めて推定に用いる. Table 4.1 は Case1 (直径  $d:0.24$  [m], 液位  $h:0.12$  [m]) における算出したパラメータ  $\delta h, \delta r, \delta \epsilon$  の値を示す. このようにして, 4つの条件において計 12個 ( $\delta h, \delta r, \delta \epsilon \times 4$  Cases) のパラメータが求まる.

### 4.2.2 推定式の導出と評価

4つの条件についてのシミュレーション結果は Fig. 4.3 に示しており, それぞれの取鍋直径において, 傾動角度と固有周波数の変動量について関係を明確にする推定式を導出する. 推定



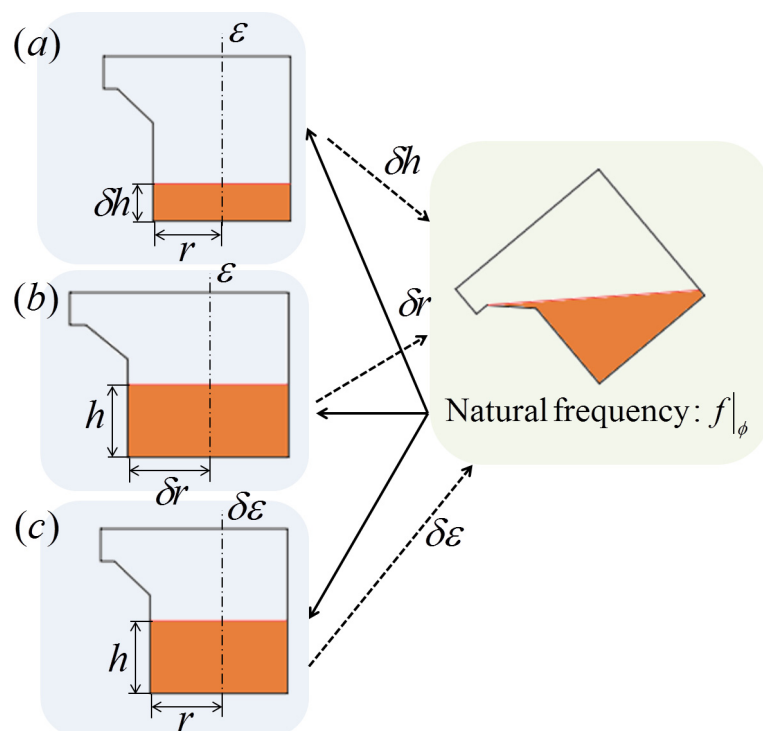


Fig. 4.4 Concept to estimate natural frequency during tilt ladle

Table 4.1 Parameter for tilting

$\phi$ [deg]	$\delta h$	$\delta r$	$\delta \epsilon$	Peak frequency[Hz]
0	0.1303	0.1186	1.8624	1.917
5	0.1096	0.1219	1.8119	1.886
10	0.1127	0.1213	1.8216	1.892
15	0.1096	0.1219	1.8119	1.886
20	0.0994	0.1246	1.7736	1.862
25	0.1016	0.1239	1.7831	1.868
30	0.0912	0.1274	1.7344	1.837
35	0.0821	0.1316	1.6793	1.801
40	0.0781	0.1338	1.6508	1.782

式の導出には、複数の説明変数から一つの目的変数を求めるための統計的な手法である重回帰分析を用いる。重回帰分析は、最小二乗法を複数の変数に応用した分析法であり、多数のデータから近似式を求める際に一般的に利用される。しかしながら Table 4.2 に示すように、互いに相関の高い複数の変数を用いると、回帰式の算出途中で次元が落ちてしまい、解が不安定になる多重共線性の問題が起こる。また、固有周波数の推定には条件毎にパラメータを必要とするため、情報量 ( $\delta h, \delta r, \delta \epsilon \times 4$  Cases) が膨大となる欠点がある。本研究では1つのパラメータを1次元とすると、12次元ものデータを扱うこととなる。このような問題を回避するために、互

Table 4.2 Correlation coefficient (Case 1)

	$\delta h$	$\delta r$	$\delta \epsilon$
$\delta h$	1.00	-0.97	0.98
$\delta r$	-0.97	1.00	-1.00
$\delta \epsilon$	0.98	-1.00	1.00

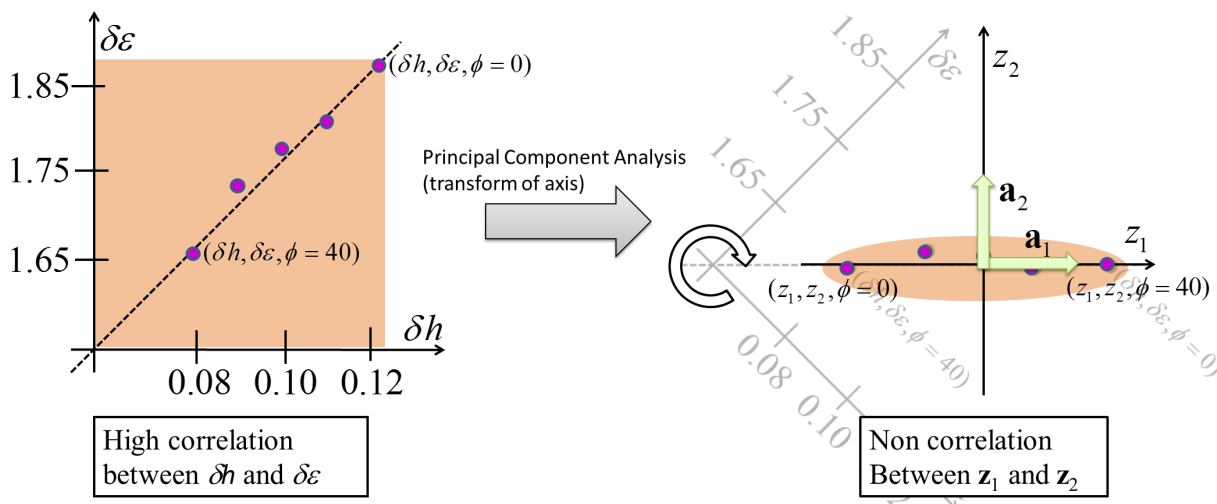


Fig. 4.5 Conceptual diagram of principal component analysis

いに相関の高い12個のパラメータを、互いに無相関である新たなパラメータへ変換する必要がある。そこで主成分分析を用いた軸変換を行う。

例えば、Table 4.1において $\delta h, \delta \epsilon$ の関係はFig. 4.5の左図となる。つまり、 $\delta h$ の値が増加すると $\delta \epsilon$ も同じく増加することから比例関係であり、相関係数は1に近い値を示す。一方で相関係数が正負( $\pm 1$ )を示すとき、片方のベクトルは従属ベクトルとなるため、相関係数行列は正則ではなくなる。従って、相関係数行列の逆行列が求まらず解が不安定となる。このような問題を多重共線性という。

多重共線性の問題を解決するために、主成分分析を行う<sup>[86]</sup>。主成分分析はFig. 4.5の右図に示すように、データのばらつき(分散)が最大となる方向に $a_1$ ベクトルを設け、 $a_1$ ベクトルと各座標点の距離(偏差)に関して分散が最大となる方向に $a_2$ ベクトルを設けるといったように、ベクトル変換することによって互いに無相関となるデータ列(Fig. 4.5に関する座標位置)を導出する。結果的に変換後のベクトルは相関係数行列の固有ベクトルとなり、データ列 $(z_1, z_2, \dots)$ を主成分と呼ぶ。Fig. 4.5の右図の場合、 $a_1$ ベクトルと各座標点の距離(偏差)は十分に小さいため、 $a_1$ ベクトル上の座標値( $z_1$ )のみで近似することができ、一方で $a_2$ ベクトルの必要性がなくなるため、相関係数行列の次元数を削減することができる。

主成分 ( $z_1, z_2, \dots$ ) は次の式によって導出される .

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{a}_i^T \mathbf{u}_i$$

$$\begin{bmatrix} z_{11} & \dots & z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{m1} & \dots & z_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & \dots & u_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{m1} & \dots & u_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

ここで ,  $m$  パラメータの総数であり ( $m=12$ ) ,  $n$  は傾動角度 ( $5[\text{deg}]$ ) 毎の要素数 ( $n=9$ ) である .  $\mathbf{u}_i$  はパラメータ ( $\delta h, \delta r, \delta \epsilon \times 4$  Cases) に関するデータ列を示し , 数値の大小を平衡にするために無次元化 (平均値:0, 分散値:1) にした値を用いる ((4.4) 式) .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_3 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta h_{c11} - \bar{\delta h}_{c1}}{S_{\delta h_{c11}}} , \dots , \frac{\delta h_{c1n} - \bar{\delta h}_{c1}}{S_{\delta h_{c1n}}} \\ \frac{\delta r_{c11} - \bar{\delta r}_{c1}}{S_{\delta r_{c11}}} , \dots , \frac{\delta r_{c1n} - \bar{\delta r}_{c1}}{S_{\delta r_{c1n}}} \\ \frac{\delta \epsilon_{c11} - \bar{\delta \epsilon}_{c1}}{S_{\delta \epsilon_{c11}}} , \dots , \frac{\delta \epsilon_{c1n} - \bar{\delta \epsilon}_{c1}}{S_{\delta \epsilon_{c1n}}} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

ただし ,  $\delta h_{c1i}, \delta r_{c1i}, \delta \epsilon_{c1i}$  ( $i=1 \sim n$ , 添え字 c:Case1 ~ Case4) は Table 4.1 に示す  $5[\text{deg}]$  毎のデータ列 ,  $\bar{\delta h}_{c1}, \bar{\delta r}_{c1}, \bar{\delta \epsilon}_{c1}$  は各データ列の平均値 ,  $S_{\delta h_{c1n}}, S_{\delta r_{c1n}}, S_{\delta \epsilon_{c1n}}$  は各データ列の標準偏差を示す . また , ベクトル  $\mathbf{a}_i$  は次式に示すように相関係数行列  $R$  の固有ベクトルである .

$$R\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a}$$

$$R = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T \quad (4.5)$$

導出された主成分  $z_i$  は Table 4.3 に示すように , 固有値  $\lambda$  が大きい順にパラメータのばらつきを含む . Fig. 4.6 は主成分  $z_i$  に関する散布図を示すが , ばらつきが徐々に小さくなることから同様のことがいえる .

さらに , 計 12 個のパラメータの全ばらつきの割合を 1.00 とし , 各主成分  $z_i$  が表す指標を寄与率が , 主成分  $z_1, z_2, z_3$  の 3 つの変数により 0.978 を示すことから , ほぼ 3 つの主成分で計 12 個のパラメータを近似できることが確認された . これは 12 次元の情報が 3 次元に集約されたことを意味する . 従って , 推定式には 3 つの主成分  $z_1, z_2, z_3$  のみを用いる . 導出した主成分を用いて重回帰分析し , Case1 ~ 4 において導出した回帰式を次に示す . また , シミュレーションから得られた液面振動データを時間周波数解析したときの液面振動固有周波数と回帰式から算出した推定値との比較を Fig. 4.7 に示す . 偏差は  $0.005[\text{Hz}]$  以下を示し , 導出した推定式が有効であることを確認することができた .

- (a)Case1  $f_{c1} = 0.015z_1 + 0.001z_2 + 0.011z_3 + 1.86$
- (b)Case2  $f_{c2} = 0.009z_1 + 0.003z_2 + 0.002z_3 + 1.30$
- (c)Case3  $f_{c3} = 0.006z_1 + 0.002z_2 + 0.008z_3 + 1.10$
- (d)Case4  $f_{c4} = 0.002z_1 + 0.007z_2 + 0.001z_3 + 0.94$

Table 4.3 Values of principal components

$\phi$ [deg]	$z_1$	$z_2$	$z_3$
0	-3.1753	-0.6969	1.0528
5	-2.5100	0.2605	-0.3194
10	-2.3815	1.9894	-0.5622
15	-1.9467	-1.5344	-0.2499
20	-0.0721	2.7626	0.2480
25	-0.1733	-2.7530	-0.2632
30	1.5662	0.0820	0.3461
35	3.0637	-0.1580	-0.6107
40	5.6289	0.0478	0.3584
Eigenvalue	8.6753	2.7639	0.2926
R-squared	0.7229	0.2303	0.0244

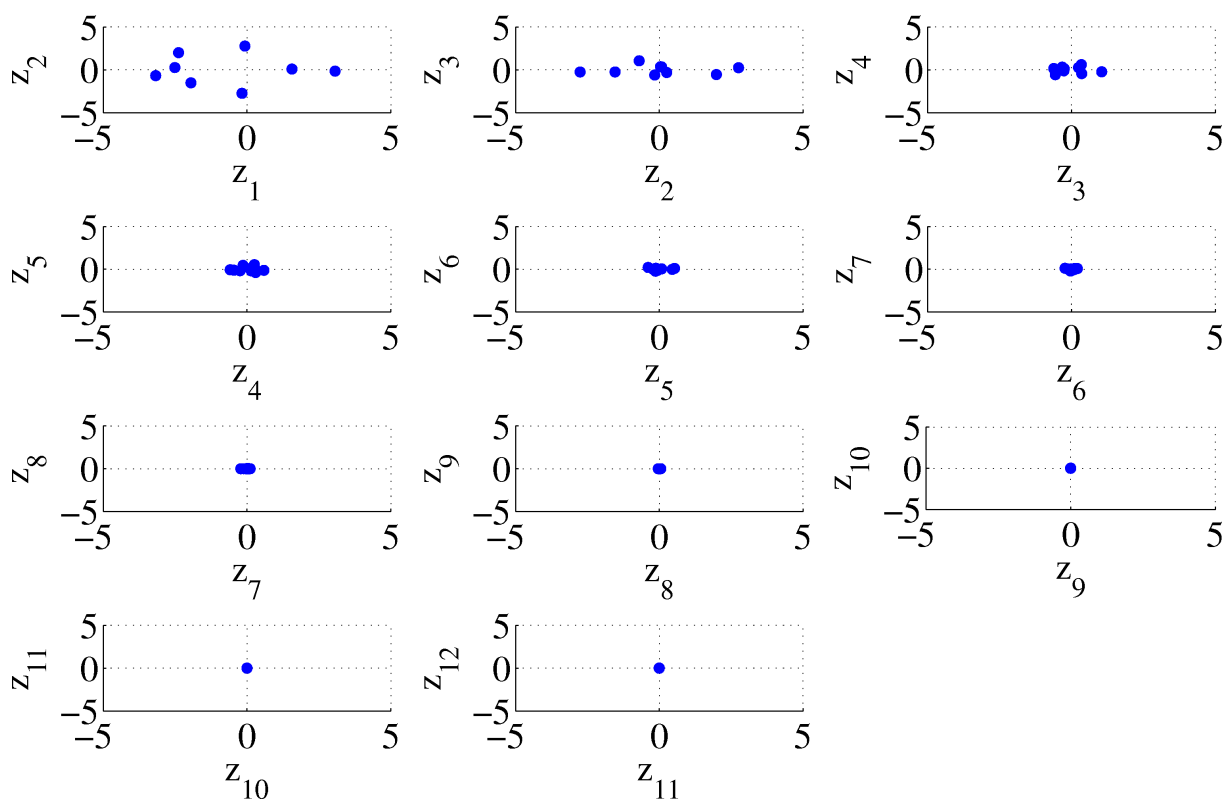


Fig. 4.6 Results of principal component analysis

導出された回帰式の各項に注目する。Fig. 4.8 には、固有周波数の推定式における各項の比較を示す。主成分の特徴から傾動角度の変化に対して、第2、第3主成分  $z_2, z_3$  の数値の変動は微少である。一方で、第1主成分  $z_1$  は大きな変動を示し、取鍋の直径  $d$ [m] が小さくなるにつれて、取鍋傾動による固有周波数の変動幅（グラフの傾き）が大きくなることがわかる。従って、主成分  $z_i$  にかかる重みである係数を次のように決定し、一つの推定式にまとめる。

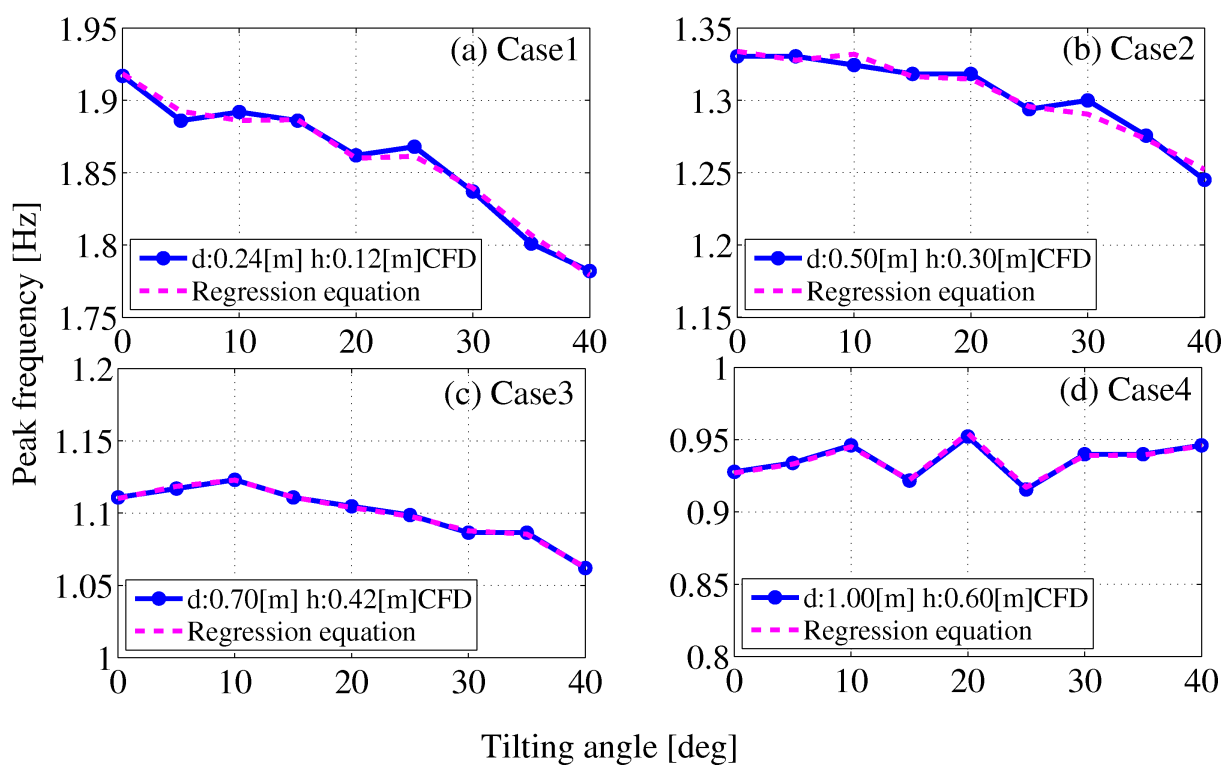


Fig. 4.7 Results of multiple regression analysis

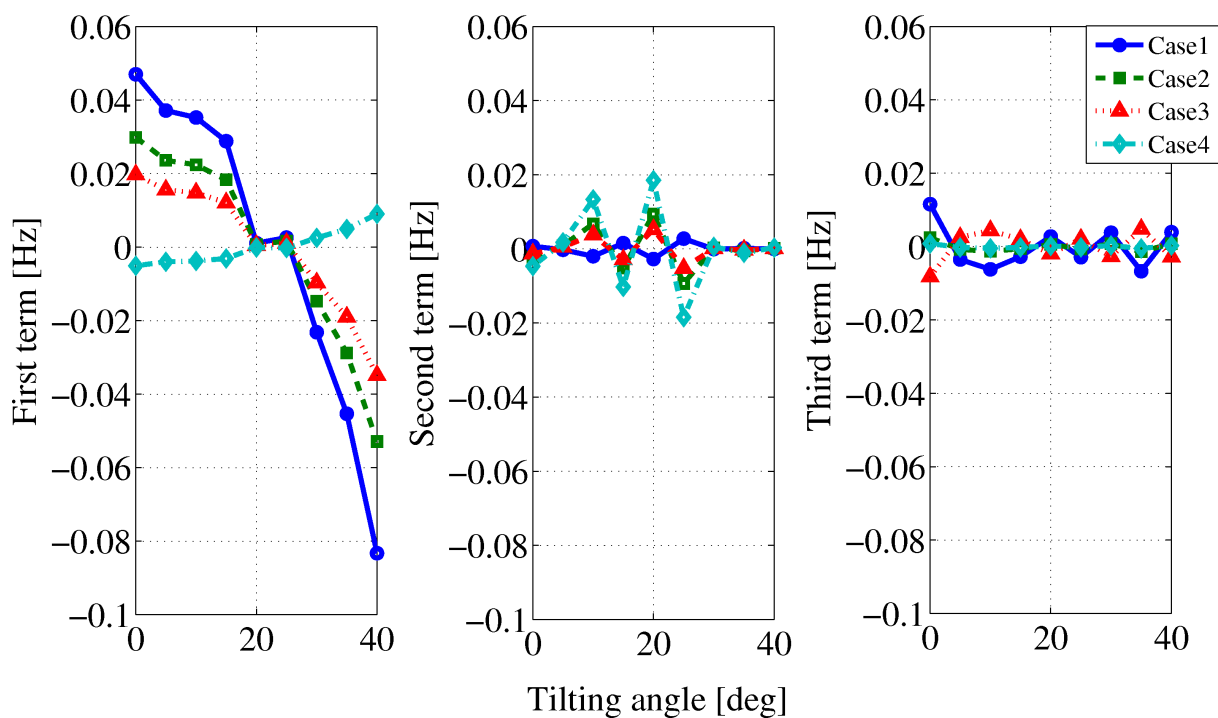


Fig. 4.8 Comparison for terms of regression equation

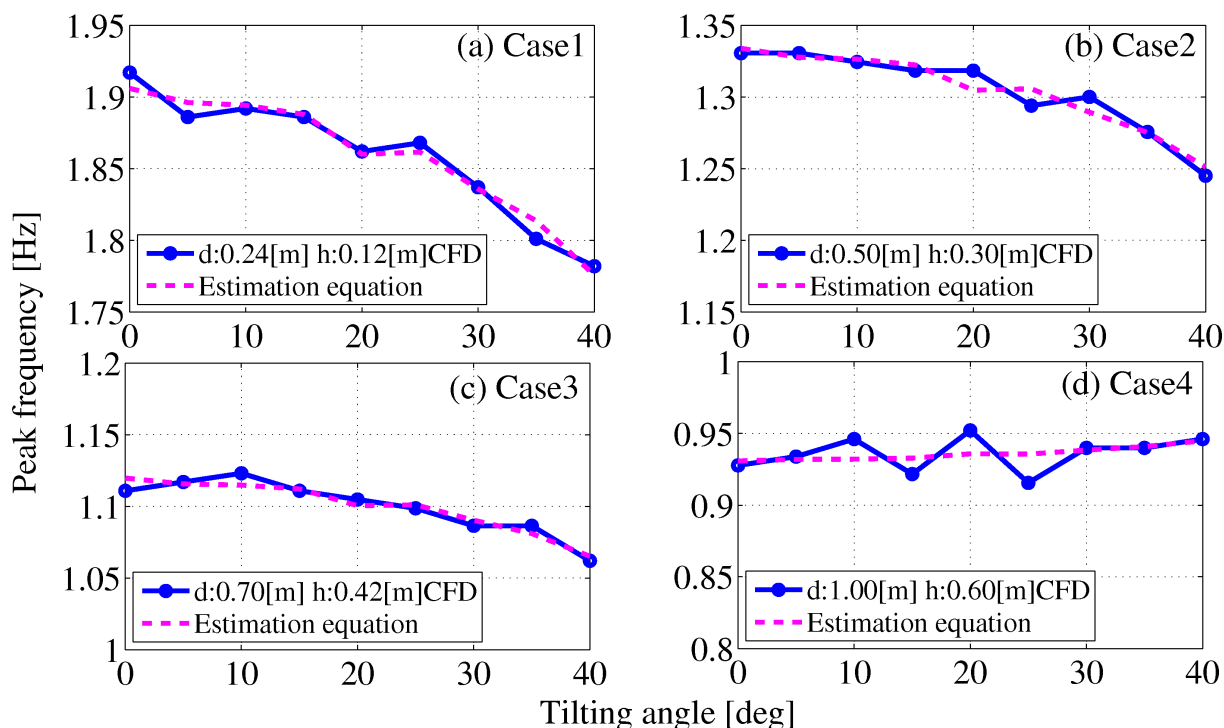


Fig. 4.9 Comparison for simulation values and estimated values

第1項の係数は取鍋の直径により最小二乗法を用いて近似する．第2項，第3項の係数は，固有周波数に与える影響が小さいため省略する．第4項は，直立状態の取鍋を水平に搬送したときの液面振動固有周波数であるため，(4.2)式に示す式から算出される固有周波数を変数として，最小二乗法により推定する．これより，導出した液面振動固有周波数の推定式を次に示す．

$$f = (-0.0213d + 0.0202)z_1 + 0.968f_0 + 0.0138 \quad (4.6)$$

ここで， $f_0$ は(4.2)式の直立状態の取鍋を水平に搬送したときの液面振動固有周波数である．また，Fig. 4.9は各CFDにおける固有周波数のシミュレーション値および推定式より導出される推定値を示す．推定値に対して固有周波数の残差は最大値で0.023[Hz]であり，取鍋直径 $d[m]$ で線形近似した推定式(4.6)式により，ほぼ正確に推定されることが確認できる．これにより，各取鍋直径における4つの推定式は(4.6)式に集約することができ，取鍋直径や初期液位，傾動角度に対する固有振動周波数の変動を推定することが可能となった．本研究において，容器直径に関しては0.24から1.00[m]の範囲，傾動角度と液位に関しては直立状態から容器底面が見えない範囲で適用することができる．ただし，傾動角度が大きくなり容器底面が見える状態においては，搬送方向で発生する液面振動に対して，液面が容器底面に衝突することによって液体の回転現象(スワリング)が生じる．本研究は搬送の慣性力によって生じる液面振動のみに着目した研究であり，底面の形状にともない生じる回転現象による液面の乱れについては，今後検討する必要がある．

### 4.3 時変ノッチフィルタを用いた制振搬送制御

液面振動を励起させずに取鍋を高速で搬送するため、ノッチフィルタを用いて固有周波数成分を抑制する搬送速度入力を生成する。フィルタの阻止周波数には、(4.6)式により逐次推定される液面振動固有周波数を用いる。(4.6)式における取鍋の傾動角度  $\phi$  [deg] と直立状態の液体の高さ  $h$  [m] はモータのエンコーダとロードセルによってオンラインで計測されており、Table 4.3における  $z_1$  行列から、計測される傾動角度に近い数値(分解能: 5[deg])が取得されることにより、常に時刻  $t$ [s]における固有周波数が求まる。また、高次モードの液面振動を抑制するためにローパスフィルタが用いられる。

従って、傾動をともなう取鍋搬送システムが Fig. 4.10 に示される。ここで、搬送システムは位置フィードバックを構成しており、モータモデル  $P_x$  の直前にノッチフィルタを設置する ( $\omega_n = 2\pi f, \zeta = 0.001$ )。ノッチフィルタの減衰係数 ( $\zeta = 0.001$ ) は推定式の最大残差 0.023[Hz] をカバーし、0.05[Hz] 程度の帯域を持たせるようにパラメータ値を決定した。本搬送システムは、目標搬送リファレンス  $r_x$  を入力すると現在位置  $y_x$  との偏差が指令値として与えられ、ローパスフィルタ(比例ゲイン  $K_l$  を含む)を通じて、高次モードの液面振動やノイズが除去される。その後、現在角度  $y_t$  とロードセル情報を基に(4.6)式が計算され、ノッチフィルタの阻止周波数がリアルタイムで自動的に決まる。ノッチフィルタ通過後の指令値は搬送入力電圧  $u_x$  として搬送用モータへと印可される。次節には、ローパスフィルタのパラメータであるゲイン  $K_l$  と、時定数  $T_l$  の決定方法について述べる。

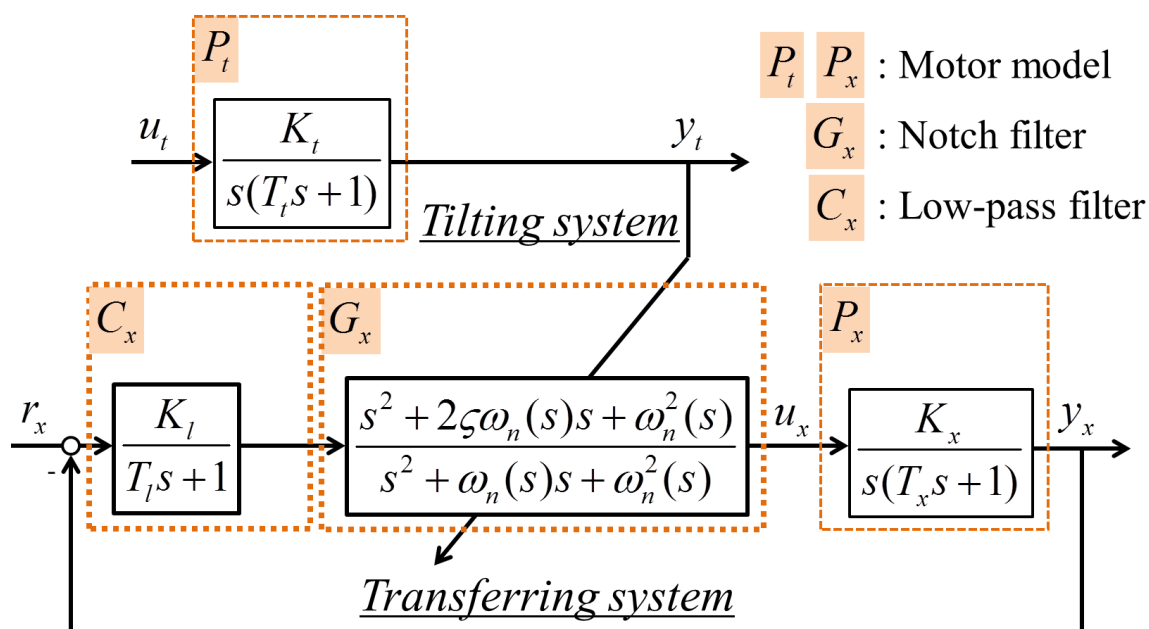


Fig. 4.10 Control system of ladle transfer with tilting

### 4.3.1 ハイブリッド整形法によるパラメータの導出

Fig. 4.10 に示す液面制振搬送システムは，リアルタイムで推定される液面振動固有周波数に対して，常にノッチフィルタを切替えることで液面振動を励起させない制御入力を生成する．さらに，より短時間で目標位置へ取鍋を搬送するために次式に示すローパスフィルタにおけるゲイン  $K_l$  と，時定数  $T_l$  の最適化を行う．

$$C_x = \frac{K_l}{T_l s + 1} \quad (4.7)$$

設計手法にはハイブリッド整形法を用いる．本手法は，非線形最適化問題を扱う滑降シンプレックス法 (Nelder and Mead simplex method)<sup>[87],[88]</sup>により，時間特性と周波数特性の制約を一挙に満たす最適なコントローラを整形する手法である．

次式に最適化で用いる評価関数を示す．

$$\min_{K_l} J = (r_x - y_x)^2 + J_p \quad (4.8)$$

ここで， $J_p$  は設計仕様を満たさない場合のペナルティ関数とし，(4.9) 式で表現する．また，設計仕様を次に示す．

$$J_p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 \quad (4.9)$$

1. 高次モード振動の抑制を目的に， $\omega_l = 314[\text{rad/s}]$  以上のコントローラゲインが  $0[\text{dB}]$  以下とする．従って，(4.10) 式を満たさない場合に，ペナルティ  $p_1 = 10^8$  が与えられる．

$$|K_l(\omega_l, t)| < 0[\text{dB}] \quad (4.10)$$

2. モータへの入力電圧制約は， $\pm 10[\text{V}]$  以内とする．従って，(4.11) 式を満たさない場合に，ペナルティ  $p_2 = 10^8$  が与えられる．

$$\max |u_x| < 10[\text{V}] \quad (4.11)$$

3. 液体容器搬送の速度  $v_x[\text{m/s}]$ ，加速度  $a_x[\text{m/s}^2]$  の制約は，それぞれ傾動式自動注湯装置の仕様である  $0.8[\text{m/s}]$ ， $2.0[\text{m/s}^2]$  とする．従って，(4.12) 式，(4.13) 式を満たさない場合に，ペナルティ  $p_3 = 10^8$ ， $p_4 = 10^8$  が与えられる．

$$\max |v_x| < 0.8[\text{m/s}] \quad (4.12)$$

$$\max |a_x| < 2.0[\text{m/s}^2] \quad (4.13)$$

4. 容器搬送におけるオーバーシュート  $O_s$  の制約は， $10^{-3}[\text{m}]$  とする．従って，(4.14) 式を満たさない場合に，ペナルティ  $p_5 = 10^8$  が与えられる．

$$\max(O_s) < 10^{-3} \quad (4.14)$$



Table 4.4 Parameters of  $C_x$ 

Gain $K_l$	Time Constant $T_l$	Setting Time $T_s$ [s]
16.64	0.045	1.35

滑降シンプレックス法は、鏡像、収縮、拡張の操作により最悪点を順次、更新する手法である。ここで、鏡像係数  $\alpha = 1.0$ 、収縮係数  $\beta = 0.5$ 、拡張係数  $\gamma = 2.0$  と設定する。また、本最適化手法は局所探索に有効な手法であるが、初期シンプレックス  $K_{li}$ 、 $T_{li}$  に対して、大域的最適解が得られないことより、評価関数  $J_p$  が最小となるまで、初期シンプレックスを更新する必要がある。結果として、 $K_{li} = (80, 40, 20, 10)$ 、 $T_{li} = (0.01, 0.1, 1, 10)$  において、最適解が得られた。Table 4.4 に得られたパラメータ  $K_{li}$ 、 $T_{li}$ 、および 0.24[m] 搬送時の整定時間  $T_s$  を示す。ここで、整定時間  $T_s$  を (4.15) 式に定義する。

$$T_s = \min \{t \mid |r_x - y_x(t + \sigma)| < e \ \sigma \geq 0\} \quad (4.15)$$

$r_x$  および  $y_x$  はそれぞれ液体搬送システムにおけるリファレンス、搬送位置を示す。 $e$  は許容誤差を示し、 $e=0.001$ [m] とする。Fig. 4.11 はハイブリッド整形法を用いて構築した、ローパスフィルタとノッチフィルタを組合わせたフィルタのゲインおよび、搬送加速度、搬送速度、搬送位置を示す。

従ってハイブリッド整形法を用いることで、液面振動固有周波数よりも低周波帯域のゲインを高く設計することで、入力電圧および搬送速度を的確に高く持ち上げており、また設計仕様においてノイズ除去と高次モード振動抑制を目的とした 314[rad/s] 以上の高周波帯域のゲインが低く抑えられる最適なフィルタを構築することができた。

### 4.3.2 制振搬送システムの安定性

Fig. 4.10 に示す制振搬送システムの状態方程式を (4.16) 式に示す。本システムは液面振動の固有角周波数  $\omega_n(t)$  による線形パラメータ可変 (LPV: linear parameter varying) システムである。なぜなら、システム変動を表すパラメータ  $\omega_n(t)$  は (4.6) 式を用いて導出されるが、(4.6) 式で用いる主成分  $z_1$  は時間に対して線形ではないため、線形時変 (LTV: linear time varying) システムではなく、時間に対して非線形性をもつパラメータ  $\omega_n(t)$  に依存するため LPV システムといえる。

本システムではノッチフィルタが推定値をもとに切替わる際の安定動作を保証しなければならない。つまり、時変で切替わる状態変数  $A_c(\omega_n(t))$  について安定性を証明する必要がある。

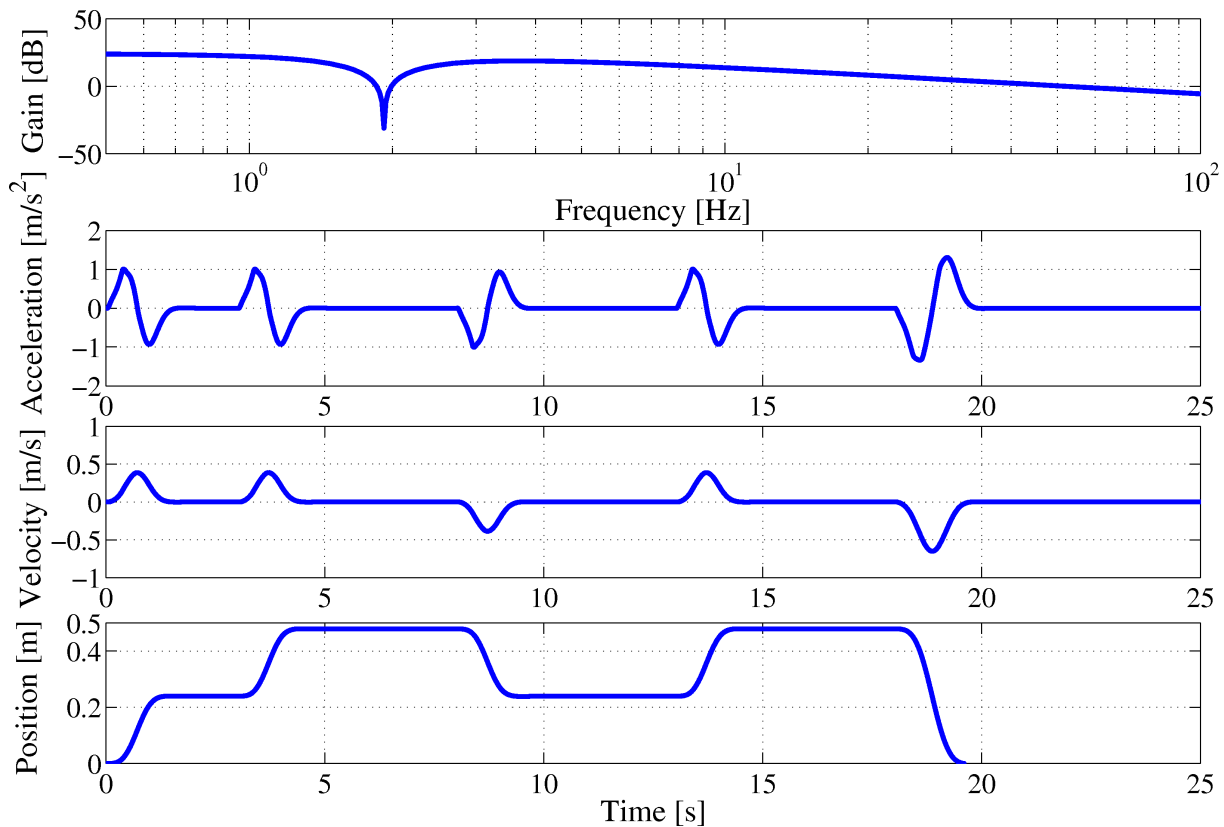


Fig. 4.11 Control gain and transfer input

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_c &= A_c(\omega_n(t))x_c + B_c r_x \\
 y_x &= C_c x_c \\
 x_c &= \begin{bmatrix} x_{c1} & x_{c2} & x_{c3} & x_{c4} & x_{c5} \end{bmatrix}^T, \\
 A_c(\omega_n(t)) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{mx}} & \frac{K_l}{T_{mx}} & 0 & \frac{(2\zeta-1)\omega_n(t)}{T_{mx}} \\ -\frac{K_{mx}}{T_l} & 0 & -\frac{1}{T_l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & K_l & -\omega_n^2(t) & -\omega_n(t) \end{bmatrix}, \\
 B_c &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T_l} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \\
 C_c &= \begin{bmatrix} K_{mx} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

ここで、 $\omega_n$  [rad/s] はノッチフィルタの阻止周波数であり、 $\omega_n(t) = 2\pi f(t)$  である。また、 $\zeta$  はノッチフィルタの減衰係数であり、 $\zeta = 0.001$  とする。

時変なパラメータ  $\omega_n(t)$  に対して、有限個のパラメータについて安定性を証明するために、ポリトープ形式へ変換する<sup>[89]</sup>。ポリトープ形式とは、一般的に(4.17)式で表されるように、任意の時変パラメータ  $\theta_i$  が有限個であるとするこゝで、時間関数であった状態変数(無限個)を時変パラメータに依存した状態変数(有限個)へと置換えた表現形式をいう。このとき、 $\theta_i$  は集合  $\Theta$

に属する .

$$\Theta = \{\theta_i : i = 1, 2, \dots, N\} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A(\theta(t)) & B(\theta(t)) \\ C(\theta(t)) & D(\theta(t)) \end{bmatrix} &= \sum_{i=1}^N \alpha_i(\theta) \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i &= 1, \alpha_i \geq 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

本研究では特に状態変数  $A_c(\omega_n(t))$  に関して , 次を示すポリトープ形式を表現する .

$$\Theta = \{\omega_{ni} : i = 1, 2, \dots, N\} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} A(\omega_n(t)) &= \sum_{i=1}^N \alpha_i(\theta) A_i \\ \alpha_i(\omega_{nk}) &= \begin{cases} 1 & (i = k) \\ 0 & (i \neq k) \end{cases} \quad (i, k = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (4.20)$$

有限個の固有角周波数  $(\omega_{n1}, \dots, \omega_{nk}, \dots, \omega_{nN})$  に対応した状態変数  $(A_1, \dots, A_k, \dots, A_N)$  はあらかじめ (4.16) 式から導出でき , (4.20) 式に示すように , リアルタイムで推定された固有角周波数  $\omega_{nk}$  に基づく変数  $\alpha_i(i = k)$  のみを 1 とし , 残りの変数  $\alpha_i(i \neq k)$  はすべて 0 とする . ここで , 固有角周波数  $\omega_{nk}$  のサンプリング周波数は 0.01[Hz] とし , 0.01[Hz] 間の推定値を取った場合は小数点以下第三位で四捨五入して指定された制御コントローラを採用する .

LPV システムの安定性の解析は次を示す LTV システムに対する結果が基本となるため , まず LTV システムの安定性の定理について述べる .

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{cases} \quad (4.21)$$

定理 : LTV システムの安定性

(4.21) 式に示す LTV システムにおいて  $u(t) = 0$  の場合を考える . このとき , リャプノフ安定定理より次式の条件式を満足する必要がある<sup>[90]</sup> .

$$\begin{cases} V(x) = x(t)^T P(t)x(t) > 0 \\ \frac{d}{dt}V(x) = \dot{x}^T(t)P(t)x(t) + x^T(t)\dot{P}(t)x(t) + x^T(t)P(t)\dot{x}(t) < 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

ここで  $\forall x(t) \neq 0$  のとき , (4.23) 式の不等式へと変換される .

$$\begin{cases} P(t) > 0 \\ \frac{d}{dt}V(x) = (A(t)x(t))^T P(t)x(t) + x^T(t)\dot{P}(t)x(t) + x^T(t)P(t)(A(t)x(t)) < 0 \\ = A(t)^T P(t) + P(t)A(t) + \dot{P}(t) < 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

このとき , 有界で連続微分可能な時間関数  $P(t)$  が存在して , (4.23) 式が成り立てば , LTV システムは大域的漸近安定である . 一方で ,  $P(t)$  が時間の関数であるため ,  $\dot{P}(t)$  を考慮しなければならない点が線形時不変 (LTI: linear time invariant) システムとの違いである . これらを考慮し , LPV システムの安定性定理を示す .

定理：LPV システムの安定性

LPV システムの一般式を次に示す．

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta(t))x(t) + B(\theta(t))u(t) \\ y(t) = C(\theta(t))x(t) + D(\theta(t))u(t) \end{cases} \quad (4.24)$$

LTV システムと同様に  $u(t) = 0$  のとき，リャプノフ安定定理より条件式は次のように示される．

$$\begin{cases} P(\theta) > 0 \\ \sum_{i=1}^N \dot{\theta}_i \frac{\partial P(\theta)}{\partial \theta_i} + A^T(\theta)P(\theta) + P(\theta)A(\theta) < 0, \forall \theta \in \Theta, \dot{\theta} \in \nu \end{cases} \quad (4.25)$$

但し LPV システムの場合， $\theta$  の変化速度  $\dot{\theta}$  も関係するので， $\dot{\theta}$  の含まれる集合を  $\nu$  と定義する．ここで， $\dot{P}(\theta) = \dot{\theta}(\partial P/\partial \theta)$  であることから (4.23) 式と等価である．また，(4.25) 式を満たす定数行列  $P$  が存在する場合，微分項は消去することができ次の条件式にまとめることができる．このときのシステムは 2 次安定である．

$$\begin{cases} P > 0 \\ A^T(\theta)P + PA(\theta) < 0, \forall \theta \in \Theta \end{cases} \quad (4.26)$$

(4.20) 式に戻り，LPV システムの安定条件をまとめると次のように表される．

$$\begin{cases} P > 0 \\ (\sum_{i=1}^N \alpha_i(\theta)A_i)^T P + P(\sum_{i=1}^N \alpha_i(\theta)A_i) < 0, \forall \theta \in \Theta \end{cases} \quad (4.27)$$

(4.25) 式において，線形行列不等式 (LMI: linear matrix inequality)<sup>[91],[92]</sup>により 2 つの条件式を行列表現に変換すると，Schur complement 理論より次式で表現することができる<sup>[93]</sup>．Schur complement 理論については付録 B を参照されたい．

$$\begin{aligned} & \alpha_1 \begin{bmatrix} -P & 0 \\ 0 & A_1^T P + P A_1 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} -P & 0 \\ 0 & A_2^T P + P A_2 \end{bmatrix} + \cdots + \alpha_N \begin{bmatrix} -P & 0 \\ 0 & A_N^T P + P A_N \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} -P & 0 \\ 0 & A^T(\omega_n)P + P A(\omega_n) \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

ここで，(4.28) 式において， $\alpha \equiv (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)^T$  を変数ベクトルと定義すると，LMI の一般形は次のように与えられる (LMI の定義は付録 C を参照されたい)．

$$\begin{aligned} F(\alpha) & \equiv F_0 + \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \cdots + \alpha_N F_N > 0 \\ F_i & = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & -A_i^T P - P A_i \end{bmatrix}, (i = 1, \dots, N) \end{aligned} \quad (4.29)$$

従って，不等式  $F(\alpha) > 0$  は行列  $F(\alpha)$  が正定，すなわち最小固有値が正となるような，定数行列  $P$  が存在すれば，本制振搬送システムは 2 次安定性を満足する．

Table 4.5 Stable region for natural frequency

	Sample 1	Sample 2	Sample 3	Sample 4
$\omega_{n1}$ [rad/s]	$2\pi \times (1.10)$	$2\pi \times (1.00)$	$2\pi \times (0.89)$	$2\pi \times (0.78)$
$\omega_{nN}$ [rad/s]	$2\pi \times (2.09)$	$2\pi \times (1.80)$	$2\pi \times (1.51)$	$2\pi \times (1.23)$
N [-]	99(1.60 $\pm$ 0.5[Hz])	80(1.40 $\pm$ 0.4[Hz])	62(1.20 $\pm$ 0.31[Hz])	45(1.00 $\pm$ 0.23[Hz])

MathWorks 社の MATLAB LMI Control Toolbox を用いて (4.30) 式を満足し、正定定数行列  $P$  の存在が確認できるような固有角周波数 ( $\omega_{n1}, \dots, \omega_{nk}, \dots, \omega_{nN}$ ) の範囲を導出した。Table 4.5 は、ノッチフィルタ阻止周波数に関して安全に切替え可能な周波数範囲を示す。例えば、Sample 1 について 1.10[Hz] から 2.09[Hz] を範囲とする  $N=99$  までは正定定数行列  $P$  が存在し 2 次安定性が満足されるが、2.09[Hz] を過ぎると正定定数行列  $P$  が見つからず、2 次安定性が満足されない。つまり、1.10[Hz] の阻止周波数から瞬間的に 2.10[Hz] へ切替わると動作が不安定になる可能性があることを示している。従って、Table 4.5 を考察すると、ノッチフィルタの阻止周波数が高い帯域にある場合、切替時の搬送制御は安定する傾向にあり、一方で、阻止周波数が低い帯域にある場合、切替時の動作が不安定になりやすいことがわかる。

Fig. 4.12 は安定性に関する検証シミュレーション結果を示す。本シミュレーションにおいて、搬送開始から 10[s] 後にノッチフィルタの阻止周波数をステップ状に切替えて、状態の振舞いを確認する。ここで、点線は 1.7[Hz] から 2.0[Hz] へ切替えた (2 次安定性を満たす) 場合、実線は 0.9[Hz] から 2.0[Hz] へ切替えた (2 次安定性を満たさない) 場合の結果を示す。

シミュレーション結果より、フィルタ周波数が切替わる時刻 10[s] における搬送加速度に関して、点線はほぼ 0 に収束しているのに対し、実線は急激に上昇している様子が見られる。従って、リャプノフ 2 次安定性を満たさない場合、完全には不安定にはならないものの、状態が急激に変動する可能性を示唆していることがわかる。しかしながら、液面振動固有周波数は液体の容量や傾動角度によってほぼ連続的に推移するものであり、瞬間的に推定値が 0.2[Hz] 以上変動することは考えにくいから、実用上は不安定動作へ陥りにくいものと思われる。

### 4.3.3 傾動をともなう制振搬送実験

容器直径は 0.24[m]、初期液位は 0.16[m] とし、容器傾動をともなう搬送実験を行う。また、比較のために、提案する液面制振システムを導入しないコントローラを用いる。Fig. 4.13 は水搬送実験の結果を示す。ここで、Fig. 4.13(a) は取鍋搬送位置、(b) は取鍋傾動角度、(c) は液面変位、(d) は液面振動固有周波数の推定値を示す。これより、液面制振システムを導入しない場合、傾動後に残留振動が残り、液面振動が大きく生じている。一方で固有周波数のリアルタイム推定と時変ノッチフィルタを用いる提案手法は、常に液面振動を励起させずに取鍋を高速で搬送することができた。(d) に示す固有周波数の推定値に関しては、傾動角度が大きくなるにつれて値は小さくなり、傾動角度が元に戻ると、推定値も高い値を示している。さらに本実験では少量の水を取鍋から注いでおり、取鍋内の液体容量が少し小さくなるが、推定値についても最終値は初期値よりも小さいことから、ロードセル情報が推定式へ反映されていることがわかる。

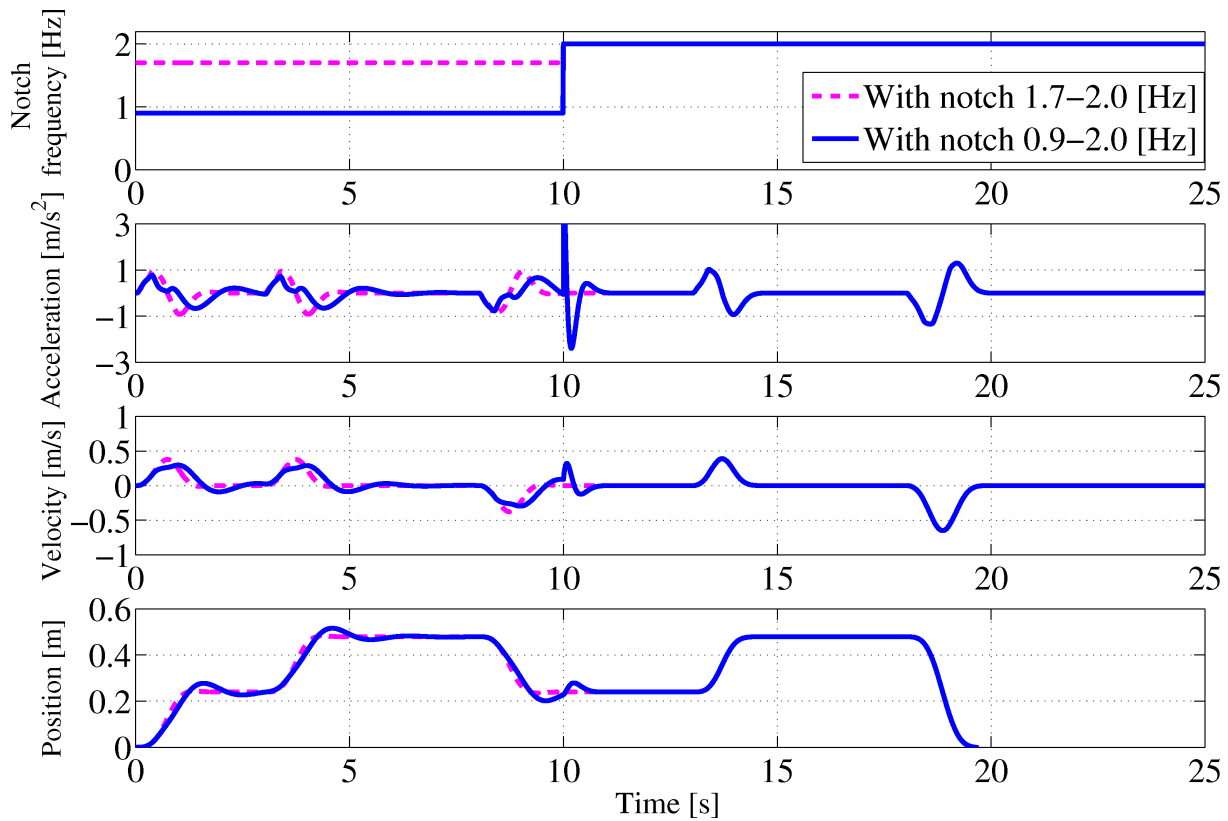


Fig. 4.12 Verification simulation for notch frequency

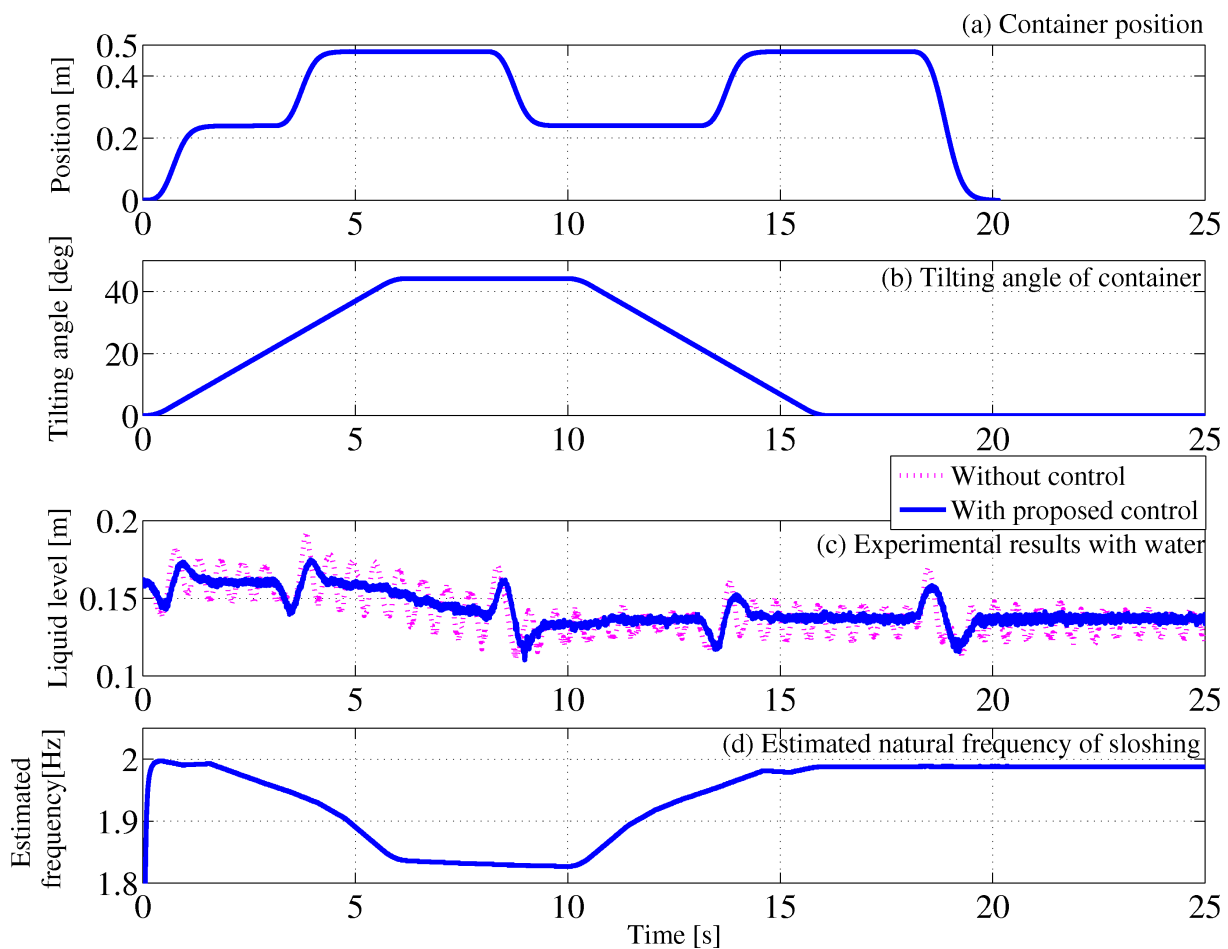


Fig. 4.13 Results of transfer while tilting ladle

## 第5章 液面境界要素モデルの構築とモデル予測制御手法による制振搬送

液面振動のモデル化に関して、これまで Fig. 5.1(b) に示すような 1 次モードの液面変位を推定するモデルは数多く提案されている。このモデルは容器壁面における液面変位のみを推定可能であり、具体的に 2 点の動きで表現される。一方で、Fig. 5.1(a) に示す実現象の液面振動は 1 次モード振動が支配的ではあるが、容器搬送の加減速が大きい場合には液面が曲面状になるように、高次モード振動が励起する様子が見られる。従来、高次モード振動を抑制するために、ハイブリッド整形法のようにフィルタを幾つか設計して抑制する手法が一般的に用いられている。しかしながら各種フィルタは、指定する周波数帯域の電圧を極端に低下させてしまうため、結果的に搬送速度の応答が遅れ、加減速度が小さくなる欠点を持つ。

そこで、本研究では Fig. 5.1(c) に示すような、液面における変位を複数位置で推定する境界要素モデルを構築する<sup>[94]-[96]</sup>。本提案モデルは、流体の連続式、運動学的境界条件式、圧力式から厳密に導出されており、高次モード振動を含む液面振動を高精度に推定することができる。

さらに、液面振動を制振しながら、より高速で容器を搬送させるために、モデル予測制御手法を用いる。本手法は導出された境界要素モデルを基に、液面に設置される全境界点で励起する液面変位を予測し、予測値を零に近づけるように搬送制御入力を導出する手法である。従って、予測される液面変位が制御入力の大きさへと直結しており、最適な搬送速度を得ることが

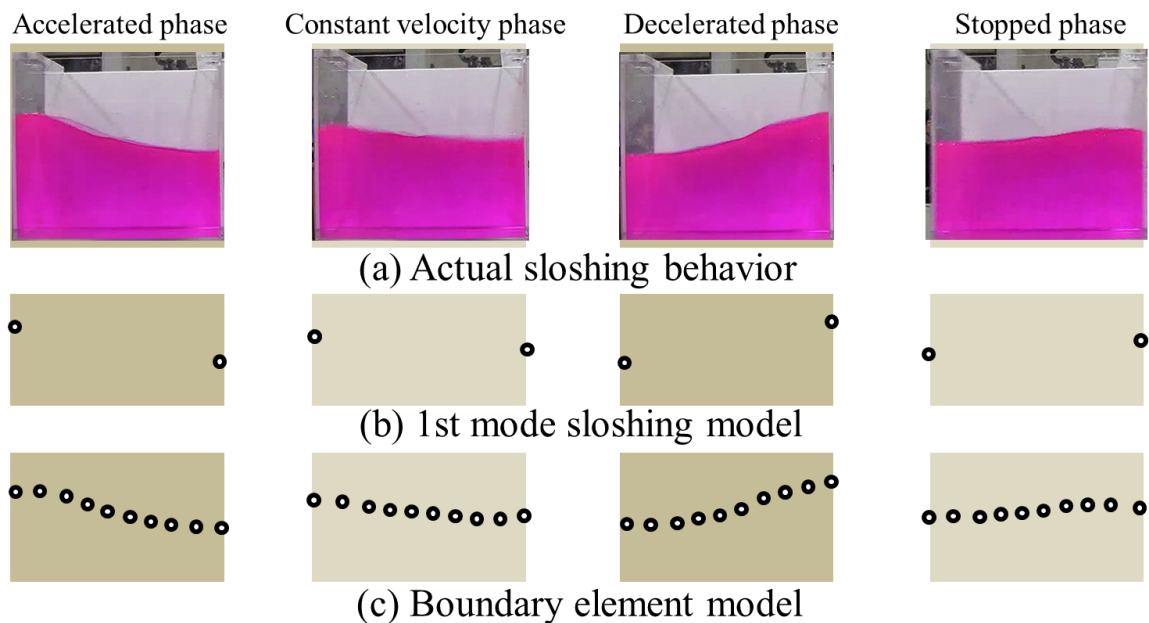


Fig. 5.1 Conceptual diagram of sloshing model

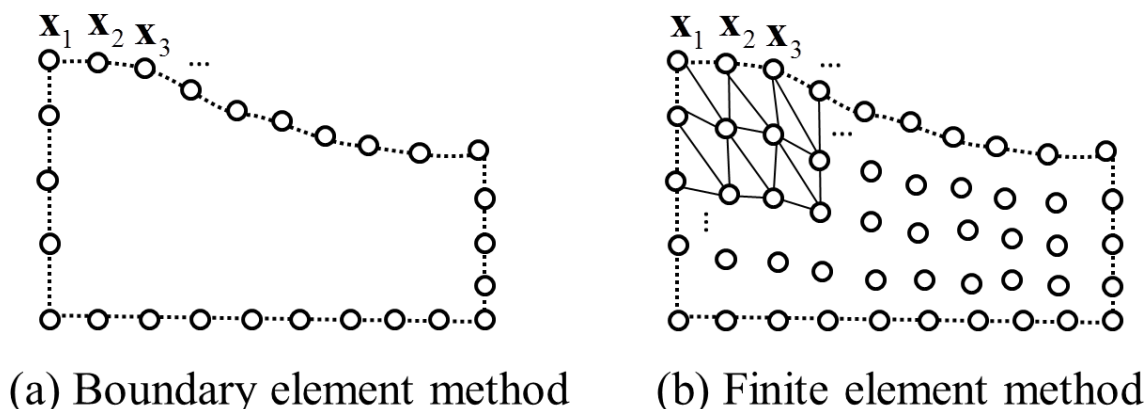


Fig. 5.2 Boundary element method and Finite element method

できる．本研究では，容器搬送入力と傾動入力を同時に制御することで，常に液面変位をほぼ零に維持しながら搬送する応用研究についても述べる<sup>[97],[98]</sup>．

## 5.1 液面境界要素モデル

Fig. 5.2 に境界要素法と有限要素法の概略図を示す．境界要素法は計算対象領域の境界を線要素で分割する方法であり，有限要素法は三角形要素に分割する方法である．境界要素法の利点は，開領域の問題の取扱いが容易であることや，境界線上を考慮すればよいので次元数が小さくて済む点であり，ポテンシャル流れや波の解析に多く用いられている<sup>[99]-[101]</sup>．一方で欠点是非線形問題を解くことが難しいことであり，有限要素法はこの問題について容易に解くことができる．本研究では，開領域を扱うため境界要素法を用いる．

### 5.1.1 基礎方程式の導出

速度ポテンシャル  $\phi(x, z, t)$  は (5.1) 式で定義される．

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (5.1)$$

ここで  $v_x, v_z$  は Fig. 5.2 に関してそれぞれ相対速度の  $x$  成分， $z$  成分である．また，非圧縮性流体の連続式は (5.2) 式で定義されることから，(5.2) 式に (5.1) 式を代入することで，ラプラス方程式 ((5.3) 式) を得る．

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (5.3)$$



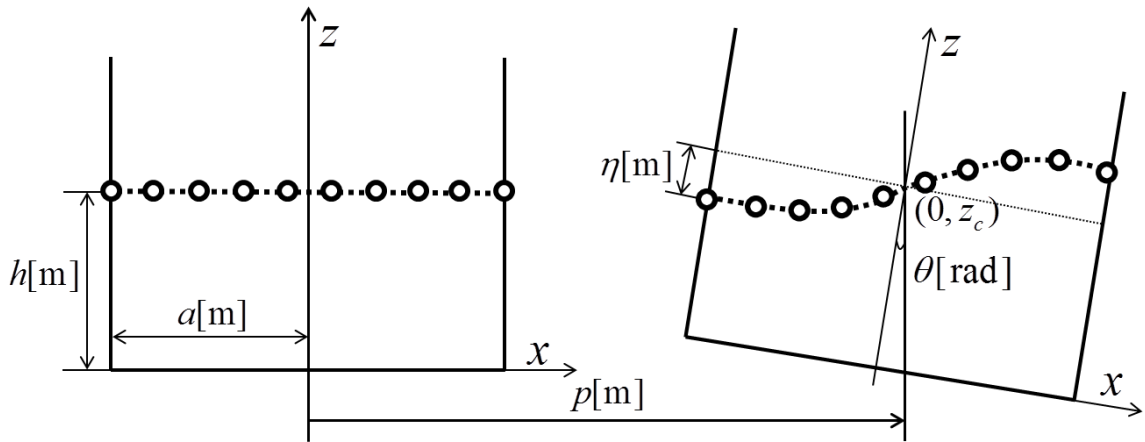


Fig. 5.3 Analytical model of tank

また，文献[19]より境界条件式，圧力式を参照する．ただし， $\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$ は液体密度， $g[\text{m}/\text{s}^2]$ は重力加速度を示す．

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = v_x \quad , \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = v_z \quad (5.4)$$

$$\int_a^{-a} P \Big|_{z=h+\eta} \delta \eta dx = 0 \quad (5.5)$$

$$\int_a^{-a} \left\{ -\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=h+\eta} - v_z - \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} - v_x \right) \Big|_{z=h+\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} \delta \phi \Big|_{z=h+\eta} dx = 0 \quad (5.6)$$

$$P = -\rho \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} - v_x \frac{\partial \phi}{\partial x} - v_z \frac{\partial \phi}{\partial z} + g - x \sin \theta + (z - z_c) \cos \theta + z_c + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + \dot{G}(t) \right] \quad (5.7)$$

- (5.4) 式：側壁および底面における速度の条件式
- (5.5) 式：液面における力学的境界条件式
- (5.6) 式：液面における運動学的境界条件式
- (5.7) 式：液面における圧力式

まず，先に述べた境界条件式，圧力式に関して線形化を行う．

(5.7) 式に関して，偏微分の2乗項と  $\dot{G}(t)$  は微小な値であるとして削除する．ここで， $\dot{G}$  は液面の平均圧力を零とする条件によって定められる補正項である．従って，(5.7) 式は次のように示される．

$$P = -\rho \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} + g(-x \sin \theta + (z - z_c) \cos \theta + z_c) \right\} \quad (5.8)$$

(5.6) 式に関して，同様に偏微分の2乗項は削除し，(5.5) 式，(5.6) 式に関する積分項については， $\eta, \phi$  が2回連続微分可能であり原点を通る関数であり，「 $\delta \eta, \delta \phi$  は区間  $-a \leq x \leq a$  において恒等的に0である」条件を満たすため，変分学の基本補題より次のように示される．

$$P \Big|_{z=h+\eta} = 0 \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=h+\eta} - v_z = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (5.10)$$

速度ポテンシャル  $\phi(x, z, t)$  [m<sup>2</sup>/s] の取扱い

本解析モデルでは速度ポテンシャルが「2種類の速度ポテンシャルから成る」.

- $\Phi(x, z, t)$  : 容器に対する液体の相対運動を表す速度ポテンシャル
- $\Phi_C(x, z, t)$  : 容器の移動によって液体へ加えられた速度ポテンシャル
- $\Phi_T(x, z, t)$  : 系が保有するすべての速度ポテンシャル
- $\Psi(x, z)$  : 境界条件を満たすための補正項

このように速度ポテンシャルを定義すると次式が成立つ. ただし,  $v_x, v_z$  は静止座標系に対する容器の移動速度を移動座標系で表したものである.

それぞれの速度ポテンシャルは次のように導出される.

$$\Phi_T(x, z, t) = \Phi(x, z, t) + \Phi_C(x, z, t) \quad (5.11)$$

$$\Phi_C(x, z, t) = xv_x + (z - h)v_z + \dot{\theta} \left\{ (z - h)x + \Psi(x, z) \right\} \quad (5.12)$$

ここで,  $v_x, v_z$  は次のように導出される.

$$v_x = \dot{p} \cos \theta + \dot{\theta}(z - z_c) \quad , \quad v_z = \dot{p} \sin \theta - \dot{\theta}x \quad (5.13)$$

$\theta$  は微小であるとし,  $\cos \theta \approx 1, \sin \theta \approx \theta$  とすると,

$$v_x = \dot{p} + \dot{\theta}(z - z_c) \quad , \quad v_z = \dot{p}\theta - \dot{\theta}x \quad (5.14)$$

さらに  $\theta$  を含む2項の値が相殺することから,  $v_x \approx \dot{p}, v_z \approx 0$  となる.

導出した速度ポテンシャルを基礎方程式へ代入する.

- (5.3) 式において  $\phi$  に  $\Phi_T$  を代入すると,  $\Phi_C(x, z, t)$  は  $x, z$  に関して1次式であるから  $x, z$  でそれぞれ2回偏微分すると消えて  $\Phi$  だけが残る.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (5.15)$$

- (5.4) 式において  $\phi$  に  $\Phi_T$  を代入すると,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (5.16)$$

であるから,  $\Phi_C(x, z, t)$  だけが残る,

$$\frac{\partial \Phi_C}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = v_x + (z - h) \frac{\partial v_z}{\partial x} + \dot{\theta} \left\{ (z - h) + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right\} \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial \Phi_C}{\partial z} \Big|_{z=0} = x \frac{\partial v_x}{\partial z} + v_z + \dot{\theta} \left( x + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) \quad (5.18)$$

ここで,  $\frac{\partial v_z}{\partial x} = -\dot{\theta}$ ,  $\frac{\partial v_x}{\partial z} = \dot{\theta}$  を代入すると,

$$\frac{\partial \Phi_C}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = v_x + \dot{\theta} \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \Phi_C}{\partial z} \Big|_{z=0} = 2x\dot{\theta} + v_z + \dot{\theta} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (5.19)$$

さらに, (5.20) 式となるように  $\Psi$  を定めると (5.21) 式が得られる.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} \Big|_{z=0} = -2x \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial \Phi_C}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = v_x, \quad \frac{\partial \Phi_C}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (5.21)$$

ただし, 本研究では容器に対する液体の相対運動を論じているので, (5.16) 式を用いる.

- (5.9) 式において (5.8) 式を代入 ( $\cos \theta = 1, \sin \theta = \theta$ ) して整理すると,

$$\left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} + g(-x\theta + z) \right\} \Big|_{z=h+\eta} = 0 \quad (5.22)$$

また,  $\phi$  に  $\Phi_T$  を代入すると,

$$\left[ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left[ x \left\{ \dot{p} + \dot{\theta}(z - z_c) \right\} + (z - h)(\dot{p}\theta - \dot{\theta}x) + \dot{\theta} \left\{ (z - h)x + \Psi(x, z) \right\} + g(-x\theta + z) \right] \right] \Big|_{z=h+\eta} = 0 \quad (5.23)$$

さらに, 括弧の中を偏微分すると,

$$\left[ \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=h+\eta} + x \left\{ \ddot{p} + \ddot{\theta}(z - z_c) \right\} + (z - h)(\ddot{p}\theta - \ddot{\theta}x) + \ddot{\theta} \left\{ (z - h)x + \Psi(x, z) \right\} + g(-x\theta + z) \right] \Big|_{z=h+\eta} = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=h+\eta} + x(\ddot{p} - g\theta) + x \left\{ (h + \eta - z_c)\ddot{\theta} \right\} + \eta(\ddot{p}\theta + g) + \ddot{\theta}\Psi(x, z) + gh = 0 \quad (5.24)$$

ここで, 第3項の  $\eta\ddot{\theta}$ , 第4項の  $\ddot{p}\theta$ , 第5項の  $\ddot{\theta}\Psi(x, z)$  は非常に小さい値であるとして省略すると次式のように変換される.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=h+\eta} + x(\ddot{p} - g\theta) + x(h - z_c)\ddot{\theta} + g(\eta + h) = 0 \quad (5.25)$$

- (5.10) 式において  $\phi$  に  $\Phi_T$  を代入すると,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ xv_x + (z - h)v_z + \dot{\theta} \left\{ (z - h)x + \Psi(x, z) \right\} \right] \Big|_{z=h+\eta} - v_z = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (5.26)$$

さらに  $z = h + \eta$  を代入すると  $\Psi$  の変数が  $x$  だけとなるので次式となる.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=h+\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - 2x\dot{\theta} \quad (5.27)$$

結論：基礎方程式

これまでの式変換と微小項の削除，線形化によって得られた方程式をまとめると，次のように示される．

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=h+\eta} + x(\ddot{p} - g\theta) + x(h - z_c)\ddot{\theta} + g(\eta + h) = 0 \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=h+\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - 2x\dot{\theta} \quad (5.27)$$

### 5.1.2 境界積分方程式の導出

ラプラス方程式 ((5.15) 式) に関して，2次元境界値問題を考える．支配微分方程式：

$$-\nabla^2 \Phi \equiv -\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Phi = 0 \quad \text{within } \Omega \quad (5.28)$$

境界条件:

$$\Phi = \hat{\Phi} \quad \text{on } \Gamma_f \quad (5.29)$$

$$q \equiv \frac{\partial \Phi}{\partial n} \equiv \frac{\partial \Phi}{\partial x} n_x + \frac{\partial \Phi}{\partial z} n_z = \hat{q} \quad \text{on } \Gamma_w \quad (5.30)$$

ここで Fig. 5.4 に示すように， $\Omega$  は閉曲線  $\Gamma$  で囲まれた閉領域とし，境界  $\Gamma$  は境界条件に対応して2つの部分境界  $\Gamma_f$  と  $\Gamma_w$  に分割されているものとする．また， $\hat{\Phi}, \hat{q}$  はそれぞれの境界で与えられた関数である． $\mathbf{n} = (n_x, n_z)$  は  $\Omega$  上の外向き単位法線ベクトルとし， $\mathbf{x} = (x, z)$  は  $\Omega$  内の任意の点とする．このとき一般的に (5.29) 式をディリクレ境界条件，(5.30) 式をノイマン境界条件と呼ばれており，本研究では2つの境界に対して別々の境界条件を有する混合境界条件を用いる<sup>[102]</sup>．

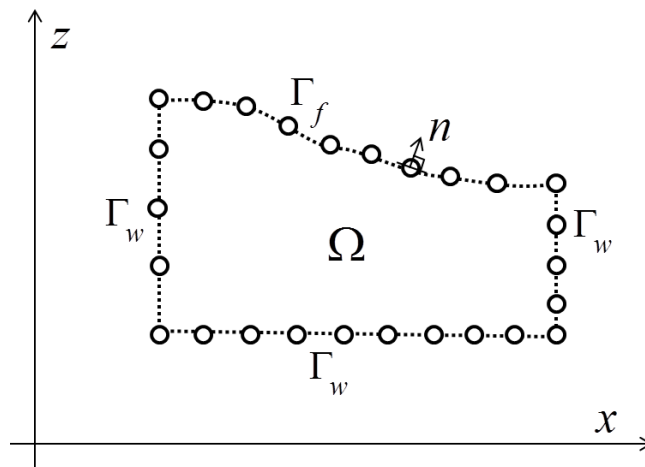


Fig. 5.4 Two-dimensional closed region

## 重みつき残差表現

2次元境界値問題 (5.28) 式, (5.29) 式, (5.30) 式の近似解を  $\tilde{\Phi}(\mathbf{x}), \tilde{q}(\mathbf{x})$  とすると, 厳密解に対する残差  $\epsilon(\mathbf{x})$  は次のように定義される.

$$\begin{cases} \epsilon(\mathbf{x}) \equiv \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{\Phi} & \text{within } \Omega \\ \epsilon_{\Phi}(\mathbf{x}) \equiv \tilde{\Phi} - \hat{\Phi} & \text{on } \Gamma_f \\ \epsilon_q(\mathbf{x}) \equiv \tilde{q} - \hat{q} & \text{on } \Gamma_w \end{cases} \quad (5.31)$$

ここで,  $\epsilon(\mathbf{x}) = \epsilon_{\Phi}(\mathbf{x}) = \epsilon_q(\mathbf{x}) = 0$  となるように  $\tilde{\Phi}, \tilde{q}$  が決定されたならば,  $\tilde{\Phi}, \tilde{q}$  は2次元境界値問題の厳密解となる.

この条件を緩和して, 領域  $\Omega, \Gamma_f, \Gamma_w$  の有限個の点 (選点) のみで  $\epsilon = 0$  となるように近似解を導出する方法を選点法という. この場合, 選点以外の点では  $\epsilon = 0$  が保証されない. 次に, 全ての境界における残差  $\epsilon(\mathbf{x}), \epsilon_{\Phi}(\mathbf{x}), \epsilon_q(\mathbf{x})$  の総和を0にすることを考え, 次の評価関数 (重みつき残差表現) を与える.

$$\int_{\Omega} \nabla^2 \tilde{\Phi} w_{\epsilon}(\mathbf{x}) d\Omega + \int_{\Gamma_f} (\tilde{\Phi} - \hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n}(\mathbf{x}) d\Gamma - \int_{\Gamma_w} (\tilde{q} - \hat{q}) w_{\epsilon}(\mathbf{x}) d\Gamma = 0 \quad (5.32)$$

ここで,  $w_{\epsilon}$  は重み関数である. また, グリーンの第一恒等式<sup>[102]</sup> ( $\nabla \cdot (w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi}) = \nabla w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi} + w_{\epsilon} \nabla^2 \tilde{\Phi}$ ) を用いると, (5.32) 式は次のように変換される.

$$\int_{\Omega} \{ \nabla \cdot (w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi}) - \nabla w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi} \} d\Omega + \int_{\Gamma_f} (\tilde{\Phi} - \hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_w} (\tilde{q} - \hat{q}) w_{\epsilon} d\Gamma = 0 \quad (5.33)$$

さらに, 下記に示すグリーン公式<sup>[103], [104]</sup> より, (5.33) 式は (5.34) 式へと変換される.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \nabla \cdot (w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi}) d\Omega - \int_{\Omega} \nabla w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi} d\Omega + \int_{\Gamma_f} (\tilde{\Phi} - \hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_w} (\tilde{q} - \hat{q}) w_{\epsilon} d\Gamma = 0 \\ & \int_{\Gamma_f + \Gamma_w} \left\{ w_{\epsilon} \left( \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial z} n_z \right) \right\} d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi} d\Omega + \int_{\Gamma_f} (\tilde{\Phi} - \hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_w} (\tilde{q} - \hat{q}) w_{\epsilon} d\Gamma = 0 \\ & \int_{\Gamma_f + \Gamma_w} w_{\epsilon} \tilde{q} d\Gamma - \int_{\Gamma_w} \hat{q} w_{\epsilon} d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi} d\Omega + \int_{\Gamma_f} (\tilde{\Phi} - \hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_w} \hat{q} w_{\epsilon} d\Gamma = 0 \\ & \int_{\Omega} \nabla w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi} d\Omega = \int_{\Gamma_f} \left\{ w_{\epsilon} \tilde{q} + (\tilde{\Phi} - \hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} \right\} d\Gamma + \int_{\Gamma_w} \hat{q} w_{\epsilon} d\Gamma \end{aligned} \quad (5.34)$$

ここで, 近似解  $\tilde{\Phi}$  が境界条件 (5.29) 式を満足し, 重み関数  $w_{\epsilon}$  を  $\Gamma_f$  上で,  $w_{\epsilon} = 0$  となるように選ぶものとするれば, (5.34) 式は次のような弱形式と呼ばれる簡単な表現となる.

$$\int_{\Omega} \nabla w_{\epsilon} \nabla \tilde{\Phi} d\Omega = \int_{\Gamma_w} \hat{q} w_{\epsilon} d\Gamma \quad (5.35)$$

(5.34) 式の左辺にもう一度グリーンの第一恒等式およびグリーン公式を適用すると,  $\tilde{\Phi}, w_{\epsilon}$  に関する項がそれぞれ逆の形式で表現される逆形式が導かれ, 逆形式を用いることで境界積分方程式が誘導される.

$$\int_{\Omega} \left\{ -\tilde{\Phi} \nabla^2 w_{\epsilon} + \nabla \cdot (\tilde{\Phi} \nabla w_{\epsilon}) \right\} d\Omega = \int_{\Gamma_f} \left\{ w_{\epsilon} \tilde{q} + (\tilde{\Phi} - \hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} \right\} d\Gamma + \int_{\Gamma_w} \hat{q} w_{\epsilon} d\Gamma$$

$$\begin{aligned}
-\int_{\Omega} \tilde{\Phi} \nabla^2 w_{\epsilon} d\Omega + \int_{\Gamma_f + \Gamma_w} \tilde{\Phi} \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} d\Gamma &= \int_{\Gamma_f} \left\{ w_{\epsilon} \tilde{q} + (\tilde{\Phi} - \hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} \right\} d\Gamma + \int_{\Gamma_w} \hat{q} w_{\epsilon} d\Gamma \\
\int_{\Omega} \tilde{\Phi} \nabla^2 w_{\epsilon} d\Omega - \int_{\Gamma_w} \tilde{\Phi} \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} d\Gamma &= - \int_{\Gamma_f} \left\{ w_{\epsilon} \tilde{q} + (-\hat{\Phi}) \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} \right\} d\Gamma - \int_{\Gamma_w} \hat{q} w_{\epsilon} d\Gamma \\
\int_{\Omega} \tilde{\Phi} \nabla^2 w_{\epsilon} d\Omega &= \int_{\Gamma_f} \left\{ \hat{\Phi} \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} - \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial n} w_{\epsilon} \right\} d\Gamma + \int_{\Gamma_w} \left( \tilde{\Phi} \frac{\partial w_{\epsilon}}{\partial n} - \hat{q} w_{\epsilon} \right) d\Gamma \quad (5.36)
\end{aligned}$$

### グリーン公式

領域  $S$  は  $x$  座標の区間  $[a, b]$  にあり，境界  $C$  は Fig. 5.5 のように2つの曲線によって表されるものとする．このとき，累次積分の公式により，支配方程式に現れる関数  $u(x, y)$  の領域  $S$  に対する積分値は次のように示される．

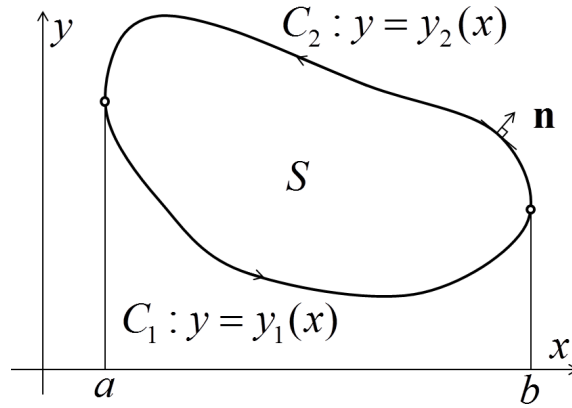


Fig. 5.5 Proof of Green formula

$$\int_S \frac{\partial u}{\partial x_i} dA = \int_C u n_i ds \quad (5.37)$$

ここで， $dA$  は2次元領域の面積要素， $ds$  は境界の線要素を示す．また， $x_i = y$  のとき本公式は次のように証明される．

$$\begin{aligned}
\int_S \frac{\partial u}{\partial y} dA &= \int_a^b \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \frac{\partial u}{\partial y} dy dx \\
&= \int_a^b \{u[x, y_2(x)] - u[x, y_1(x)]\} dx \\
&= \int_a^b u dx - \int_a^b u dx \\
&= - \left( \int_b^a u dx + \int_a^b u dx \right) \\
&= - \int_C u dx = \int_C u n_y ds \quad (5.38)
\end{aligned}$$

$i = x$  とした場合も同様に証明できる．

## 境界積分方程式

(5.36) 式の左辺第 1 項の被積分項に関して、重み関数  $W_\epsilon$  に対してラプラス方程式の基本解  $w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi)$  を次のように定める。

$$-\nabla^2 w_\epsilon^* = \delta(\mathbf{x} - \xi) \quad (5.39)$$

ただし、 $\delta(\mathbf{x} - \xi)$  は 2 次元のディラックのデルタ関数を表す。次にデルタ関数の性質を示す。

- $\delta(\mathbf{x} - \xi) = \begin{cases} 0 & (\mathbf{x} \neq \xi) \\ \infty & (\mathbf{x} = \xi) \end{cases}$
- $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{x} - \xi) dx = 1$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \xi) dx = f(\xi)$

従って、(5.39) 式を (5.36) 式へ代入すると、領域  $\Omega$  内の任意点  $\xi$  における  $\Phi$  に対する次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} -\tilde{\Phi}(\xi) &= \int_{\Gamma_f} \left\{ \hat{\Phi} q^*(\mathbf{x}, \xi) - \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi) \right\} d\Gamma(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_w} \left( \tilde{\Phi} q^*(\mathbf{x}, \xi) - \hat{q} w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi) \right) d\Gamma(\mathbf{x}) \\ \tilde{\Phi}(\xi) &= \int_{\Gamma_f} \left\{ \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi) - \hat{\Phi} q^*(\mathbf{x}, \xi) \right\} d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma_w} \left( \tilde{\Phi} q^*(\mathbf{x}, \xi) - \hat{q} w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi) \right) d\Gamma(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (5.40)$$

ただし、 $q^*(\mathbf{x}, \xi)$  は次のように定義する。

$$q^*(\mathbf{x}, \xi) \equiv \frac{\partial w_\epsilon^*}{\partial n(\mathbf{x})} \quad (5.41)$$

(5.43) 式について  $\hat{u}, \hat{q}$  は次のようにまとめられる。

$$\tilde{\Phi}(\xi) = \int_{\Gamma} \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} \tilde{\Phi} q^*(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma(\mathbf{x}) \quad \text{within } \Omega \quad (5.42)$$

このとき、任意の点  $\xi$  が領域  $\Omega$  の外にある場合には、 $-\nabla^2 w_\epsilon^* = 0$  であるから次式が導かれる。

$$0 = \int_{\Gamma} \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} \tilde{\Phi} q^*(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma(\mathbf{x}) \quad \text{without } \Omega \quad (5.43)$$

ところで、(5.39) 式の偏微分方程式の解は次のように与えられる<sup>[102]</sup>。

$$w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} = -\frac{1}{2\pi} \ln r \quad (5.44)$$

ただし、 $r$  は座標点  $\mathbf{x} = (x, z)$  と任意の点  $\xi = (\xi, \gamma)$  との距離を表し、次式で与えられる。

$$r \equiv \|\mathbf{x} - \xi\| = \sqrt{(x - \xi)^2 + (z - \gamma)^2} \quad (5.45)$$

Fig. 5.6 に基本解のメッシュプロットを示すように、座標点  $\mathbf{x}$  と周囲の任意点  $\xi$  が近い距離にある場合には、座標点  $\mathbf{x}$  における速度ポテンシャル  $\Phi$  に大きな値が与えられ、距離が遠くなるにしたがって周囲の任意点  $\xi$  の影響度が小さくなることを表現している。しかしながら、(5.45) 式の場合、Fig. 5.6 から明らかなように、 $r = 0$  すなわち  $\mathbf{x} = \xi$  において  $w_\epsilon^*$  は有限確定を示さ

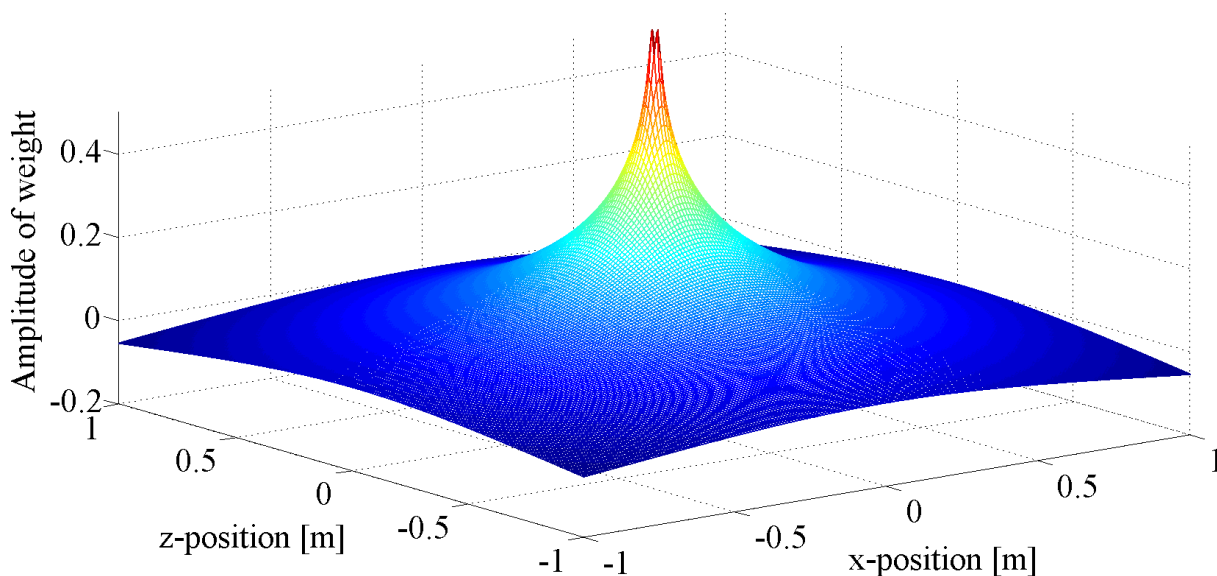


Fig. 5.6 Fundamental solution of Laplace equation

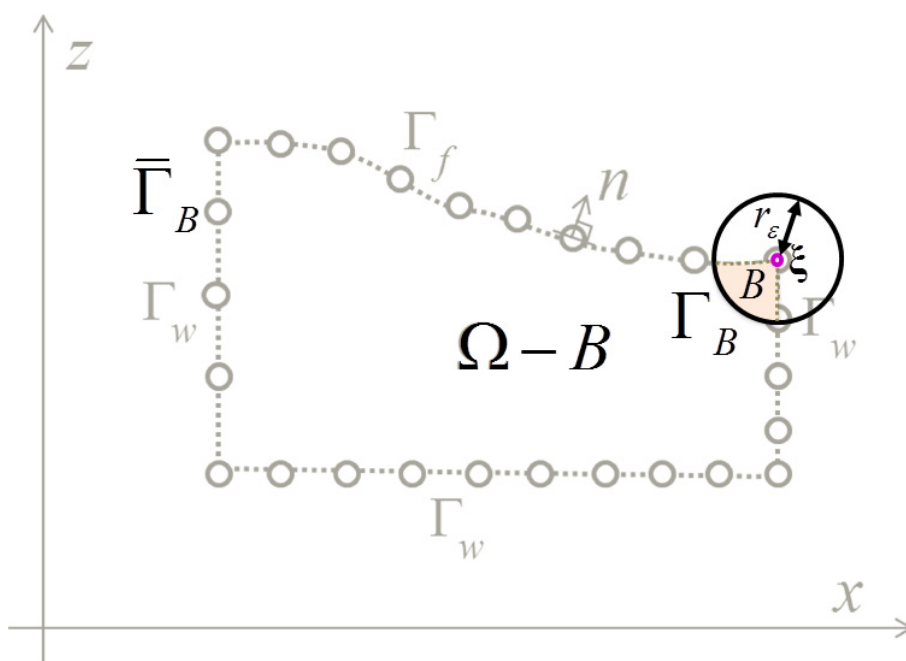
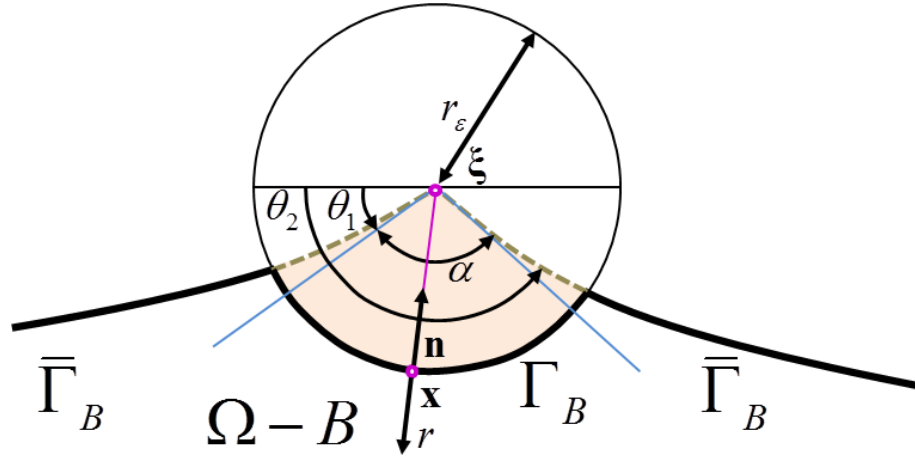


Fig. 5.7 Region on boundary line

ず特異性を持つ．従って，(5.43)の任意点 $\xi$ が，特に境界上に位置する(境界線 $\Gamma$ 上にある)とき極限を考慮する必要がある．Fig. 5.7に示すように，境界上の任意点 $\xi$ を設け，この点を中心にして微小半径 $r_\epsilon$ の円を描く．この円によって切り取る領域を $B$ とし，その円弧を $\Gamma_B$ とする．一方で，切り取られた領域 $\Omega - B$ に関する弧を $\bar{\Gamma}_B$ とする．領域 $\Omega - B$ に着目するとき，任意点 $\xi$ は領域外にあるため，次式のように $\Phi(\xi) = 0$ を示す．

$$0 = \int_{\bar{\Gamma}_B + \Gamma_B} \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\bar{\Gamma}_B + \Gamma_B} \tilde{\Phi} q^*(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma(\mathbf{x}) \quad \text{without } \Omega - B \quad (5.46)$$



Fig. 5.8 Inner angle on  $\xi$ 

ここで，半径  $r_\epsilon$  を限りなく 0 に近づけると，(5.46) の各項は次のように示される．

$$\begin{aligned} \bullet \text{ 1st-term: } & \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\bar{\Gamma}_B + \Gamma_B} \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\Gamma(\mathbf{x}) \\ & = \int_{\Gamma} \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\Gamma(\mathbf{x}) + \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_B} \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\Gamma(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ 2nd-term: } & \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\bar{\Gamma}_B + \Gamma_B} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}) q^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\Gamma(\mathbf{x}) \\ & = \int_{\Gamma} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}) q^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\Gamma(\mathbf{x}) + \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_B} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}) q^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\Gamma(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (5.48)$$

また， $\Gamma_B$  に関する積分項は，Fig. 5.8 の任意点  $\xi$  周りを考慮することで，次のように求められる．

$$\begin{aligned} \bullet \text{ 1st-term: } & \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_B} \tilde{q}(\mathbf{x}) w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\Gamma(\mathbf{x}) \\ & = \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tilde{q}(\mathbf{x}) \left\{ \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r_\epsilon} \right\} r_\epsilon d\theta = 0 \end{aligned} \quad (5.49)$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ 2nd-term: } & \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_B} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}) q^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\Gamma(\mathbf{x}) \\ & = \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}) \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \ln \frac{1}{r} \right\}_{(r=r_\epsilon)} (-1) r_\epsilon d\theta \\ & = \lim_{r_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tilde{\Phi}(\boldsymbol{\xi}) \frac{1}{2\pi} \frac{1}{r_\epsilon} r_\epsilon d\theta \\ & = \tilde{\Phi}(\boldsymbol{\xi}) \frac{1}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \\ & = \frac{1}{2\pi} \alpha(\boldsymbol{\xi}) \Phi(\boldsymbol{\xi}) \end{aligned} \quad (5.50)$$

ただし,  $\Gamma_B$  上においてベクトル  $r$  (始点:  $\xi$ ) は法線ベクトル  $n$  に対して, 逆方向を向くことから, 次のような関係を示す.

$$q^*(\mathbf{x}, \xi) = \frac{\partial w_\epsilon^*}{\partial n(\mathbf{x})} = -\frac{\partial w_\epsilon^*}{\partial r} \quad (5.51)$$

以上より, (5.46) 式は極限操作の結果として次のように示される.

$$\frac{1}{2\pi}\alpha(\xi)\tilde{\Phi}(\xi) = \int_{\Gamma} \tilde{q}(\mathbf{x})w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} \tilde{\Phi}(\mathbf{x})q^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) \quad (5.52)$$

また, 支配微分方程式 (5.28) 式, 境界条件 (5.29) 式, (5.30) 式における境界積分方程式は任意点  $\xi$  の位置 (内点, 境界点, 外点) についてまとめると次のように示される.

$$c\tilde{\Phi}(\xi) = \int_{\Gamma} \tilde{q}(\mathbf{x})w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} \tilde{\Phi}(\mathbf{x})q^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) \quad (5.53)$$

ただし, 係数  $c$  は任意点  $\xi$  の位置に応じて次のように与えられる.

$$c = \begin{cases} 1 & \xi \in \Omega \\ \frac{1}{2\pi}\alpha(\xi) & \xi \in \Gamma \\ 0 & \xi \notin \Omega, \Gamma \end{cases} \quad (5.54)$$

### 5.1.3 基礎方程式と境界積分方程式の統合

(5.53) 式へ (5.16) 式と (5.27) 式を代入すると, 容器壁面  $\Gamma_w$  上において  $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$  となり, 液面  $\Gamma_f$  上において  $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial \eta}{\partial t}$  となる. 従って (5.53) 式は (5.55) 式へと変換される.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=h+\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - 2x\dot{\theta} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} & c\tilde{\Phi}(\xi, t) + \int_{\Gamma} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t)q^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} \tilde{q}(\mathbf{x}, t)w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) \\ &= c\tilde{\Phi}(\xi, t) + \int_{\Gamma} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t)q^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} \frac{\partial \tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t)}{\partial n} w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) \\ &= c\tilde{\Phi}(\xi, t) + \int_{\Gamma} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t)q^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma_f} \left\{ \frac{\partial \tilde{\eta}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - 2x\dot{\theta} \right\} w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \xi)d\Gamma(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned} \quad (5.55)$$

(5.55) 式の任意点  $\xi$  に関して選点法を用いると, 総数  $N$  個の選点座標  $\mathbf{x}_i (i = 1, 2, \dots, N)$  で示される. ここで  $c$  は選点座標が全て  $\Gamma$  上にあり,  $\alpha(\mathbf{x}_i) = \pi$  を示すことから,  $c = \frac{1}{2}$  となる.

$$\frac{1}{2}\tilde{\Phi}(\mathbf{x}_i, t) + \int_{\Gamma} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t)q^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)d\Gamma(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma_f} \left\{ \frac{\partial \tilde{\eta}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - 2x\dot{\theta} \right\} w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)d\Gamma(\mathbf{x}) = 0 \quad (5.56)$$

また, 力学的境界条件を表す (5.25) 式に関しても選定法を用いて変換する. ここで選点の総数  $N$  個のうち最初の  $M$  個は自由表面  $\Gamma_f$  にある選点とし,  $\mathbf{x}_j (j = 1, 2, \dots, M)$  とすると (5.57) 式のように示される.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=h+\eta} + x(\ddot{p} - g\theta) + x(h - z_c)\ddot{\theta} + g(\eta + h) = 0 \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t}(\mathbf{x}_j, t) + x(\ddot{p} - g\theta) + x_j(h - z_c)\ddot{\theta} + g(\eta(\mathbf{x}_j, t) + h) = 0 \quad (5.57)$$

### 積分境界方程式の離散化

離散化のために, Fig. 5.9 に示すような  $N$  個の境界要素へ分割すると (5.56) 式は次のような形式で表現できる.

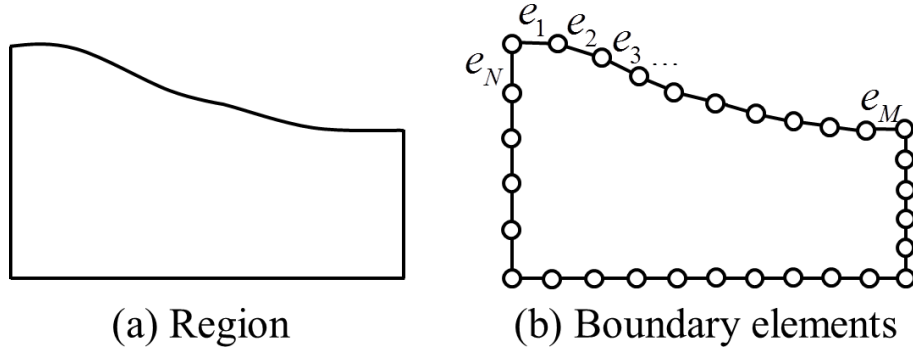


Fig. 5.9 Element breakdown of region

$$\frac{1}{2}\tilde{\Phi}(\mathbf{x}_i, t) + \sum_{\Gamma_f + \Gamma_w} \left\{ \int_{e_j} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) q^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) d\Gamma(\mathbf{x}) \right\} - \sum_{\Gamma_f} \int_{e_j} \left\{ \frac{\partial \tilde{\eta}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - 2x\dot{\theta} \right\} w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) d\Gamma(\mathbf{x}) = 0 \quad (5.58)$$

本研究では, 要素内で関数値は一定と考える一定要素を用いて, 要素の中央点は関数値を与えるための代表点とみなす. 一般に, 関数値を与える代表点を節点という. このとき, 選点  $\mathbf{x}_j$  は節点へ一致させることで, 未知関数  $\Phi(\mathbf{x}, t)$ ,  $\dot{\eta}(\mathbf{x}, t)$  は次のように決まる.

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) &\approx \tilde{\Phi}(\mathbf{x}_j, t) = \tilde{\Phi}_j \\ \dot{\eta}(\mathbf{x}, t) &\approx \dot{\eta}(\mathbf{x}_j, t) = \dot{\eta}_j \quad (\mathbf{x} \in e_j) \end{aligned} \quad (5.59)$$

従って (5.59) 式より, それぞれ要素  $e_j$  内において,  $\tilde{\Phi}_j, \dot{\eta}_j$  は定数であることから, 積分の外へ出すことができ, 次のように示される.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\tilde{\Phi}(\mathbf{x}_i, t) + \sum_{\Gamma_f + \Gamma_w} \left\{ \int_{e_j} q^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) d\Gamma(\mathbf{x}) \right\} \tilde{\Phi}_j - \sum_{\Gamma_f} \left\{ \int_{e_j} w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) d\Gamma(\mathbf{x}) \right\} \dot{\eta}_j \\ + 2 \sum_{\Gamma_f} \left\{ \int_{e_j} w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) d\Gamma(\mathbf{x}) \right\} x_j \dot{\theta} = 0 \end{aligned} \quad (5.60)$$

さらに, 次式に定義される影響係数  $\hat{H}_{ij}, G_{ij}$  を用いると (5.60) 式は (5.63) 式のように表される ( $q^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i), w_\epsilon^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$  は (5.41) 式, (5.44) 式より変換する).

$$\hat{H}_{ij} \equiv \int_{e_j} q^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) d\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{e_j} \frac{\partial}{\partial n(\mathbf{x})} \left( \ln \frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|} \right) d\Gamma(\mathbf{x}) \quad (5.61)$$

$$G_{ij} \equiv \int_{e_j} w_c^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) d\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{e_j} \left( \ln \frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|} \right) d\Gamma(\mathbf{x}) \quad (5.62)$$

(上式において,  $\hat{H}_{ij}$  は全選点  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N)$  から各選点の速度ポテンシャルへ与えられる係数を示し,  $\hat{G}_{ij}$  は液面上の選点  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M)$  により与えられる係数を示す.)

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \tilde{\Phi}(\mathbf{x}_j, t) + \sum_{\Gamma_f + \Gamma_w} \hat{H}_{ij} \tilde{\Phi}_j = \sum_{\Gamma_f} G_{ij} \dot{\eta}_j - 2 \sum_{\Gamma_f} G_{ij} \mathbf{x}_j \dot{\theta} \quad (5.63)$$

ここで, 左辺第1項は  $\tilde{\Phi}$  の添え字を  $i$  から  $j$  に変更しており, これを等価とするためにディラックのデルタ関数  $\delta_{ij}$  を用いている. さらに, 左辺を  $\tilde{\Phi}_j$  でまとめるように  $H_{ij}$  を次のように定めると (5.63) 式は (5.65) 式へと変換される.

$$H_{ij} \equiv \frac{1}{2} \delta_{ij} + \hat{H}_{ij} = \begin{cases} \hat{H}_{ij} & (i \neq j)(\delta_{ij} = 0) \\ \frac{1}{2} + \hat{H}_{ij} & (i = j)(\delta_{ij} = 1) \end{cases} \quad (5.64)$$

$$\sum_{j=1}^M G_{ij} \dot{\eta}_j = \sum_{j=1}^N H_{ij} \tilde{\Phi}_j + 2 \sum_{j=1}^M G_{ij} \mathbf{x}_j \dot{\theta} \quad (i = 1, 2, \dots, N)(N > M) \quad (5.65)$$

(5.65) 式を次のように分解し, 行列表現へ変換すると (5.67) 式で表現することができる.

$$\sum_{j=1}^M G_{ij} \dot{\eta}_j = \sum_{j=1}^M H_{ij} \tilde{\Phi}_j + 2 \sum_{j=1}^M G_{ij} \mathbf{x}_j \dot{\theta} + \sum_{j=M+1}^N H_{ij} \tilde{\Phi}_j \quad (N > M) \quad (5.66)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} G_{11} & \cdots & \cdots & G_{1M} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{M1} & \cdots & \cdots & G_{MM} \\ \hline G_{(M+1)1} & \cdots & \cdots & G_{(M+1)M} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{N1} & \cdots & \cdots & G_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\eta}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & \cdots & H_{1M} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ H_{M1} & \cdots & \cdots & H_{MM} \\ \hline H_{(M+1)1} & \cdots & \cdots & H_{(M+1)M} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} & \cdots & \cdots & H_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \\ \tilde{\Phi}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_M \end{bmatrix} \\ & + 2 \begin{bmatrix} G_{11} & \cdots & \cdots & G_{1M} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{M1} & \cdots & \cdots & G_{MM} \\ \hline G_{(M+1)1} & \cdots & \cdots & G_{(M+1)M} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{N1} & \cdots & \cdots & G_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} \dot{\theta} + \begin{bmatrix} H_{1(M+1)} & \cdots & \cdots & H_{1N} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ H_{M(M+1)} & \cdots & \cdots & H_{MN} \\ \hline H_{(M+1)(M+1)} & \cdots & \cdots & H_{(M+1)N} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ H_{N(M+1)} & \cdots & \cdots & H_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{M+1} \\ \tilde{\Phi}_{M+2} \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.67)$$

また，行列を中心線の上下で分解すると連立方程式 (5.68) 式が得られる．

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}}_1 \\ \dot{\tilde{\eta}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{\eta}}_M \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \\ \tilde{\Phi}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_M \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} \dot{\theta} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_3 \\ \mathbf{H}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{M+1} \\ \tilde{\Phi}_{M+2} \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_N \end{bmatrix} \\
 \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{G}_1 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}}_1 \\ \dot{\tilde{\eta}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{\eta}}_M \end{bmatrix} = \mathbf{H}_1 \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \\ \tilde{\Phi}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_M \end{bmatrix} + 2\mathbf{G}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} \dot{\theta} + \mathbf{H}_3 \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{M+1} \\ \tilde{\Phi}_{M+2} \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_N \end{bmatrix} \\ \mathbf{G}_2 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}}_1 \\ \dot{\tilde{\eta}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{\eta}}_M \end{bmatrix} = \mathbf{H}_2 \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \\ \tilde{\Phi}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_M \end{bmatrix} + 2\mathbf{G}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} \dot{\theta} + \mathbf{H}_4 \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{M+1} \\ \tilde{\Phi}_{M+2} \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_N \end{bmatrix} \end{array} \right. & \quad (5.68)
 \end{aligned}$$

以上より，連立方程式 (5.68) 式に関して， $(\tilde{\Phi}_{M+1}, \dots, \tilde{\Phi}_N)$  を消去すると，次のようにまとめられる．

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}}_1 \\ \dot{\tilde{\eta}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{\eta}}_M \end{bmatrix} &= Q \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 \\ \tilde{\Phi}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\Phi}_M \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} \dot{\theta} \\
 Q &= (\mathbf{G}_1 - \mathbf{H}_3 \mathbf{H}_4^{-1} \mathbf{G}_2)^{-1} (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_3 \mathbf{H}_4^{-1} \mathbf{H}_2)
 \end{aligned} \quad (5.69)$$

また (5.57) 式も同様にベクトル形式で表すと次のように示される．

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\Phi}}_1 \\ \dot{\tilde{\Phi}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{\Phi}}_M \end{bmatrix} = -g \begin{bmatrix} \tilde{\eta}_1 \\ \tilde{\eta}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\eta}_M \end{bmatrix} + (z_c - h) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} \ddot{\theta} + g \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} \theta - \ddot{p} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} - gh \quad (5.70)$$

## 5.1.4 状態方程式の導出

(5.69) 式, (5.70) 式を用いると次に示す線形状態方程式へまとめることができる.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}\mathbf{x}_s + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}_s \end{cases} \quad (5.71)$$

$$\mathbf{u} = [\ddot{\theta}, \ddot{p}]^T,$$

$$\mathbf{x}_s = [\Phi_1 \cdots \Phi_M, \eta_1 \cdots \eta_M, \dot{\theta}, \theta, \dot{p}, p]^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0_{(M \times M)} & -gI_{(M \times M)} & 0_{(M \times 1)} & gX & 0_{(M \times 1)} & 0_{(M \times 1)} \\ Q & 0_{(M \times M)} & 2X & 0_{(M \times 1)} & 0_{(M \times 1)} & 0_{(M \times 1)} \\ 0_{(1 \times M)} & 0_{(1 \times M)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{(1 \times M)} & 0_{(1 \times M)} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{(1 \times M)} & 0_{(1 \times M)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{(1 \times M)} & 0_{(1 \times M)} & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} (z_c - h)X & -X \\ 0_{(M \times 1)} & 0_{(M \times 1)} \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0_{(M \times M)} & I_{(M \times M)} & 0_{(M \times 1)} & 0_{(M \times 1)} & 0_{(M \times 1)} & 0_{(M \times 1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで, 各パラメータを以下に示す.

$X$ : 選点の座標位置  $(x_1, \dots, x_M)^T$ , [m]

$Q$ : 影響係数 ((5.69) 式)

$\Phi_i$ : 容器に対する液体の相対運動を表す選点の速度ポテンシャル, [m<sup>2</sup>/s]

$\eta_i$ : 選点における静止液面からの変位, [m]

$\ddot{\theta}$ : 容器の傾動角加速度, [rad/s<sup>2</sup>]

$\ddot{p}$ : 容器の搬送加速度, [m/s<sup>2</sup>]

$h$ : 初期液位, [m]

$z_c$ : 傾動中心の高さ, [m]

$g$ : 重力加速度, [m/s<sup>2</sup>]

ただし,  $\tilde{\Phi}_i, \tilde{\eta}_i$  は厳密解  $\Phi_i, \eta_i$  に対して, 限りなく近いものと仮定して, 以降,  $\sim$  を省いて表記している.

さらに、連続状態空間モデルを時間離散化して次の離散時間モデルを構築した。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_s[k+1] = \mathbf{A}_g \mathbf{x}_s[k] + \mathbf{B}_g \mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C} \mathbf{x}_s[k] \end{cases} \quad (5.72)$$

選点の総数と高次振動モードの精度について、状態方程式 ((5.71) 式) の搬送入力としてインパルス入力を与えたときの容器壁面における液面変位を算出し、周波数解析を行うことで検証する。シミュレーション条件として、容器幅 0.28[m]、液体高さを 0.14[m] とした。また、選点の個数は等間隔に配置されるように液面へ ( $M=10$ )、側面にそれぞれ 5 点、底面に 10 点を基準とし、推定精度を検証するために、液面の選点の個数のみを 6 点と 20 点に変更してシミュレーションを行った。

Fig. 5.10 は液面選点の数を変更した際の液面振動の推定結果、Fig. 5.11 は周波数解析結果を示す。結果より容器壁面においては、1 次、3 次モードが顕著に発生し、それ以降、5 次モード以降の振動が現れており、一方で 2 次、4 次モードの振動に関しては境界要素モデルではモードの節となり算出されていない。また、選点が 10 点、20 点については 3 次、5 次モードが精度よく表現されているが、6 点の場合においては、3 次モードの液面振動の精度が悪いため、振幅まで精度よく推定することができない。

従って、振動制御に用いるためには、液面に 10 点以上の選点を配置することが望ましい。Fig. 5.12 は  $M = 10$  の境界要素モデルと *Flow-3d* のシミュレーション結果の比較を示す。これより、境界要素モデルのスペクトルの方が先鋭となるため *Flow-3d* よりもわずかに振幅が小さくなる傾向を示す。また、振動周期の偏差は低周波領域におけるスペクトルの偏差が原因であり、蓄積されることで時間的な偏差が生じているものと考えられる。Fig. 5.13 は水を用いた搬送実験との比較を示すが、振幅はほぼ等しく、一方で先述と同様に時間の経過とともに振動周期の偏差が生じている。

しかしながら、各振動モードにおける固有周波数とスペクトルの相対的な大きさはほぼ等しいことから、制振搬送制御に十分用いることができると考えられる。本研究では 5 次モードまでの液面振動を高精度に推定可能な 10 点の選点を配置する。以降のシミュレーションと搬送実験は同様の条件で行うものとする。

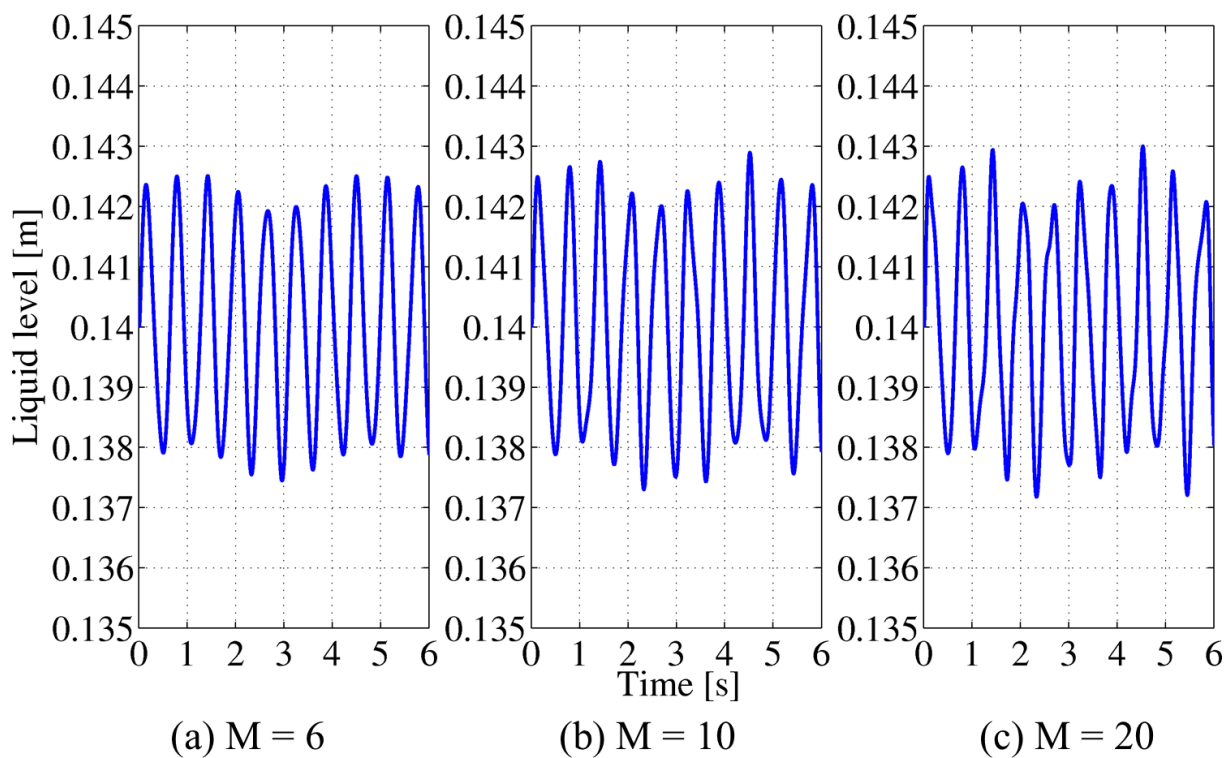


Fig. 5.10 Simulation results by boundary element model

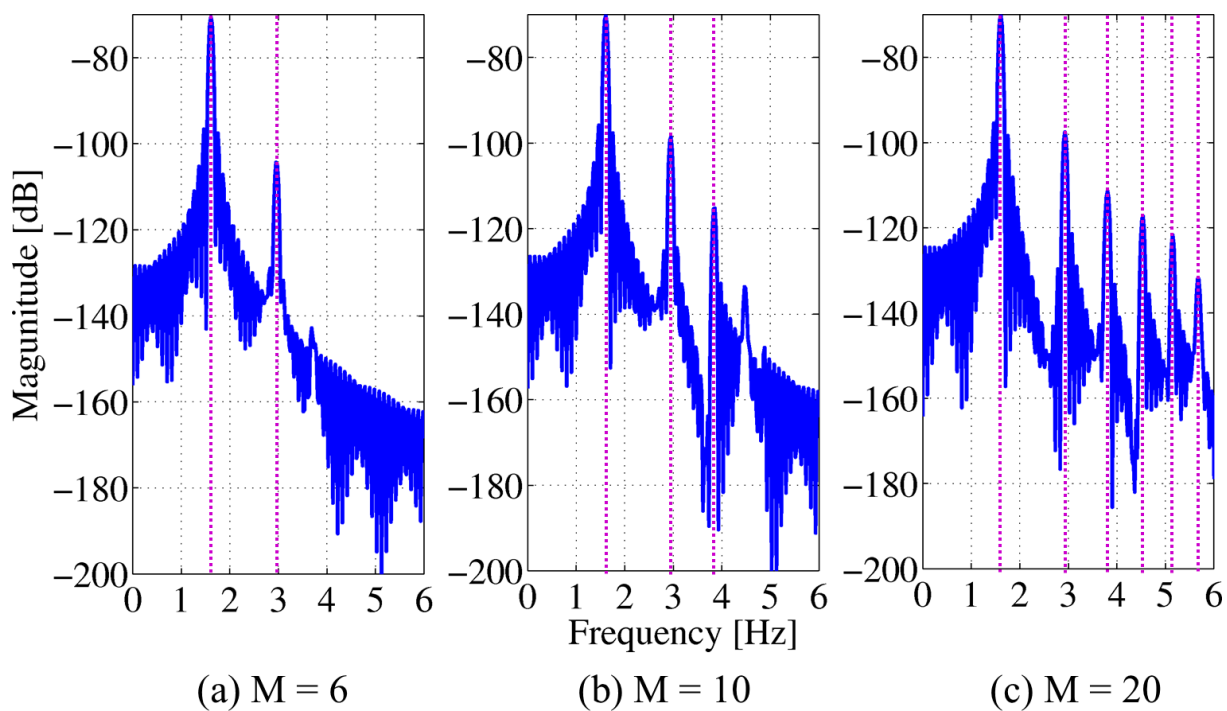


Fig. 5.11 Frequency analysis of sloshing by boundary element model



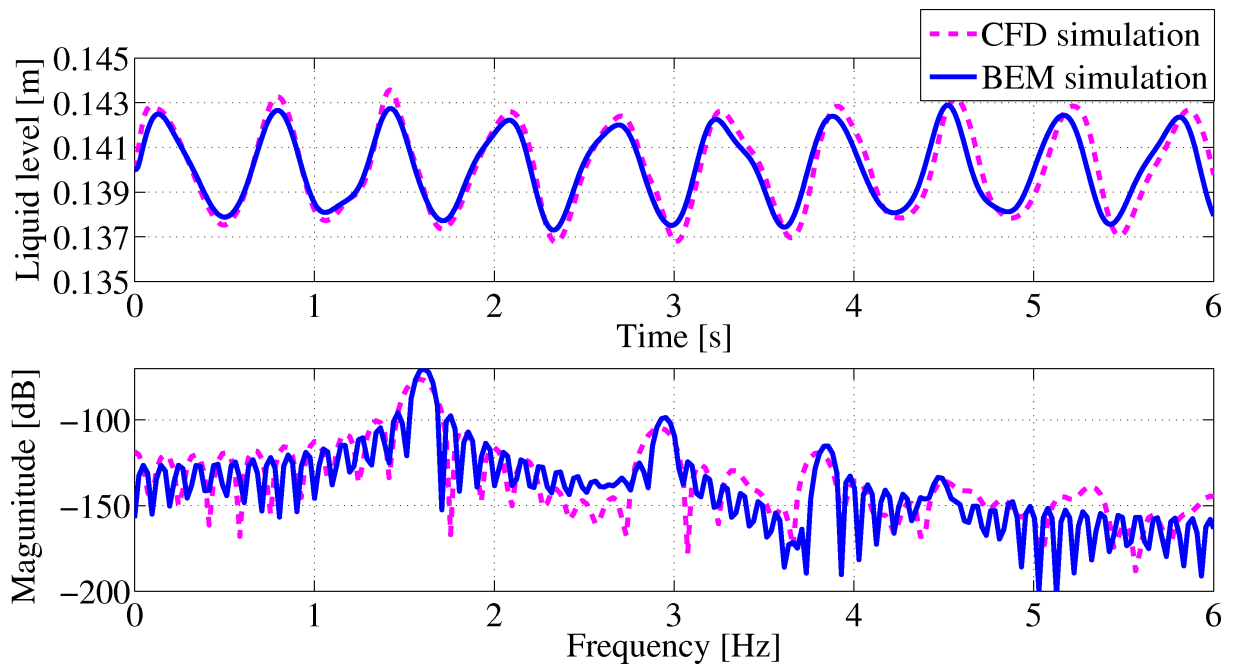
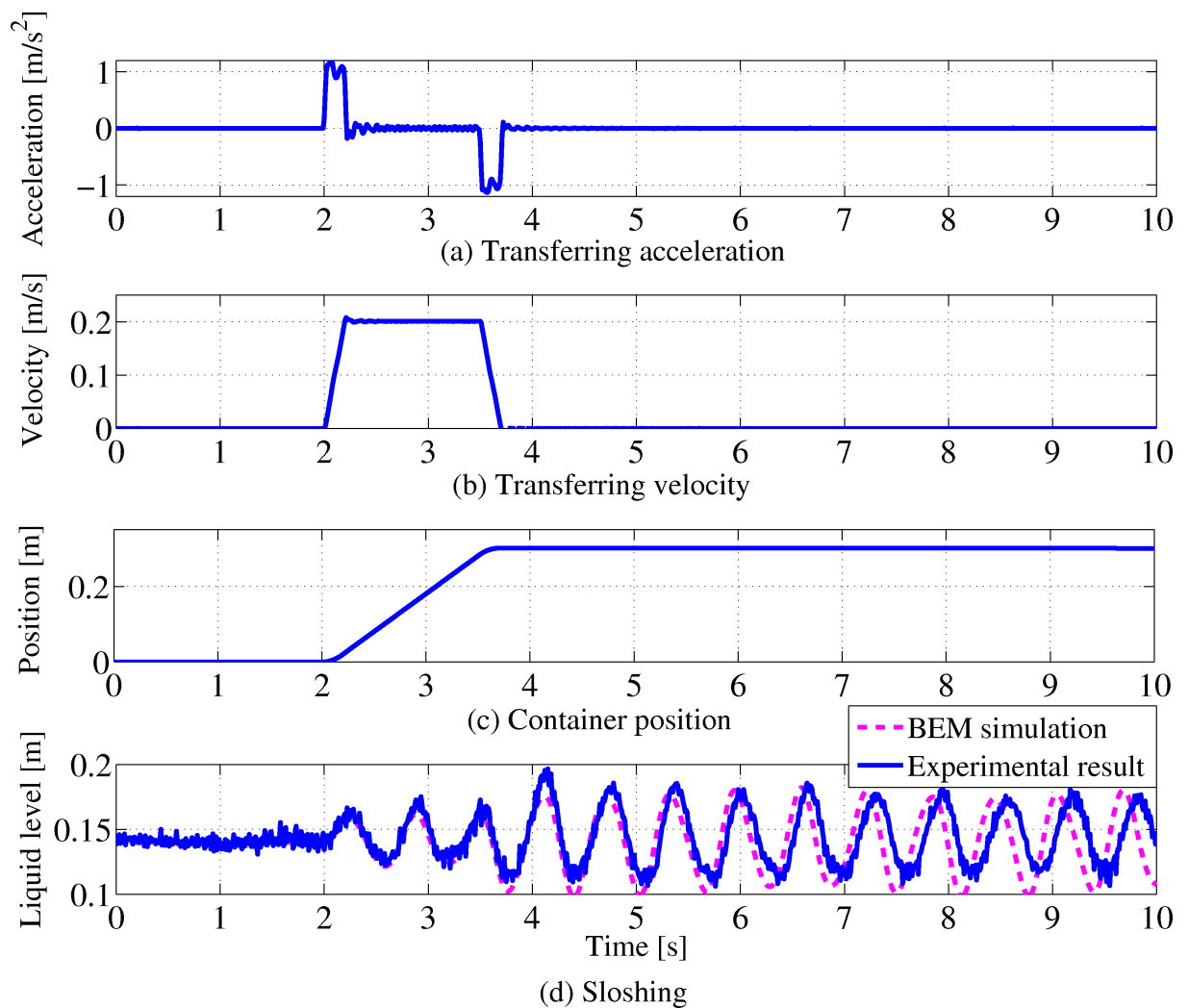
Fig. 5.12 Comparison between *Flow-3d* and boundary element model

Fig. 5.13 Experimental result and simulation result by boundary element model

## 5.2 モデル予測制御手法を用いた制振搬送システム

容器搬送時の液面振動を抑制するために、Fig. 5.14 に示すような2つの搬送方法について考える。Fig. 5.14(a) は搬送速度のみを制御する場合を示しており、搬送中と搬送後の液面振動を抑制させるような搬送軌道の生成を行う。Fig. 5.14(b) は (a) の搬送動作と同時に傾動動作を制御する方法であり、これにより、加減速中の液面変位を常に零を維持するように制御を行う。本研究ではモデル予測制御手法により搬送制御入力、傾動制御入力が与えられた際の液面変位の変動を予測し、変位を最小とするような入力を導出する。

モデル予測制御の概念図を Fig. 5.15 に示す。現在のステップを  $k$  とし、その時刻における制御入力を  $u(k)$ 、モデル出力を  $y(k)$ 、目標値(リファレンス)を  $r(k)$  とする。あらかじめ未来のリファレンスが決められているとき、制御モデルを現在の状態を基に繰返し計算することによって、未来のモデル出力が予測される。このとき、何ステップ先まで評価するかについて提示する区間のことを出力区間 ( $N_2$ ) といい、出力区間内の出力予測値とリファレンス値との偏差の総和を最小とするように、未来の制御入力を決める<sup>[105],[106]</sup>。ただし、操作できる制御入力の区間を制御区間 ( $N_u$ ) といい、それぞれの区間はプラントにふさわしい区間を自己の判断で決定する。

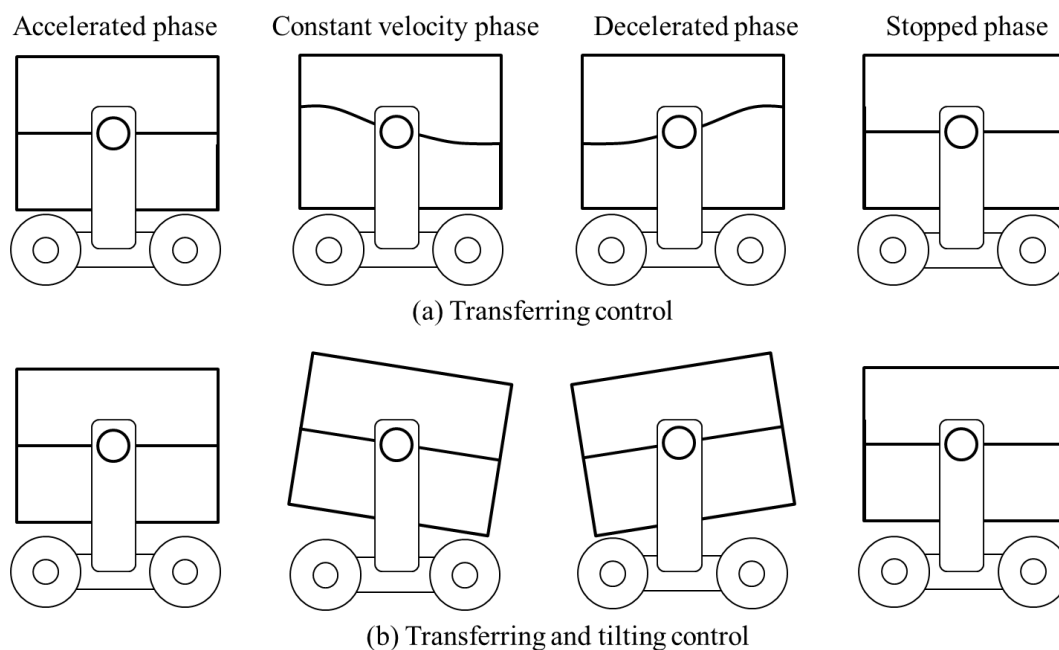


Fig. 5.14 Conceptual diagram of sloshing suppression control system

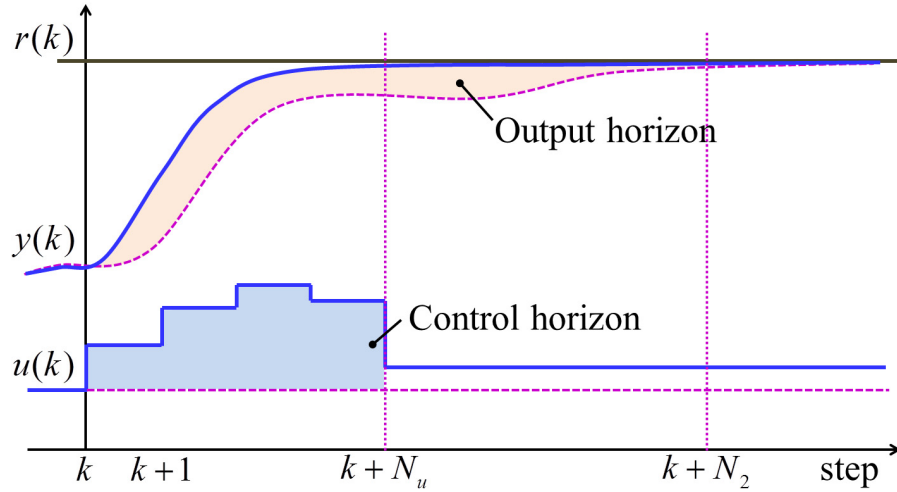


Fig. 5.15 Model Predictive Control

### 5.2.1 搬送動作と傾動動作を同時に制御する液体搬送システム

状態方程式 ((5.71) 式) に対し, モデル予測制御理論を用いて, 現在の状態  $\mathbf{x}_s[k]$  と未来の搬送入力  $\mathbf{u}[k+i]$  を用いて未来の出力  $\mathbf{y}[k+i]$  を繰り返し算出することで, 出力予測式が (5.73) 式のように示される.

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{y}}[k+j] &= \begin{bmatrix} \eta[k+j] \\ \dot{p}[k+j] \\ \dot{\theta}[k+j] \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{CA}_g^j \mathbf{x}_s[k] + \sum_{i=0}^{j-1} \mathbf{CA}_g^{j-i-1} \mathbf{B}_g \mathbf{u}[k+i] \end{aligned} \quad (5.73)$$

本研究で提案する液体容器搬送システムは液体容器内の液面振動を制振しながらも, 目標位置へ追従させる必要がある. そこで, 追従機能と液面制振機能に関する性能を向上させるために, 評価関数を (5.74) 式のように導出する.

$$J_i = (\mathbf{y}_{ref}[k] - \hat{\mathbf{y}}[k])^T \mathbf{W}_{pi} (\mathbf{y}_{ref}[k] - \hat{\mathbf{y}}[k]) + \mathbf{U}[k]^T \mathbf{W}_{ui} \mathbf{U}[k] \quad (5.74)$$

ここで,

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{ref}[k]^T &= \left[ y_{ref}[k+N_1]^T, \dots, y_{ref}[k+N_2]^T \right] \\ &= \begin{bmatrix} \eta_{ref}[k+N_1]^T, \dots, \eta_{ref}[k+N_2]^T \\ \dot{p}_{ref}[k+N_1]^T, \dots, \dot{p}_{ref}[k+N_2]^T \\ \dot{\theta}_{ref}[k+N_1]^T, \dots, \dot{\theta}_{ref}[k+N_2]^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.75)$$

$$\mathbf{U}[k]^T = \left[ \mathbf{u}[k+N_1]^T, \dots, \mathbf{u}[k+N_u-1]^T \right] \quad (5.76)$$

$$\mathbf{W}_{pi} = \text{diag}(w_{pi1}, w_{pi1}, \dots, w_{pi2}, w_{pi3}),$$

$$\mathbf{W}_{ui} = \text{diag}(w_{ui1}, w_{ui1}, \dots, w_{ui1}, w_{ui1}) \quad (5.77)$$

(5.74) 式において、添え字  $i$  は容器搬送装置の角軸 ( $x$ : 推定搬送軸,  $t$ : 傾動軸) を示す。このとき、 $y_{ref}$  は目標液面変位  $\eta_{ref}$ 、目標搬送速度  $\dot{p}_{ref}$ 、目標傾動角速度  $\dot{\theta}_{ref}$  で構成される。目標液面変位  $\eta_{ref}$  は、液面変位が小さくなるよう ( $\eta_{ref}=0$ ) を与え、目標搬送速度  $\dot{p}_{ref}$  は所望の搬送速度リファレンス (一般に台形速度入力) を与える。さらに、目標傾動角速度は液面の傾きに応じて容器を傾動させるために、予測された液面変位  $\eta$  の微分値を与える。また、 $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_u$  はそれぞれ最小予測区間、最大予測区間、制御予測区間を示す。本稿ではサンプリング時間を  $0.01[s]$  としているため、予測区間を大きくすると計算時間に負荷がかかる。そこで、振動周期を十分に満たしつつ、なるべく予測区間を小さくするように、予測区間をそれぞれ  $N_1=0.01[s], N_2=1.00[s], N_3=1.00[s]$  と決定した。 $W_{pi}$ 、 $W_{ui}$  は重み関数行列を示しており、搬送位置の偏差、液面変位を小さくするパラメータ  $w_{pij}$  と入力の変動を抑えるパラメータ  $w_{ui}$  に分割される。

以降で述べる 5.2.3 節 液面制振搬送 2 では、搬送速度は制御せず、傾動のみを制御した搬送についてシミュレーションと実験を行った結果を示すが、搬送速度については制御されていないため、搬送が開始される  $2[s]$  まで制御入力は零のままである。その後、搬送開始と同時に傾動についての制御入力を与えられるが、応答が間に合わず制御入力加速度は振動的になっており、液面振動もほぼ抑制されない結果が得られている。その点、リファレンスとの差を評価関数に与え、搬送と傾動を同時に制御することにより、搬送開始前の予測区間において搬送開始時刻における液面変位を予測することができるため、制御入力は振動的になる問題が抑制され、良い応答性能が得られている (5.2.3 節 液面制振搬送 3)。従って、搬送と傾動速度に関して同時に制御することが重要である。

(5.74) 式は、 $U$  に対して 2 次関数であるため、微分値を零とすることにより、評価関数  $J_i$  を最小とする制振制御入力 that 導出される<sup>[107]</sup>。(5.78) 式は、導出した方程式を示す。

$$\begin{aligned} U[k] &= (G_s^T W_{pi} G_s + W_{ui})^{-1} G_s^T W_{pi} (y_{ref}[k] - H_s x_s[k]) \\ &= K_g (y_{ref}[k] - H_s x_s[k]) \end{aligned} \quad (5.78)$$

ここで、

$$\begin{aligned} G_s &= \begin{bmatrix} CA_g^{N_{y1}-1} B_g & \cdots & CB_g & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ CA_g^{N_{yu}-1} B_g & \cdots & \cdots & \cdots & CB_g \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ CA_g^{N_{y2}-1} B_g & \cdots & \cdots & \cdots & CA_g^{N_{y2}-N_{yu}} B_g \end{bmatrix} \\ H_s &= \begin{bmatrix} CA_g^{N_{y1}} & CA_g^{N_{y1}+1} & \cdots & CA_g^{N_{y2}} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (5.79)$$

従って、構成される液体容器の搬送システムを Fig. 5.16 に示す。

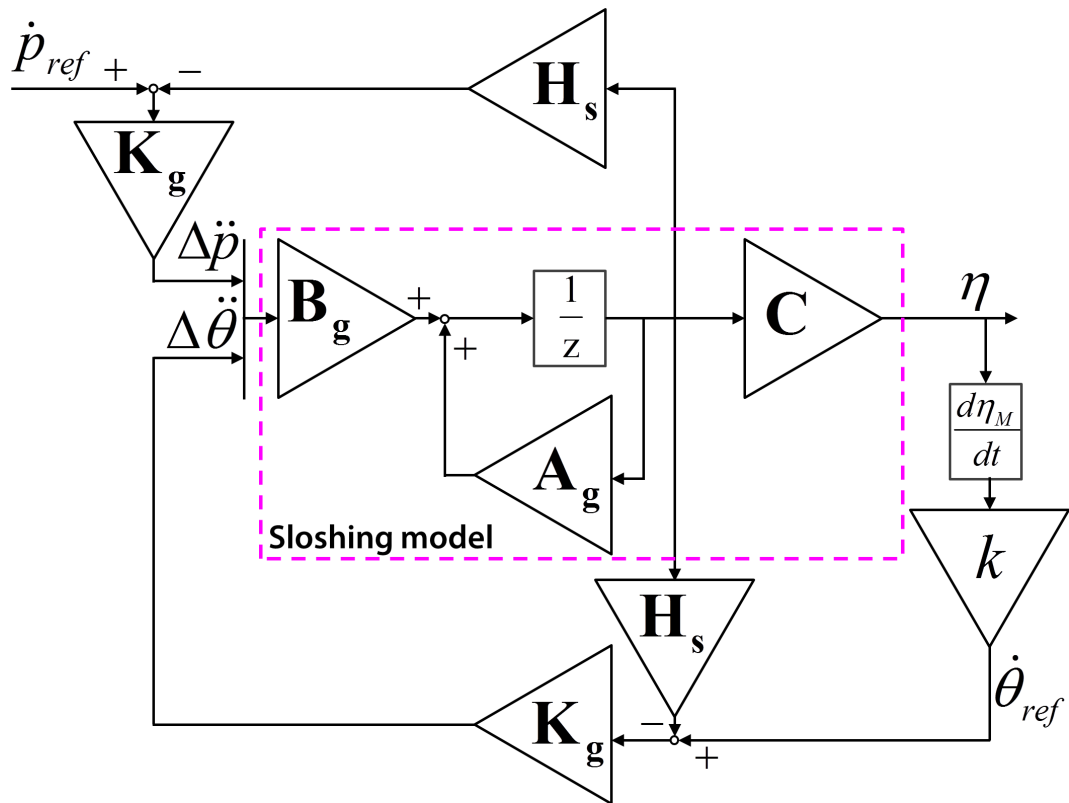


Fig. 5.16 Proposed liquid container transferring with tilt system by MPC

### 5.2.2 搬送動作および傾動動作のみを制御する液体搬送システム

前節で述べた搬送と傾動を同時に制御する提案システムの有用性を検証するために、搬送動作および傾動動作のみを制御して液面振動を抑制するシステムと比較・考察する。搬送制御システムのブロック線図を Fig. 5.17(a)，傾動制御システムのブロック線図を Fig. 5.17(b) に示す。制御則に関しては、前節で述べた一般化予測制御手法を用いる制御入力の導出手法を用いる。

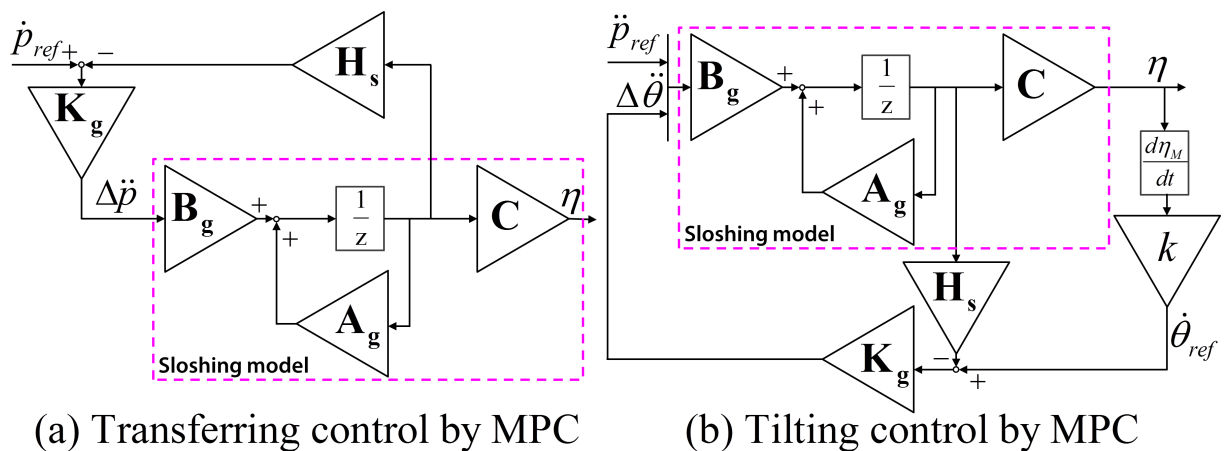


Fig. 5.17 Transferring control and tilting control of liquid container transfer system

### 5.2.3 提案システムの検証実験

境界要素モデルと搬送と傾動動作を同時に制御する手法の有用性を示す。実験条件として、幅0.28[m]の矩形形状容器を用いて、初期液位を0.14[m]とする。また、搬送時の液面変位は容器壁面に取り付けられたレベルセンサによって計測し、容器壁面に設置する選点における推定値と比較する。制振制御入力、前節までに述べた搬送システムを用いてシミュレーションを行い、生成された入力を液体搬送装置のモータへフィードフォワードで与える。

Fig. 5.18 は本研究で用いる搬送パターンを示す。また、Fig. 5.19 には、制御しない場合における容器壁面で起こる液面振動を示す。

次に、液面振動を制振する搬送手法を3つの動作パターンについて行う。

- 液面制振搬送 1: 搬送動作のみを制御した制振入力を用いて搬送し、容器は傾動させない。
- 液面制振搬送 2: 台形速度入力 (制御なし) を用いて搬送し、傾動動作のみを制御した制振入力を用いて傾動させる。
- 液面制振搬送 3: 搬送動作と傾動動作を同時に制御した制振入力を用いて容器を搬送・傾動させる。

#### 液面制振搬送 1 (搬送:制振入力, 傾動:動作なし)

Fig. 5.17(a) に示す液体搬送システムについて、モデル予測制御を用いて制振制御入力を導出する。(5.77) 式に関する重み行列の値は(5.80) 式に示すように定常位置偏差が $10^{-3}$ [m] 以下である条件を満たし、容器壁面における液面変位が最小となるように導出する。最適化手法には逐次二次計画法を用いる。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_w &= \min(\eta_m) \\ \max|\mathbf{p}_{\text{ref}}[k] - \hat{\mathbf{p}}[k]| &< 10^{-3} \end{aligned} \quad (5.80)$$

最適化によって得られた重み行列の値を Table 5.1 に示す。 $w_{py1}$  が液面変位を小さくする重み係数、 $w_{py3}$  が目標位置と容器搬送位置との偏差を小さくする重み係数を示すが、先に示した定常位置偏差の拘束条件が作用し、 $w_{py1}$  よりも  $w_{py3}$  が大きな値を示すことがわかる。また、 $w_{uy}$  は入力  $U$  の変動量を示す。

Fig. 5.20(a),(b),(c) はそれぞれ生成された液体容器の搬送位置、液体容器の搬送速度、制御入力加速度を示す。また、レベルセンサにより計測された液面変位を Fig. 5.21 に示す。実験結果より、Fig. 5.19 に示した制御しない場合の液面変位と比較すると、明らかに液面振動が抑制されていることを確認できる。しかしながら、容器の加速・減速時において、慣性の影響により液体が動き、液面が傾斜している。

Table 5.1 Parameters of transferring control system

$w_{py1}$	$w_{py2}$	$w_{py3}$	$w_{uy}$
1.483	$1.092 \times 10^2$	$4.005 \times 10^4$	7.923

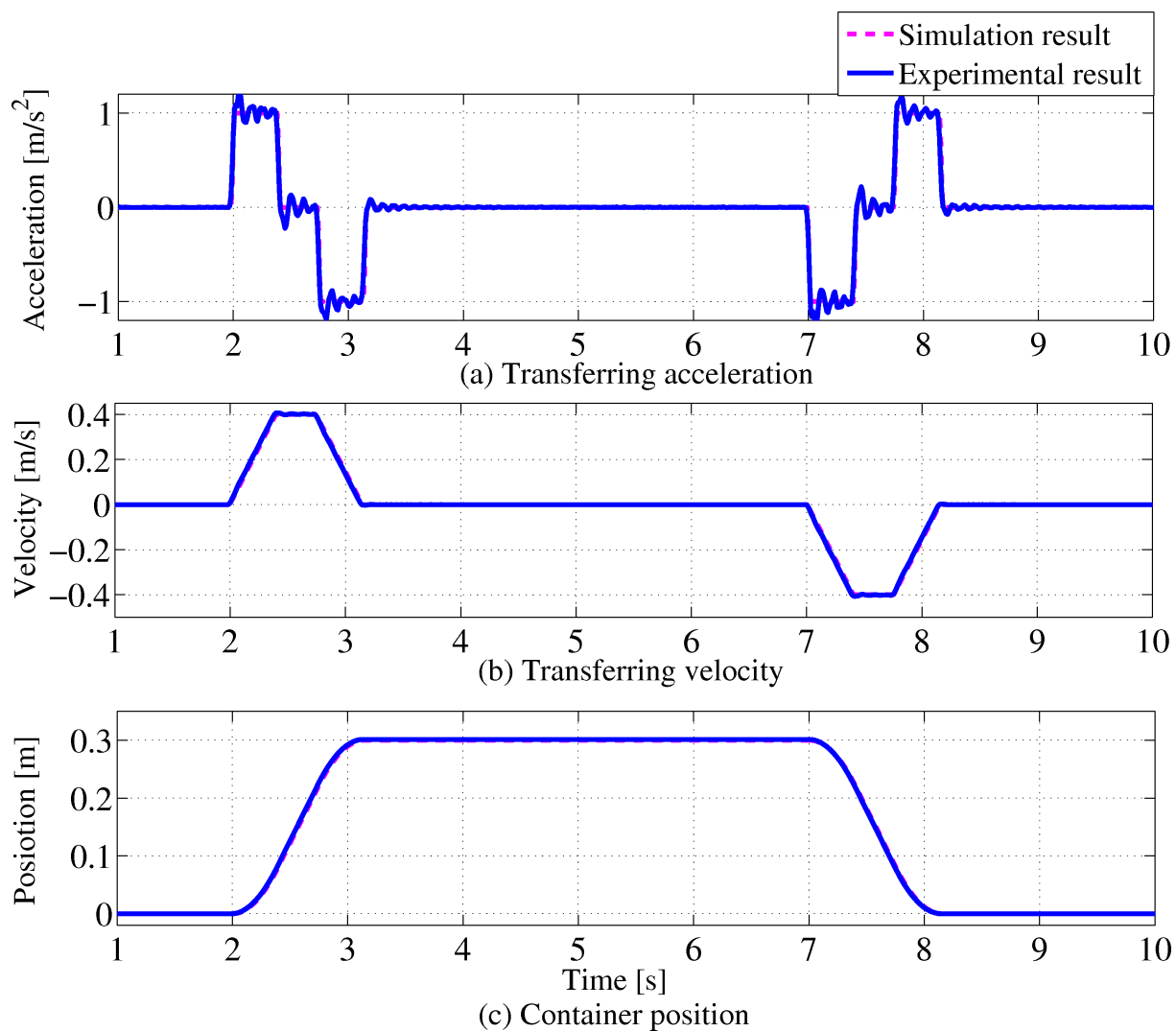


Fig. 5.18 Transferring input without control (trapezoid shape input)

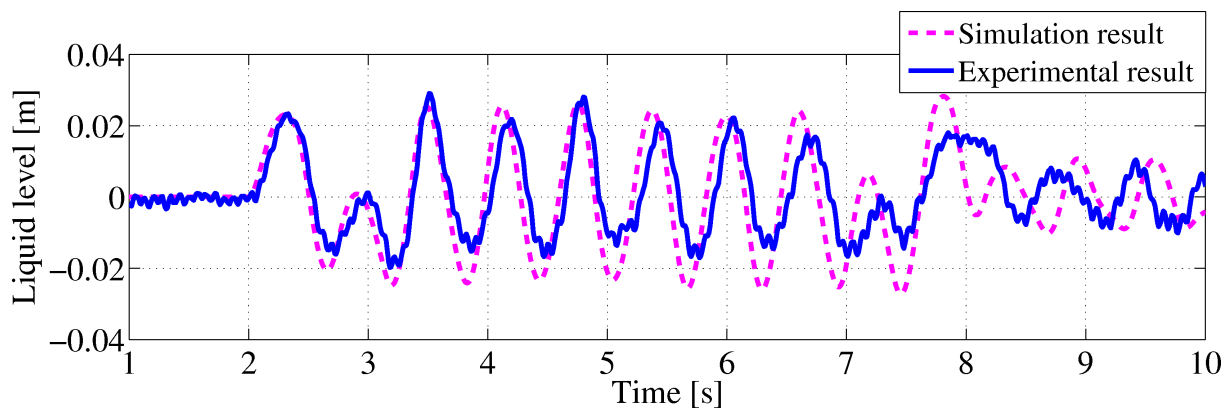


Fig. 5.19 Simulation and experimental results without control input

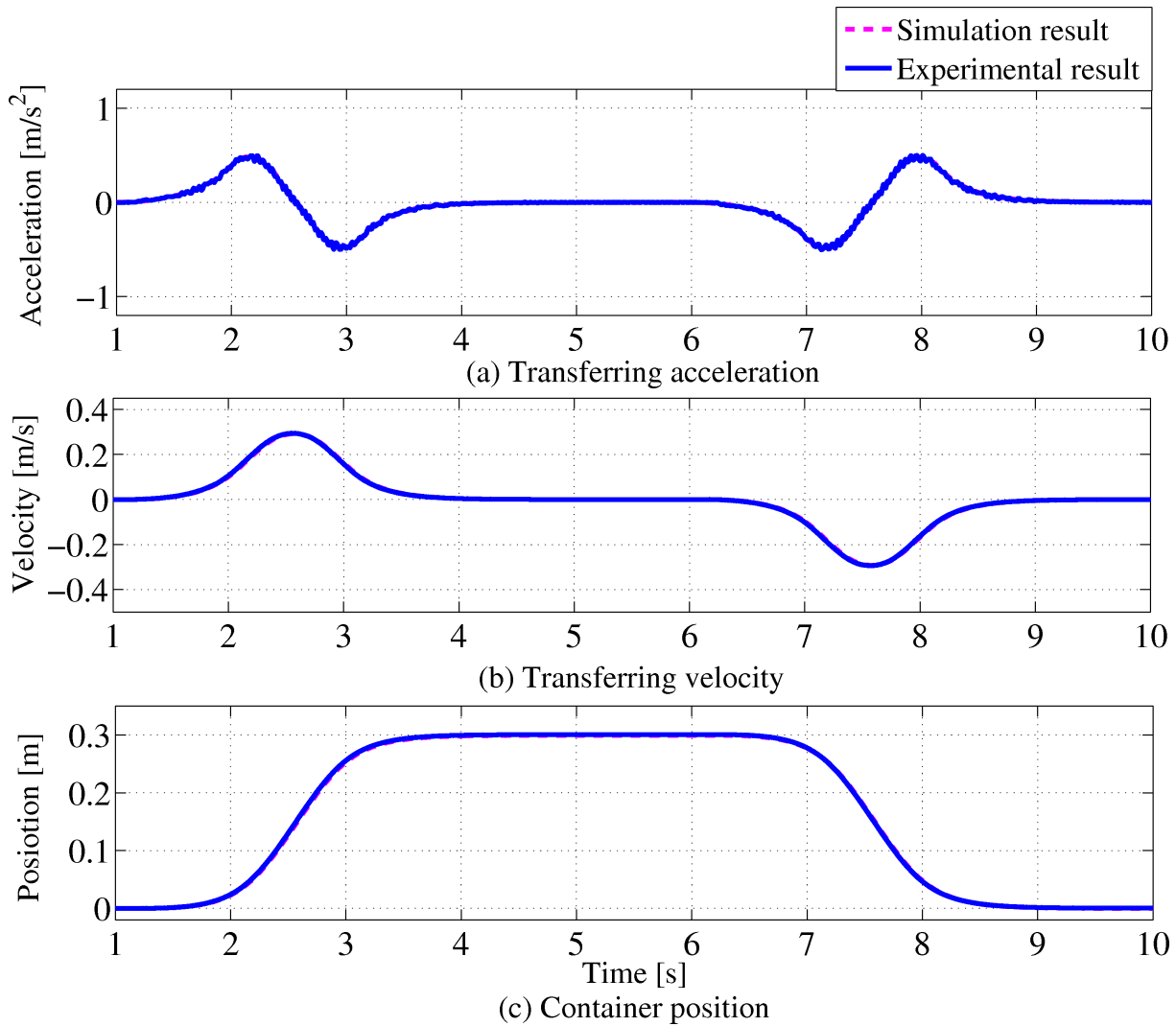


Fig. 5.20 Transferring input with transferring control by MPC

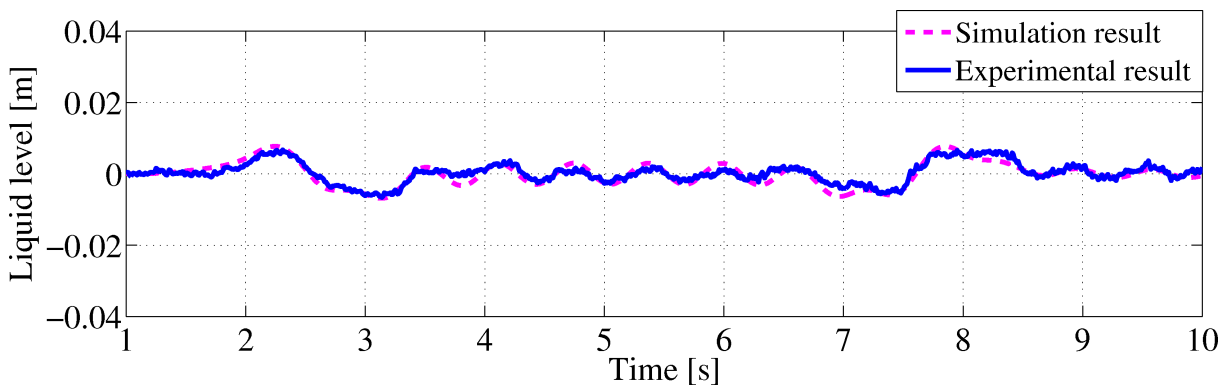


Fig. 5.21 Simulation and experimental results with transferring control



## 液面制振搬送 2 (搬送:台形速度入力, 傾動:制振入力)

Fig. 5.17(b) に示す傾動制御システムについて, モデル予測制御を用いて制振制御入力を導出する. 容器の搬送には Fig. 5.18 で示す台形速度入力をそのまま用いて, 容器傾動動作のみで液面振動を抑制することを試みる.

傾動制御システムの未知パラメータは前節に述べた最適化手法を用いて同様に導出する. ここで, 傾動加速度に関して, 提案する境界要素モデルは線形化しているため, 傾動角度入力が大きくなると推定誤差が生じる. 従って, (5.81) 式に示す拘束条件を新たに設ける.

$$\max|\ddot{\theta}| < 100 \text{ [deg/s}^2\text{]} \quad (5.81)$$

また, 傾動入力リファレンスには, 液面変位の微分値に対し,  $K$  で係数倍した値を用いる. これにより, 常に, 液体の高さを一定にするように, 液面の傾きに基づいて容器を傾ける. 係数  $K$  も未知パラメータと同様に最適化により決定した. Table 5.2 に決定した未知パラメータの値と係数  $K$  を示す.

Fig5.22 にシミュレーションによって生成された傾動制御入力を示し, 容器搬送時の液面変位を Fig5.23 示す. 提案手法による推定結果と実験結果より, モデル予測制御を用いて生成される傾動角度が液面振動の軌跡に追従するように生成されていることが確認できるが, シミュレーションにおいてそれほど振動は抑制されていない. その原因としては, 未知パラメータを決定する際に, (5.81) 式に示した拘束条件を設定したことによって傾動角度を大きくできないためである, また, 実験結果と推定値の偏差に関しては, 液面高さ  $\eta$ [m] と傾動角加速度  $\theta$ [rad/s<sup>2</sup>] の積についてモデルの線形化により微小値を示すものとして削除しているが, 予測される液面高さが減衰されず, 積の値が 1.0 以上となるためモデル誤差が大きく発生しているものと考えられる.

傾動動作のみを制御する手法は, シミュレーション結果および実験結果に示すように, 8[s] 以降についても液面振動が自然と減衰して零となるまで傾動し続けてしまう. 従って, 実現場で搬送に利用される場合においては, なかなか次の工程に移れないため, 制振制御手法としての確ではない.

Table 5.2 Parameters of tilt control system

$w_{pt1}$	$w_{pt2}$	$w_{pt3}$	$w_{ut}$	$K$
$7.426 \times 10^2$	$1.072 \times 10^2$	$4.005 \times 10^4$	$5.672 \times 10^2$	1.624

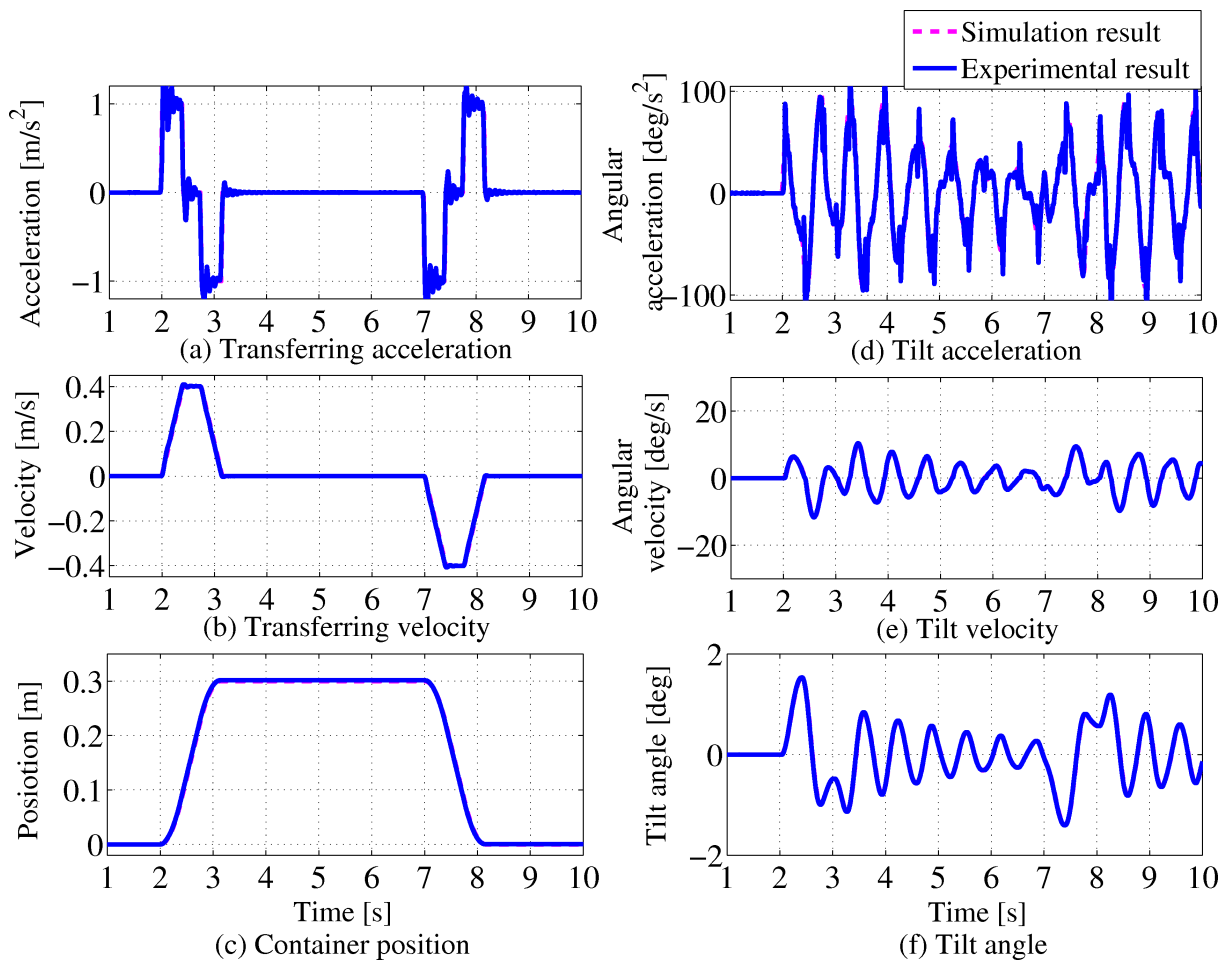


Fig. 5.22 Transferring and tilt input with tilt control by MPC

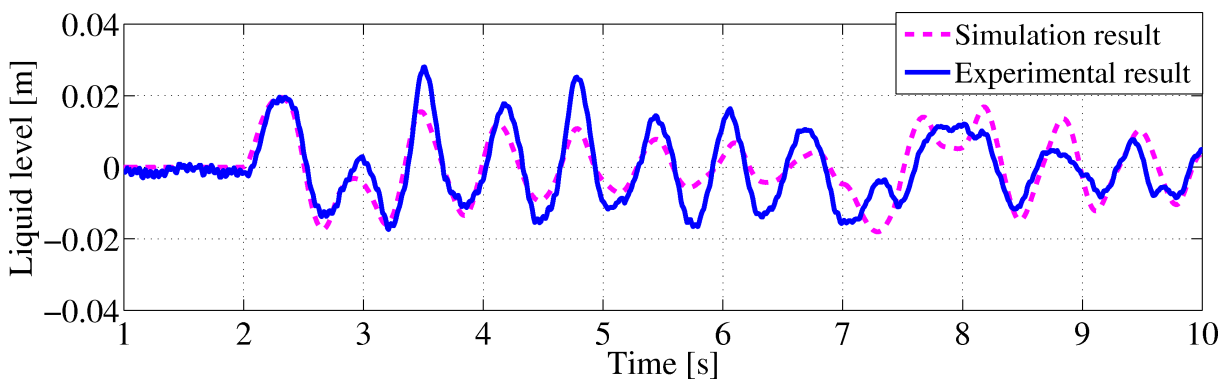


Fig. 5.23 Simulation and experimental results with tilt control

## 液面制振搬送 3 (搬送:制振入力, 傾動:制振入力)

搬送動作と傾動動作を同時に制御して液面振動を制振する Fig. 5.16 の提案する液体搬送システムについて搬送と傾動に関する制振制御入力を導出する．ここで，同様に最適化によって決定した未知パラメータの傾動入力係数は Table 5.3 に示す．

Fig. 5.25 は生成された制振制御入力を示す．搬送加速度を Fig. 5.25(c) に示すが，液面制振搬送 1 で導出した加速度入力にほぼ等しい制御入力生成されていることがわかる．また，傾動制御入力に関しては，Fig. 5.21 で示される液面変動と同様の軌跡で容器傾動角度が生成されており，Fig. 5.26 より液面変動がほぼ完璧に制振されていることが確認できる．モデル誤差に関しても，搬送速度入力を制御することにより液面高さが抑制されるため，傾動のみを制御する場合と比較してモデル誤差が約 25%程度，抑制されている．これにより，提案する線形モデルを用いて制振効果を得られることができた．

Fig. 5.24 は制振制御をしない実験結果 (Fig. 5.19) と制振制御した実験結果 (Fig. 5.26) の液面変動における周波数解析の比較を示す．点線は制振制御をしない場合の結果を示すが，本研究のように高速で液体容器を搬送すると 1 次モードの液面振動に限らず，低周波領域における液体の流動や高次モードの振動が大きく発生していることがわかる．このとき，文献 [37] の手法では完全に液面を制振するために複数のフィルタを設計することや，フィルタの幅について検討しなければならず，モータの入力成分から共振周波数の成分を取り除くことにより，搬送時間が掛かる．また，文献 [34] の一次モードのみを対象とした制振手法では，高次モードや低周波領域の流動による変動に対応できない．一方で，提案する境界要素モデルにおいて液体の連続式，圧力式の基礎式の構造を崩さずにモデル化すること，傾動と搬送を同時に制御することで，液体の流動や高次モードの液面振動についても制振されることを確認した．

Table 5.3 Parameters of transferring and tilt system

$w_{py1}$	$w_{py2}$	$w_{py3}$	$w_{uy}$
1.483	$1.092 \times 10^2$	$4.005 \times 10^4$	7.923
$w_{pt1}$	$w_{pt2}$	$w_{pt3}$	$w_{ut}$
$7.425 \times 10^2$	$1.092 \times 10^2$	$4.005 \times 10^4$	$5.671 \times 10^2$

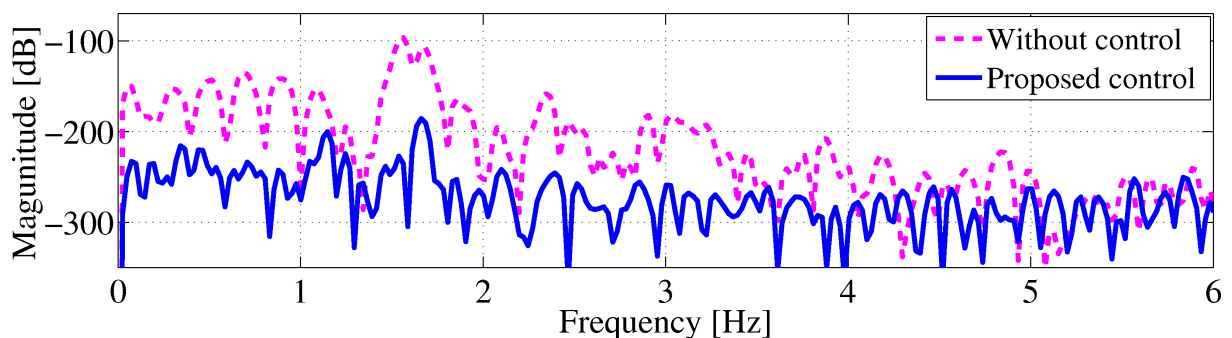


Fig. 5.24 Frequency analysis of sloshing

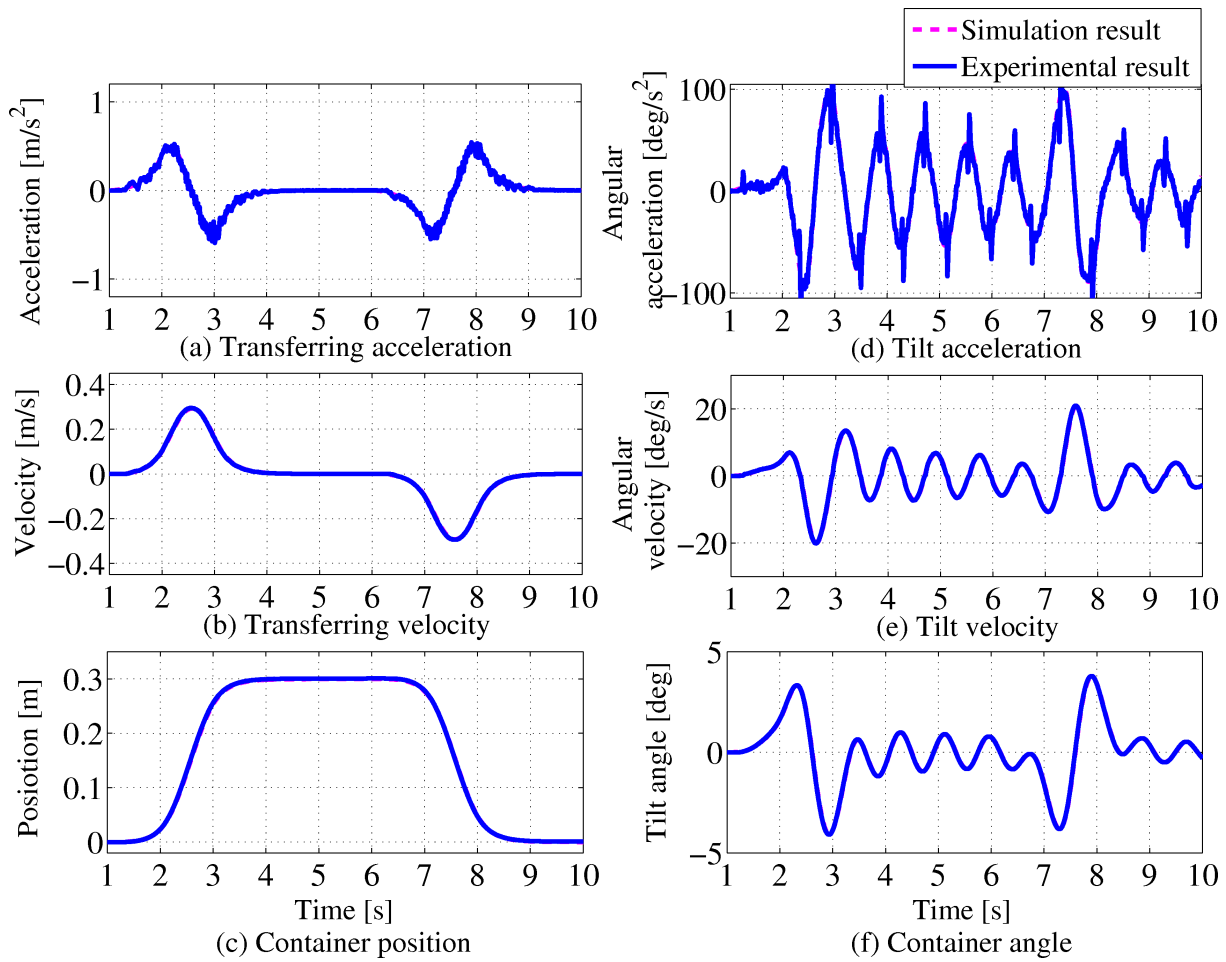


Fig. 5.25 Motor inputs with transferring and tilt control by MPC

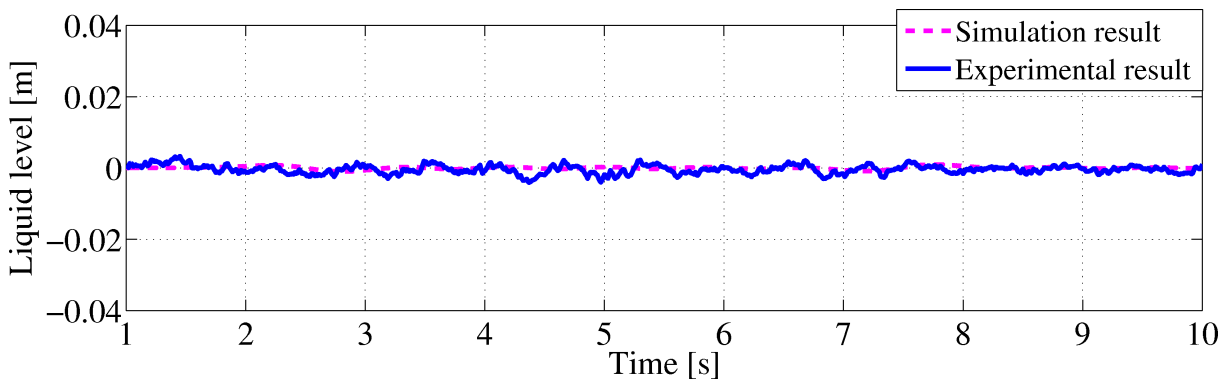


Fig. 5.26 Simulation and experimental results with transferring and tilt control

## 第6章 液体落下流線モデルの構築と落下位置推定

自律走行型自動注湯ロボットは搬送しながら注ぐことで生産性の効率化を目的としている。しかしながら Fig. 6.1 に示すように、取鍋を高速で搬送する場合、注がれている液体は特に加減速区間において進行方向の外力を受け、所望とする落下位置から容易に外れてしまうことが考えられる。

鑄造現場では、溶融金属が鑄型へ収まらずにカップの外へ流れてしまうと、それだけ材料の損失に繋がり、また、搬送ラインの隙間などへと流れ込むことによって、機器の破損や不良を発生させてしまう可能性がある。そのため、現在でも鑄造工場のほとんどでは、注湯時に鑄型搬送ラインを停止させて、取鍋を横行せずに注湯を行う定点式注湯の方式が取られている。

傾動式自動注湯機の利点は、メンテナンスが容易であり、その構造から様々な種類の金属を扱えることが大きな利点である。従って、様々な用途において潜在的ニーズは多く、用途拡大

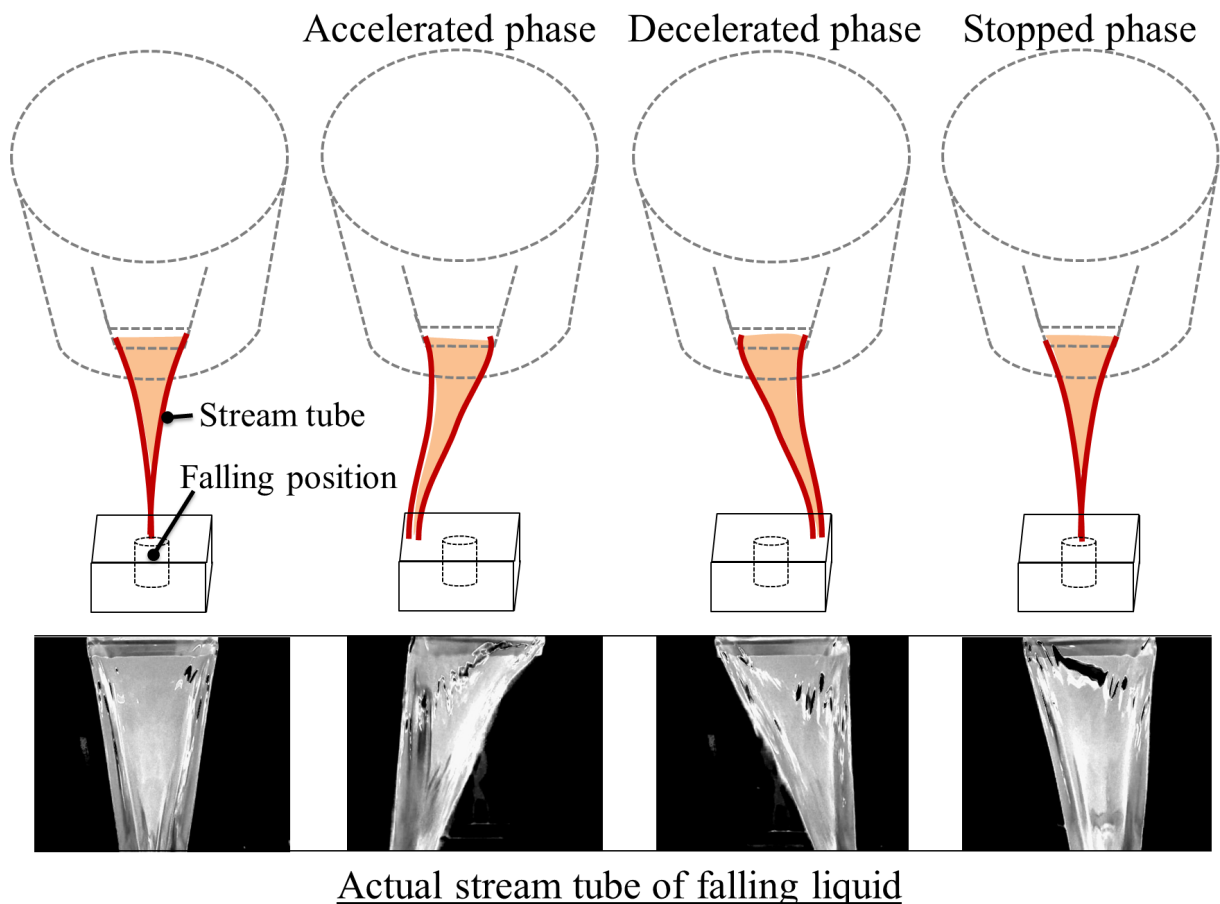


Fig. 6.1 Pouring liquid's behavior during ladle transferring

のためにも効率化が欠かせない問題となっている．そこで本研究では，液体落下流線モデルを提案する．

落下流線に関して制御モデルを構築する理由は大きく2つ考えられる．1つは取鍋の動作計画を行うためである．制御モデルを用いてすることで，搬送入力と現在の取鍋の姿勢を基に未来に溶湯が落下する位置を予測することが可能となり，予測値を用いてスムーズな搬送軌道を生成することができる．もう1つは動作の安定性を保証するためである．落下位置を検出するセンサを用いればフィードバック制御系を構築することにより，落下位置へ追従させることが可能であるが，使用するセンサは応答性能や信頼性が高いものでなければならない．特に鑄造現場においては，熱とガスが充満する環境であり，センサなどの計測機器が故障しやすい環境といえる．そのため，センサの誤認識や故障の際には，取鍋動作が不安定となり，暴走する危険性がある．その点，制御モデルは取鍋の傾動姿勢や注湯流量から液体落下流線の軌跡を導出するため，推定値が極端に変動することがなくなり，制御器の設計が行いやすくなる．従って，本研究ではより実現象に近い液体落下流線モデルの構築を目指す．

## 6.1 液体落下流線モデル

一般的に液体の物理モデルは，前章でも述べたようにポテンシャル場と圧力，境界条件のみを考えることで液体の流れを厳密に表現することができる．一方で注がれる液体には様々な力が作用しており，また，境界条件式を導出することが困難なことから，時系列で液体がどこへ落下するのかに関して流体の方程式だけで導出することが難しい．また，*Flow-3d* を用いればVOF (Volume of Fluid) 法により導出することができるが，リアルタイムで解くことができないため，液体落下位置の予測は不可能である．

落下液体に対する作用力には，重力，表面張力，搬送動作による慣性力，注がれることによる上方からの圧力，空気抵抗力などが考えられ，液体が落下していくにつれてこれら作用力がどのような釣合いで働くかを考慮する必要がある．一方で，リアルタイムで予測するためには，制御モデルをなるべくシンプルな形で表現することが望ましい．そこで，このような条件から本研究では，次のような制御モデルを提案する．

### 6.1.1 液体流線モデルの概要

液体落下流線に作用する力をと落下軌跡を推定するために，Fig. 6.2 示すような格子点に質点を持つ簡易モデルを提案する．Fig. 6.2(a) に示すように格子点に対して何も力が作用しない場合には格子形状を維持しており，重力が作用すると，Fig. 6.2(b) のように中央の錘が影響を及ぼし，下方の格子は中央へ引き寄せられる構造を示している．また，外側の格子が液体落下流線の軌跡を表しており，それぞれの質点の質量や格子長さが未知パラメータである．この時，未知パラメータは，静力学モデルと動力学モデルを実現象と比較することで決定される．

ここで，静力学，動力学の問題について Fig. 6.3 に示す．流量が一定の場合，上方からの圧力が決まることから，左右の流線（包絡線）の曲率は一定を保つ．提案モデルに関して，錘

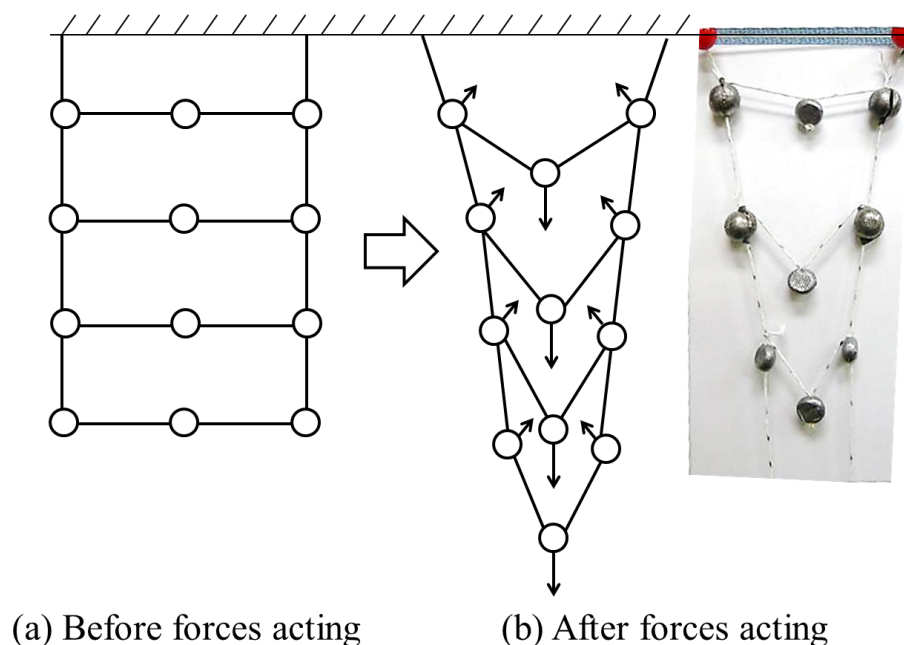


Fig. 6.2 Conceptual diagram of stream-tube model

Constant flow rate case		Transferring case		Varying flow rate case	
Falling liquid	Proposed model	Falling liquid	Proposed model	Falling liquid	Proposed model
Static problem		Dynamic problem 1		Dynamic problem 2	

Fig. 6.3 Static and dynamic problem for falling liquid

の重さが時間的に変わらないことから，各錘の位置は決まった位置を保つ．本研究ではこのような状態にある提案モデルを静力学モデルと呼び，力の釣合い式を導出する<sup>[108]</sup>．

また，動力学に関しては2つの問題が考えられる．一つは搬送加速度が与えられるとき，流量が一定であっても外力（慣性力）を受けて流線およびモデル全体が外力の方向へ引かれる．従って，外力が与えられた際の時間的な液体流線の動き（ダイナミクス）をモデル化する必要がある．このような状態にある提案モデルを動力学モデルと呼び，多重振子を用いて運動方程式を導出する．

もう一つの問題は，流量がリアルタイムで変化する場合である．流量が変化することで，流線は流量にともなって膨らんだり縮んだりする現象が生じる．このとき，左右流線において自由表面の曲率が変わることから，表面張力の作用力が変わり，液体内部で水平方向へ加わる圧力が変動する．このような変動に対して，提案モデルでは流量に応じて錘質量の大きさを

えることにより，水平圧力の変動を同定できるものと考えられる．この問題に関しては，今後の展望で述べる．

以上より，本研究では Fig. 6.3 に示した静的問題と，動的問題 1 に関して，静力学モデルと動力学モデルを構築し，実現象と比較検証を行う．また，本提案モデルの未知パラメータについて，流体の方程式を考慮した同定方法を述べる．

### 6.1.2 定常流量条件における静力学モデル

Fig. 6.4 で示す各格子に掛かる張力  $T_{si}, T_{ci}$  の釣合い方程式より，左右の錘に関する回転方向に掛かる力  $T_{\theta i}$  は次のように示される ( $m_i g$  の成分は次節の動力学モデルで導出されるので考慮しない)．

$$T_{\theta i} = \sqrt{T_{\theta i}' \cos \beta_i} \quad (6.1)$$

ここで， $T_{\theta i}'$ ， $\beta_i$  は次のように導出される．このとき，添え字  $i$  は注ぎ口を原点としたときの高さ方向の錘番号を示し，本研究では総数  $n = 15$  とする．

$$T_{\theta i}' = T_{ci}^2 + T_{s(i+1)}^2 - 2T_{ci}T_{si} \cos(\pi + \phi_{(i+1)} - \theta_i) \quad (6.2)$$

$$\beta_i = \begin{cases} \beta_i = \phi_i - \phi_{(i+1)} + \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{-T_{ci}^2 + T_{\theta i}' + T_{s(i+1)}^2}{2\sqrt{T_{\theta i}' T_{s(i+1)}}}\right) & (i = 1, \dots, n-1) \\ \beta_n = \phi_n + \frac{\pi}{2} - \theta_n & (i = n) \end{cases} \quad (6.3)$$

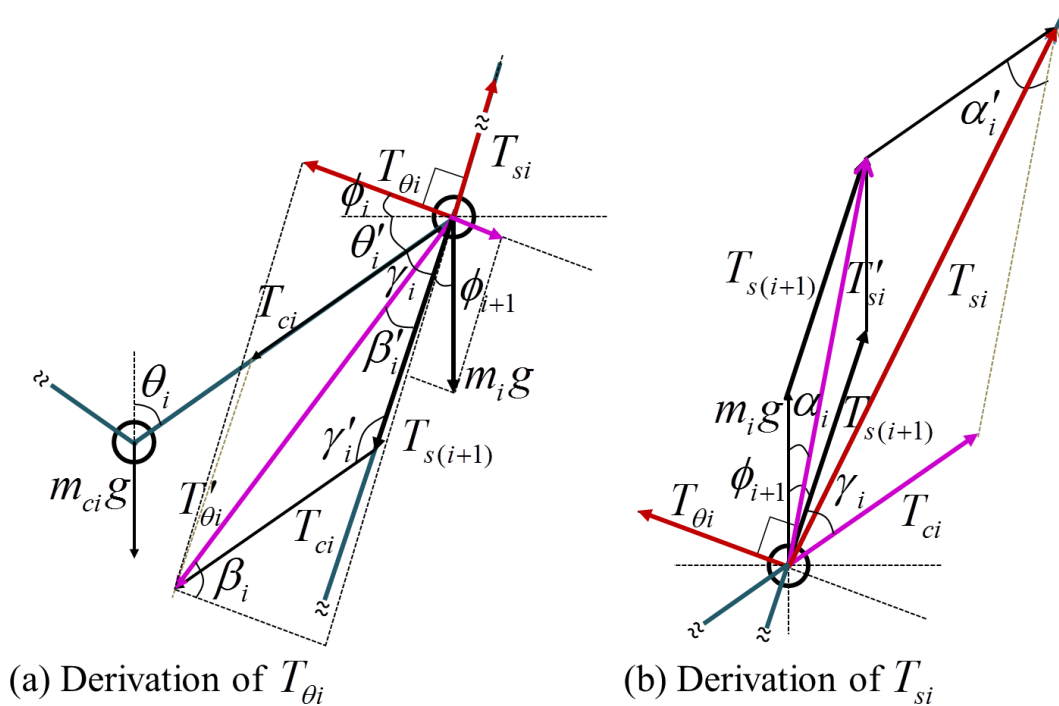


Fig. 6.4 Equilibrium of forces in the proposed model



また，(6.2) 式および (6.15) 式に関して，糸の張力  $T_{ci}, T_{si}$  は次のように導出される．

$$T_{ci} = \frac{m_{ci}g}{2 \cos(\theta_i)} \quad (6.4)$$

$$T_{si} = \sqrt{T_{si}'^2 + T_{ci}^2 - 2\sqrt{T_{si}'}T_{ci} \cos(\pi - \alpha_i)} \quad (6.5)$$

(6.1) 式により導出した  $T_{\theta i}$  は次に導出する動力学モデルにおける外力として用いる．ただし， $\alpha_i, \beta_i, T_{si}', T_{\theta i}'$  は以下に示す．

$$\alpha_i = \cos^{-1} \frac{m_i^2 g^2 + T_{si}' - T_{s(i+1)}^2}{2m_i g \sqrt{T_{si}'}} \quad (6.6)$$

$$T_{si}' = m_i^2 g^2 + T_{s(i+1)}^2 - 2m_i g T_{s(i+1)} \cos(\pi - \phi_{(i+1)}) \quad (6.7)$$

$$T_{\theta i}' = T_{ci}^2 + T_{s(i+1)}^2 - m_{ci} g T_{s(i+1)} \cos(\phi_{(i+1)} - \theta_i) \cos(\theta_i) \quad (6.8)$$

### 6.1.3 定常流量条件における動力学モデル

動力学モデルは Fig. 6.5 に示すように，容器を搬送することによる格子全体の振れを表現する．ここで，静力学モデルに用いていた中央の錘は省き，代わりに外力として各質点に回転方向の力  $T_{\theta i}$  が常に与えられるものとし，外側の格子は多重振子として考える．従って，定常流量で注がれている状態を初期条件とし，Fig. 6.5 のように多重振子が中央に引き寄せられている状態から搬送を開始する．

多重振子モデルはラグランジュの運動方程式を用いて導出する．原点を台車中心にとると，

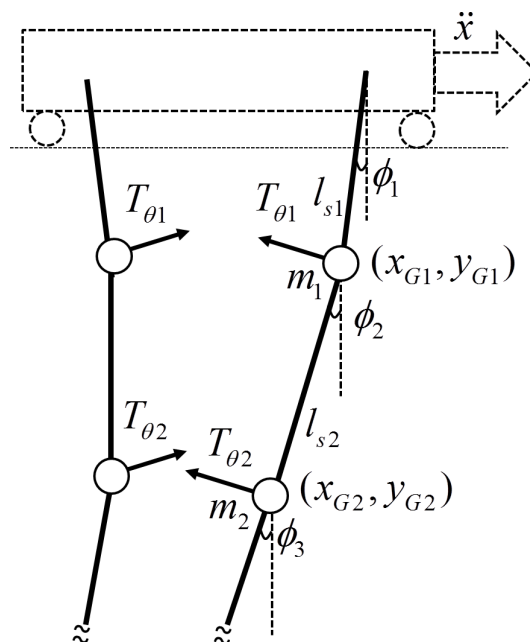


Fig. 6.5 Dynamics for proposed model

各質点の座標値は以下のように示される．

$$x_{Gi} = \sum_{j=1}^i l_{sj} \sin \phi_j \quad (6.9)$$

$$y_{Gi} = -\sum_{j=1}^i l_{sj} \cos \phi_j \quad (6.10)$$

台車の速度を  $\dot{x}$  とすると，各質点における運動エネルギー  $T_i$  とポテンシャルエネルギー  $U_i$  は次のように導出される．

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{2} m_i V_{Gi}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_i \sum_{j=1}^i l_{sj}^2 \dot{\phi}_j^2 + m_i \sum_{j=1}^i \sum_{k=j+1}^i l_{sj} l_{sk} \dot{\phi}_j \dot{\phi}_k \cos(\phi_j - \phi_k) \\ &\quad + \frac{1}{2} m_i \dot{x}^2 + m_i \dot{x} \sum_{j=1}^i l_{sj} \dot{\phi}_j \cos \phi_j \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned} U_i &= m_i g y_{Gi} \\ &= -m_i g \sum_{j=1}^i l_{sj} \cos \phi_j \end{aligned} \quad (6.12)$$

このとき，ラグランジアン  $L$  は次のように示される．

$$\begin{aligned} L &= T - U \\ &= \sum_{i=1}^n T_i - \sum_{i=1}^n U_i \end{aligned} \quad (6.13)$$

従って，運動方程式は (6.14) 式のようにまとめられる．

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_d} - \frac{\partial L}{\partial \phi_d} &= m_{d\dots n} l_{sd}^2 \ddot{\phi}_d + \sum_{i=1}^{d-1} m_{d\dots n} l_{sd} l_{si} \ddot{\phi}_i C_{d,i} + \sum_{i=1}^{d-1} m_{d\dots n} l_{sd} l_{si} \dot{\phi}_i^2 S_{d,i} \\ &\quad + \sum_{i=d+1}^n m_{i\dots n} l_{sd} l_{si} \ddot{\phi}_i C_{d,i} + \sum_{i=d+1}^n m_{i\dots n} l_{sd} l_{si} \dot{\phi}_i^2 S_{d,i} \\ &\quad + \ddot{x} m_{d\dots n} l_{sd} \cos \phi_d + g m_{d\dots n} l_{sd} \sin \phi_d = 0 \end{aligned} \quad (6.14)$$

ここで， $m_{k\dots l}$ ， $C_{i,j}$ ， $S_{i,j}$  は次のように与えられるものと定義する．

$$\begin{cases} m_{k\dots l} \equiv \sum_{j=k}^l m_j \\ C_{i,j} \equiv \cos(\phi_i - \phi_j) \\ S_{i,j} \equiv \sin(\phi_i - \phi_j) \end{cases} \quad (6.15)$$

(6.16) 式は  $v_d = \dot{\phi}_d (d = 1 \cdots n)$  と置くことにより, 行列形式へ変換することができる.

$$\begin{aligned}
& m_{d \dots n} l_{sd}^2 \ddot{\phi}_d + \sum_{i=1}^{d-1} m_{d \dots n} l_{sd} l_{si} \ddot{\phi}_i C_{d,i} + \sum_{i=1}^{d-1} m_{d \dots n} l_{sd} l_{si} \dot{\phi}_i^2 S_{d,i} \\
& + \sum_{i=d+1}^n m_{i \dots n} l_{sd} l_{si} \ddot{\phi}_i C_{d,i} + \sum_{i=d+1}^n m_{i \dots n} l_{sd} l_{si} \dot{\phi}_i^2 S_{d,i} \\
& + \ddot{x} m_{d \dots n} l_{sd} \cos \phi_d + g m_{d \dots n} l_{sd} \sin \phi_d = 0
\end{aligned} \tag{6.16}$$

$$\begin{cases} \mathbf{R} \ddot{\phi} = \mathbf{v} \\ \dot{\phi}_d = v_d \end{cases} \tag{6.17}$$

$$\dot{v}_d = [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}]_d \tag{6.18}$$

ここで,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{v}$  は次のように示される.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} m_{1 \dots n} l_{s1}^2 & m_{2 \dots n} l_{s1} l_{s2} C_{1,2} & \cdots & \cdots & m_n l_{s1} l_{sn} C_{1,n} \\ m_{2 \dots n} l_{s2} l_{s1} C_{2,1} & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & m_{d \dots n} l_{sd}^2 & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & m_n l_{sn-1} l_{sn} C_{n-1,n} \\ m_n l_{sn} l_{s1} C_{n,1} & \cdots & \cdots & m_n l_{sn} l_{sn-1} C_{n,n-1} & m_d l_{sn}^2 \end{bmatrix} \tag{6.19}$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -m_{1 \dots n} l_{s1}^2 v_1^2 S_{1,1} - \ddot{x} m_{1 \dots n} l_{s1} C_1 - g m_{1 \dots n} l_{s1} S_1 - T_{\theta_1} l_{s1} \\ \vdots \\ -\sum_{i=1}^{d-1} m_{d \dots n} l_{si}^2 v_i^2 S_{d,i} + \sum_{i=d+1}^n m_{i \dots n} l_{sd} l_{si} v_i^2 S_{d,i} - \ddot{x} m_{d \dots n} l_{sd} C_d - g m_{d \dots n} l_{sd} S_d - T_{\theta_d} l_{sd} \\ \vdots \\ -\sum_{i=1}^{n-1} m_n l_{sn} l_{si} v_i^2 S_{n,i} - \ddot{x} m_n l_{sn} C_n - g m_n l_{sn} S_n - T_{\theta_n} l_{sn} \end{bmatrix} \tag{6.20}$$

$\mathbf{v}$  の行列内には前節で導出した  $T_{\theta_i}$  が含まれており, 中央の錘と格子による回転方向の抵抗力を示している. つまり表面張力と重力による収縮度の調整パラメータである. また,  $\ddot{x}$  は容器搬送の加速度を示しており, これにより, 振子全体が左右へ動かされる.

#### 6.1.4 未知パラメータの最適化および実現象との比較

実現象の液体落下流線を取得するために計測実験を行った. Fig. 6.6(a), (b), (c) はそれぞれ, 動画のキャプチャー画像, 動画画像処理後のキャプチャー画像, エッジ検出位置を示す. Fig. 6.6(c) の点群は, 明度に関してある閾値を設け, 周囲の明度の差分が閾値よりも大きくなる時

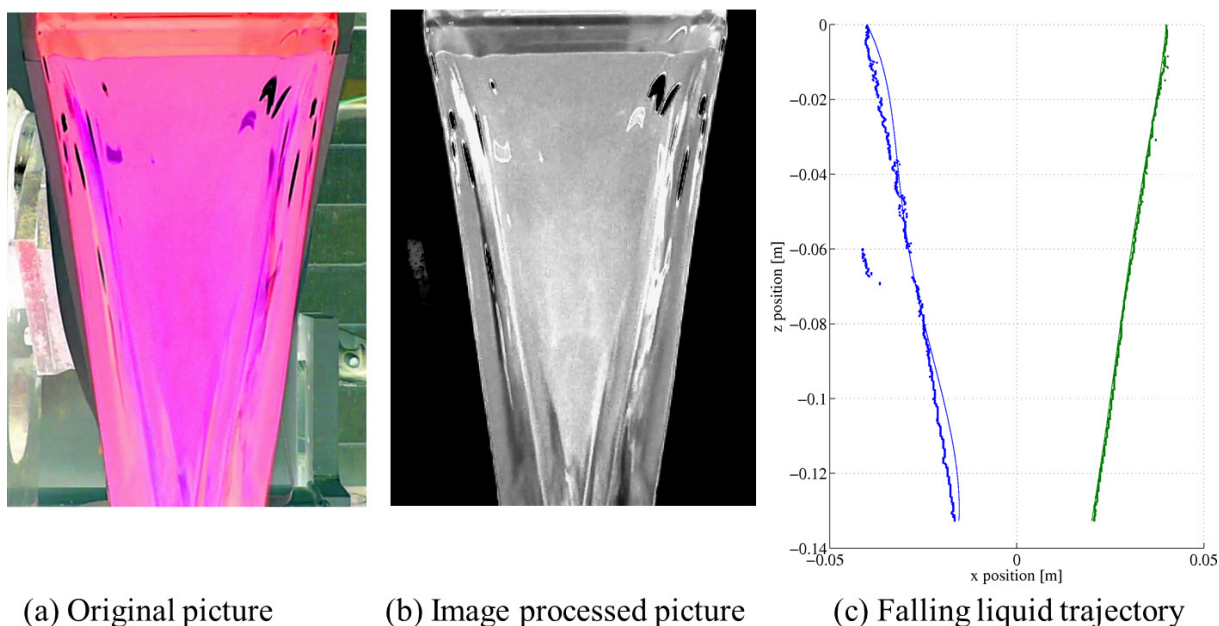


Fig. 6.6 Measurement of falling liquid trajectory

にエッジとして検出される．また左右の点群に対して，それぞれ4次式の近似曲線を描く．これを本研究では参照流線と呼び，未知パラメータの同定に用いる．

容器の搬送加速度，搬送速度は Fig. 6.7 に示すように，最大加速度が  $1.0[\text{m/s}^2]$ ，最大速度が  $0.5[\text{m/s}]$  の台形状速度入力を与え，搬送入力を与えられる間に注がれる液体の流量は定常流量であるように傾動入力を与える．

本研究では，搬送入力は上記に示す入力と固定し，流量を  $2.0 \times 10^{-4}[\text{m}^3/\text{s}]$ ， $3.0 \times 10^{-4}[\text{m}^3/\text{s}]$  の2パターンについて実験を行い，多重振り子モデルの振れが実現象に合うように未知パラメータを探索し，それらのパラメータについて考察する．Fig. 6.8(a)，(b) はそれぞれ流量を  $2.0 \times 10^{-4}[\text{m}^3/\text{s}]$ ， $3.0 \times 10^{-4}[\text{m}^3/\text{s}]$  の定常流量で注いだときの，未知パラメータ同定後の落下液体流線の  $x$  座標と各質点の移動座標の比較を示す(出湯口の幅は  $0.08[\text{m}]$ )．ここで，液体落下流線は撮影された流線に画像処理を行い検出した落下点について参照流線を設け，各質点の移動座標と近似曲線間の距離が最短となるときの  $x$  座標を示した．(b) に関しては撮影環境上の問題より，撮影範囲が限られてしまい，落下距離の最大  $0.9[\text{m}]$  までの実験値が得られている．

以上の結果より，提案する液体落下流線モデルが実現象とほぼ同様の振れを表現することができることを確認することができた．しかしながら，ここで最適化を行った未知パラメータの総数が30個 ( $m_{ci}$ ,  $m_i$  の総数) と多く，流量が変わる度に同定しなおす必要があるため，合理的ではない．そこで，次節では表面張力に関する圧力を流体の方程式を用いて導出し，中央の錘と格子による回転方向の抵抗力  $T_{\theta i}$  と入替えて近似することにより，未知パラメータの総数を削減する方法について提案する．

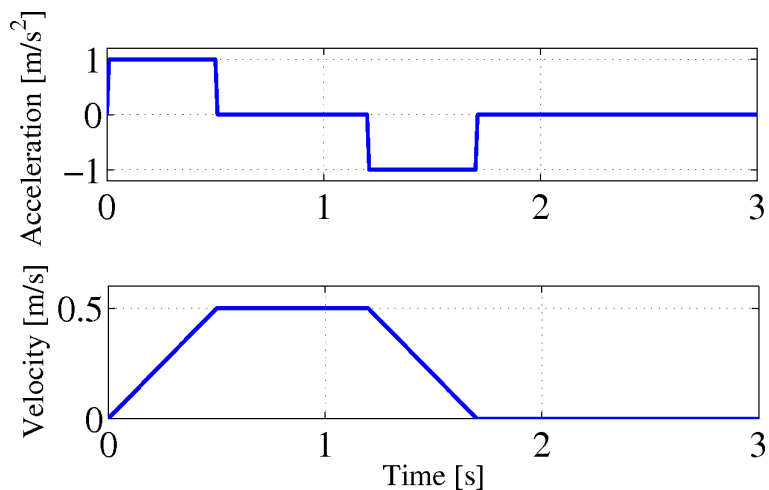


Fig. 6.7 Transfer input of liquid container

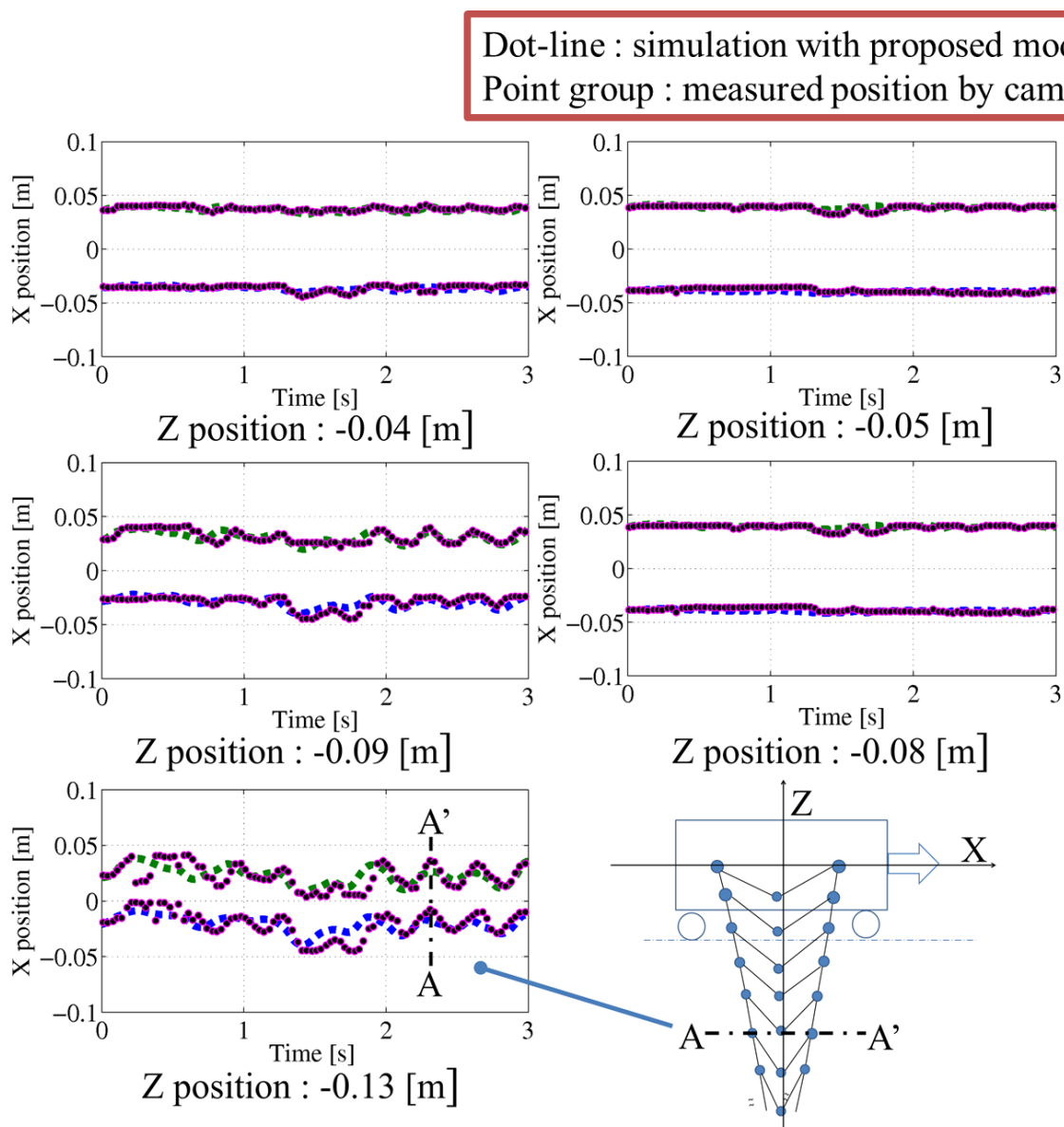
(a) Falling position ( $q=3.0 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ ) (b) Falling position ( $q=2.0 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ )

Fig. 6.8 Comparison of falling liquid position

## 6.2 流体力学による落下液体流線の導出

本節では、流体の方程式を用いて流量と表面張力および自由表面の圧力との関係を明確にすることで、本研究で提案する静力学モデルにおける流線の曲率と自由表面に垂直な圧力を導出する。液体落下流線は下記の4つの式から導出される<sup>[61]-[63]</sup>。

- 連続の方程式
- 自由表面の運動学的境界条件式
- ラプラスの式 (圧力式)
- オイラーの運動方程式

これらについて、次に詳細を述べる。

### 6.2.1 連続の方程式

微小体積当たりの質量保存側により連続の方程式は(6.21)式のように示される。

$$\frac{D(\rho a \delta y)}{Dt} = \rho a \frac{D\delta y}{Dt} + \rho \delta y \frac{Da}{Dt} = 0 \quad (6.21)$$

ここで、 $\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$  は密度、 $\delta y[\text{m}]$  は Fig. 6.9 の  $y$  方向における微小長さを示す。また、 $D/Dt$  は次のように定義される。Fig. 6.9 における  $V_0[\text{m}/\text{s}^2]$  は  $y$  方向の流速を示し、 $A_0[\text{m}]$  は注ぎ口 (鑄造では出湯口) の幅を表す。

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial y} = 0 \quad (6.22)$$

時刻  $t$  における微小長さ  $\delta y$  が  $\delta dt$  秒間後に  $\delta y'$  に増大すると仮定すると、(6.23) 式のように示される。ただし、 $x, y$  方向の速度成分をそれぞれ  $u, v$  とする。

$$\delta y' = \delta y + \frac{\partial v}{\partial y} \delta y \delta t \quad (6.23)$$

このとき、(6.23) 式は式変換により(6.24)式で表される。また、(6.22)式を用いると(6.25)式が示される。

$$\frac{D(\delta y)}{Dt} = \frac{\delta y' - \delta y}{\delta t} = \frac{\partial v}{\partial y} \delta y \quad (6.24)$$

$$\frac{Da}{Dt} = \frac{\partial a}{\partial t} + v \frac{\partial a}{\partial y} \quad (6.25)$$

従って、(6.24)式、(6.25)式を(6.21)式に代入すると、(6.26)式が導出される。

$$\frac{\partial a}{\partial t} + v \frac{\partial a}{\partial y} + a \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6.26)$$

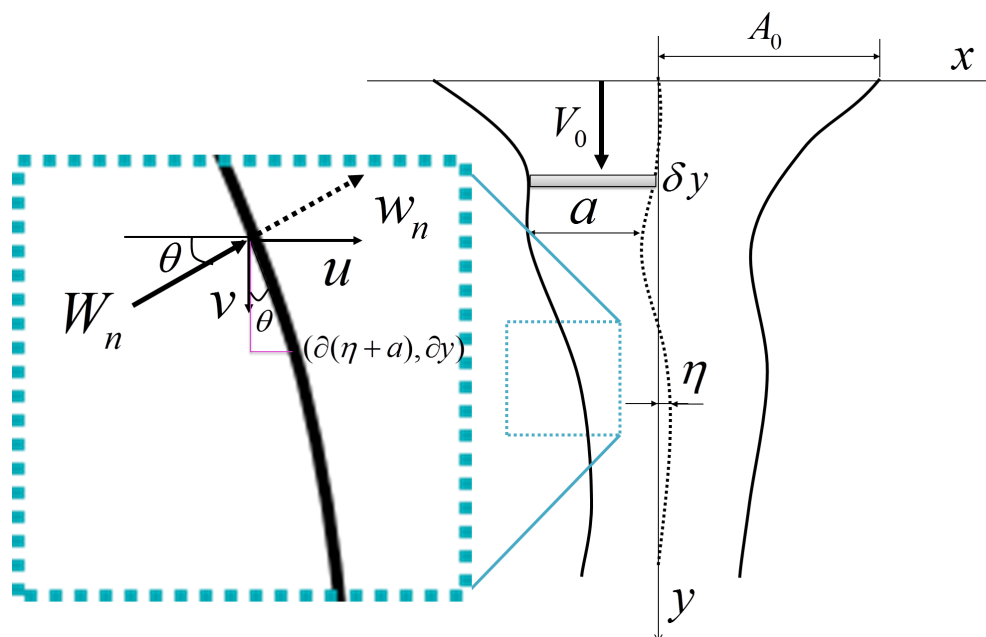


Fig. 6.9 Illustration diagram of falling liquid

### 6.2.2 自由表面の運動学的境界条件式

液体粒子と界面の速度が等しくなる (Fig. 6.9 における  $W_n = w_n$ ) の条件を基に導出する。  $W_n$  と  $w_n$  は (6.27) 式, (6.28) 式に示される。

$$w_n = u \cos \theta - v \sin \theta \quad (6.27)$$

$$W_n = \frac{\partial(\eta \pm a)}{\partial t} \cos \theta \quad (6.28)$$

このとき, (6.27) 式と (6.28) 式が等しい条件より, (6.30) 式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\eta \pm a)}{\partial t} \cos \theta - u \cos \theta + v \sin \theta &= 0 \\ u &= \frac{\partial(\eta \pm a)}{\partial t} + v \tan \theta \end{aligned} \quad (6.29)$$

ここで,  $\tan \theta$  は Fig. 6.11 に示すように, 次のように表すことができる。

$$\tan \theta = \frac{\partial(\eta \pm a)}{\partial y} \quad (6.30)$$

従って, (6.30) 式) は次のように示される。

$$u = \frac{\partial(\eta \pm a)}{\partial t} + v \frac{\partial(\eta \pm a)}{\partial y} \quad (6.31)$$

### 6.2.3 ラプラスの式 (圧力式)

表面張力と曲率の関係から自由表面の圧力が導出される。 Fig. 6.10 において, 弧の微小長さを  $ds[\text{m}]$ , 微小角度  $d\alpha[\text{rad}]$  とすると,

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy \quad (6.32)$$

また、曲線の傾きを (6.32) 式で表すと、 $\tan d\alpha = d\alpha$  の近似を用いて (6.34) 式が導出される。

$$\begin{cases} \tan \alpha &= \frac{dx}{dy}, \\ \tan(\alpha + d\alpha) &= \frac{dx}{dy} + \frac{d^2x}{dy^2} dy \\ &= \frac{\tan \alpha + \tan d\alpha}{1 - \tan \alpha \tan d\alpha} \simeq \frac{(dx/dy) + d\alpha}{1 - (dx/dy)d\alpha} \end{cases} \quad (6.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dy} + \frac{d^2x}{dy^2} dy &\simeq \frac{(dx/dy) + d\alpha}{1 - (dx/dy)d\alpha} \\ d\alpha &= \frac{d^2x/dy^2}{1 + (dx/dy)^2 + (dx/dy)(d^2x/dy^2)} dy \end{aligned} \quad (6.34)$$

ここで、(6.34) 式の分母3項目を微小値として省くと次のように示される。

$$d\alpha = \frac{d^2x/dy^2}{1 + (dx/dy)^2} dy \quad (6.35)$$

以上より、円弧の曲率は (6.32) 式、(6.35) 式を用いると (6.36) 式のように導出される。

$$R = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta \alpha} = \frac{ds}{d\alpha} = \frac{[1 + (dx/dy)^2]^{\frac{3}{2}}}{d^2x/dy^2} \quad (6.36)$$

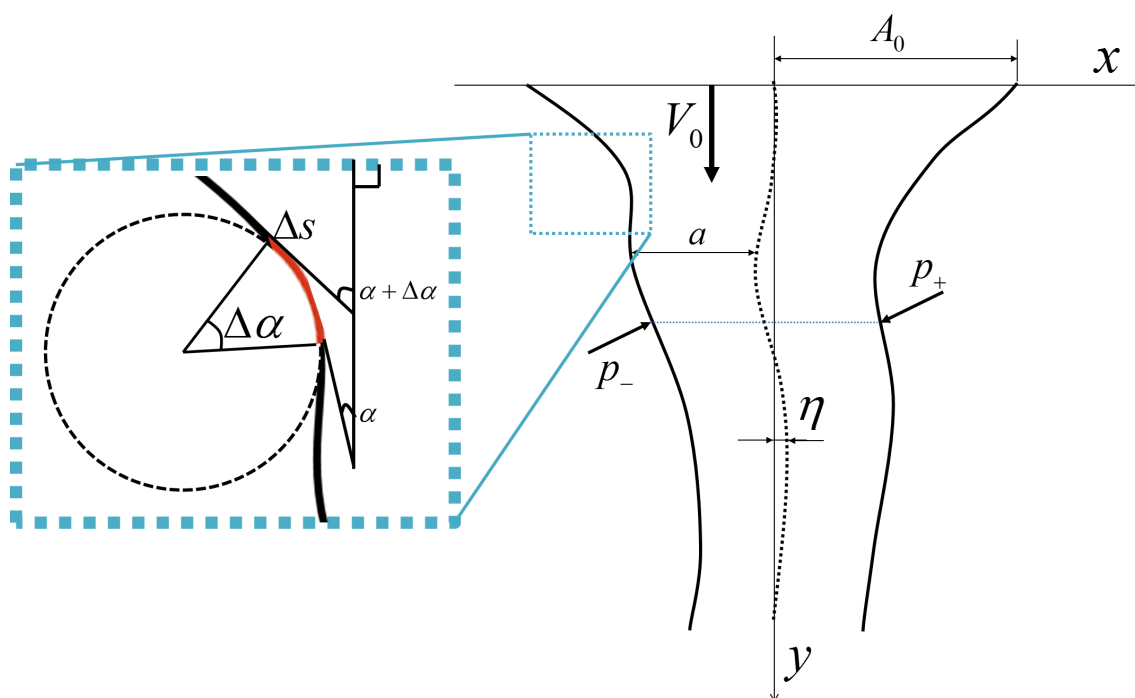


Fig. 6.10 Illustration diagram for Laplace equation



従って、次に示すラプラスの式によって、落下液体の表面に作用する圧力が導出される。

$$p = \frac{2\sigma}{R} = 2\sigma \frac{d^2(\eta \pm (a/2))/dy^2}{[1 + (d(\eta \pm (a/2))/dy)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (6.37)$$

ここで、 $\sigma$  は表面張力である。また、Fig. 6.10 に示すように圧力を左右に分割すると (6.38) 式のように示される。

$$p_{\pm} = \mp \sigma \frac{\partial^2(\eta \pm (a/2))/\partial y^2}{[1 + (\partial(\eta \pm (a/2))/\partial y)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (6.38)$$

#### 6.2.4 オイラーの運動方程式

オイラーの運動方程式により、 $x$  方向と  $y$  方向に関する方程式は次のように示される。

$$\rho a' \delta y \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \left( \rho a' \delta y \frac{Du}{Dt}, \rho a' \delta y \frac{Dv}{Dt} \right) \quad (6.39)$$

また、Fig. 6.11 に示す要素に加わる作用力を考えると鉛直方向に (6.40) 式、(6.41) 式の圧力が作用し、水平方向に (6.38) 式の圧力が作用する。

$$P_U = P - \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) \left( \frac{\delta y}{2} \right) \quad (6.40)$$

$$P_L = P + \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) \left( \frac{\delta y}{2} \right) \quad (6.41)$$

ただし、 $P = (p_+ + p_-)/2$  である。

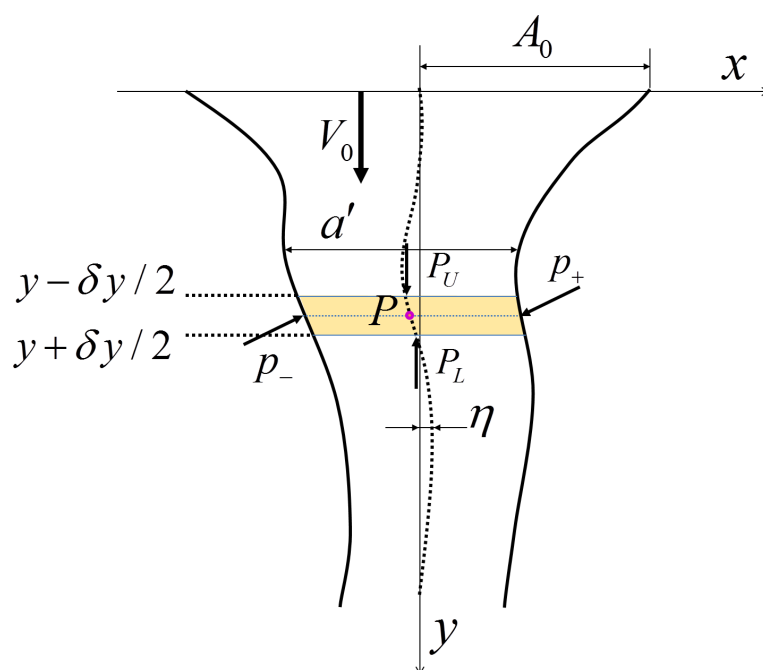


Fig. 6.11 Illustration diagram for Euler equation

また，各方向のモーメントの総和は，(6.42) 式，(6.43) 式で示される．

$$P_U \left\{ a' - \left( \frac{\partial a'}{\partial y} \right) \left( \frac{\delta y}{2} \right) \right\} - P_L \left\{ a' + \left( \frac{\partial a'}{\partial y} \right) \left( \frac{\delta y}{2} \right) \right\} + g = \left( -a' \frac{\partial P}{\partial y} + \Delta P \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \delta y + g \quad (6.42)$$

$$p_+ \left\{ \left( \frac{\partial(\eta + a'/2)}{\partial y} \right) \right\} \delta y - p_- \left\{ \left( \frac{\partial(\eta - a'/2)}{\partial y} \right) \right\} \delta y = -\Delta P \delta y \quad (6.43)$$

ただし， $\Delta P = p_+ - p_-$  である．

従って，(6.39) 式，(6.42) 式，(6.43) 式より (6.44) 式の関係が得られるため，それぞれ次のように変換することができる．

$$\begin{cases} \rho a' \delta y \frac{Dv}{Dt} = \left( -a' \frac{\partial P}{\partial y} + \Delta P \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \delta y + g \\ \rho a' \delta y \frac{Du}{Dt} = -\Delta P \delta y \end{cases} \quad (6.44)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\Delta P}{\rho a'} \frac{\partial \eta}{\partial y} + g \quad (6.45)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\Delta P}{\rho a'} \quad (6.46)$$

さらに，Weber 数，Froude 数を用いて無次元化すると (6.47) 式，(6.48) 式が導出される．

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{We} \left( -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\Delta P}{a} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \frac{1}{2Fr^2} \quad (6.47)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{We} \Delta P \quad (6.48)$$

ここで，Weber 数，Froude 数は次のように定義される．

$$We = \frac{V_0^2}{\sigma/a_0}, Fr = \frac{V_0}{\sqrt{2a_0g}} \quad (6.49)$$

### 6.2.5 定常解

定常状態では主流部分是对称とみなせるので  $\eta = 0$  であり， $\frac{\partial}{\partial t} = 0$  となるので，(6.31) 式より  $u = 0$  となる．また，(6.26) 式より  $\frac{\partial av}{\partial x} = 0$  となり，無次元化により  $a(0) = u(0) = 1$  であるため，次の条件式が満たされる．

$$av = 1 \quad (6.50)$$

さらに，(6.47) 式は，対称である条件から  $\Delta P = 0$  となり次のように簡略化される．

$$v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{We} \left( -\frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{1}{2Fr^2} \quad (6.51)$$

従って，(6.50) 式，(6.51) 式より，(6.52) 式が導出される．

$$-\frac{1}{a^3} \frac{\partial a}{\partial y} = \frac{1}{We} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{d^2 a / dy^2}{[1 + (da/dy)^2]^{3/2}} \right) + \frac{1}{2Fr^2} \quad (6.52)$$

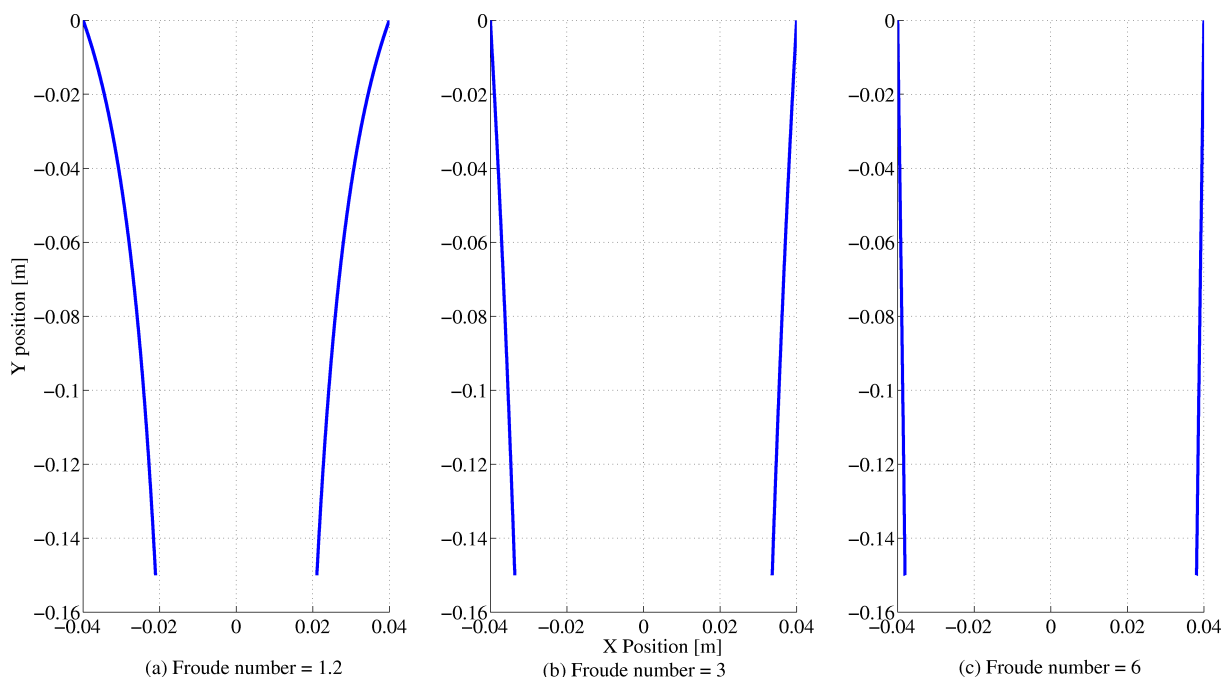


Fig. 6.12 Estimation results for changing froude number

(6.52) 式に示した微分方程式についてルンゲクッタ法を用いて数値解を導出した。Fig. 6.12 は Weber 数を  $We = 10^6$  とし，Froude 数を  $Fr = 1.2, 3, 6$  と変更した時の数値解を示す。これにより，重力に対して初期流速を大きくすると，落下位置の中央への収縮度が小さくなる事が確認できる。

### 6.3 提案モデルに関する未知パラメータ同定

数値解により導出した圧力分布 ( $p_+$ ,  $p_-$ ) を振子モデルに作用する外力と近似することにより，同様の推定結果が得られるものと考えられる。そこで，(6.20) 式を基に，水平方向に加わるトルクを考慮し，質量を次のように決定した。

$$\begin{cases} m_i \approx k |p_{\pm}| / (\cos \theta_i) \\ m_{ci} \approx 0 \end{cases} \quad (6.53)$$

ここで， $k$  のみが未知パラメータであり，最適化を用いて同定する。また，中央の錘と格子による回転方向の抵抗力である  $T_{\theta_i}$  はトルクの釣合いから次のように示される。従って導出された圧力 ( $p_+$ ,  $p_-$ ) が中央の錘の質量とする代わりに作用しており，圧力 ( $p_+$ ,  $p_-$ ) は (6.52) 式に示すように流速を用いて導出されることから，流速が変化した場合においても適用できるものと考えられる。

$$T_{\theta_i} = |p_{\pm}| - m_i \cos \theta_i \quad (6.54)$$

Fig. 6.13 には，Fig. 6.8 と同様に比較検証を行った。流量は  $q = 2.0 \times 10^{-4}$  [m<sup>3</sup>/s] を与え，台形速度入力を搬送入力とした。以上より，圧力 ( $p_+$ ,  $p_-$ ) によって近似した場合においても，同

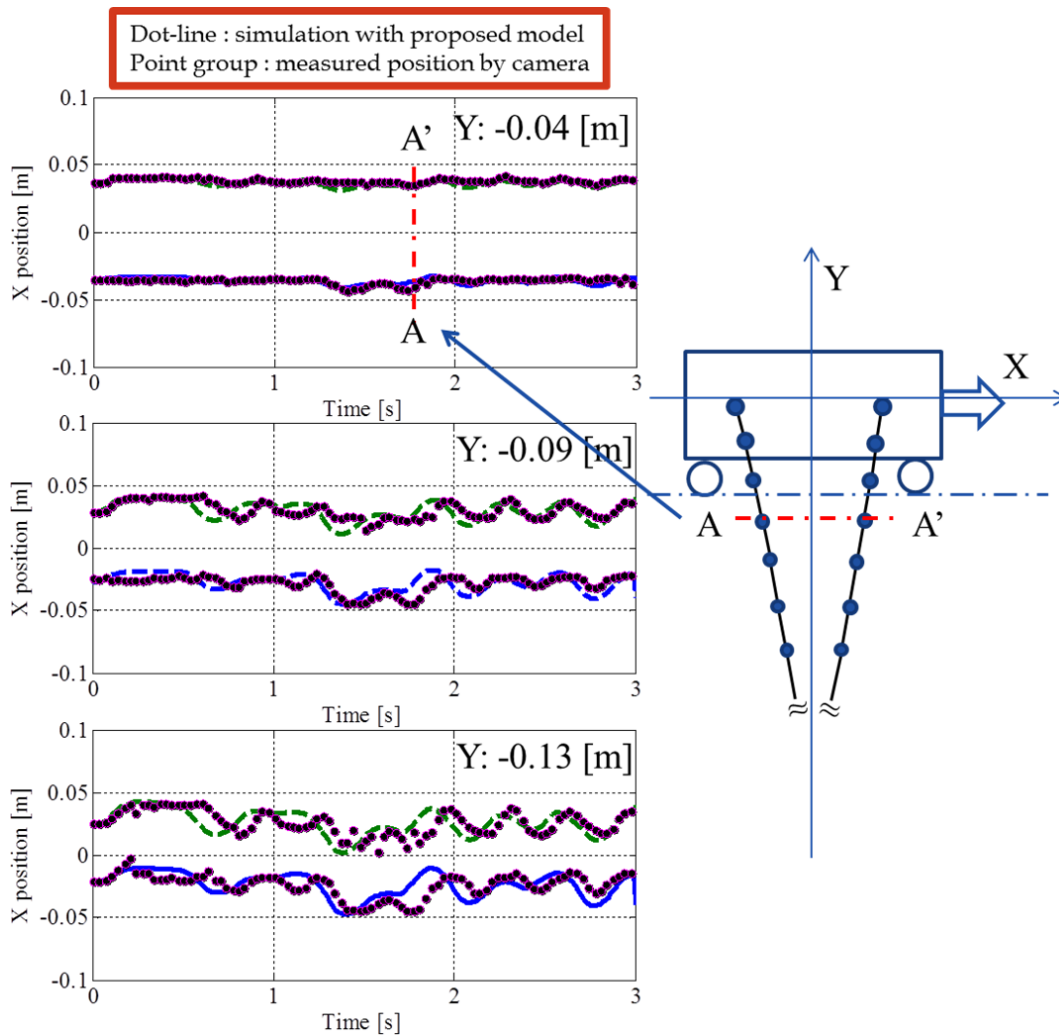


Fig. 6.13 Comparison of falling liquid position by approximated model

様の傾向が見られることから、先に述べた流体の方程式によって未知パラメータを近似できるものと考えられる。また、Fig. 6.13 より、加速終了時刻 (1.2[s] 付近) と減速終了時刻 (2[s] 付近) において、参照流線と比較し推定値に偏差が生じている。この偏差に関しては、搬送方向に掛かる圧力が加減速終了時刻とともに瞬時に零にならず、遅れて減圧していることがいえる。従って今後は、むだ時間を考慮した液体落下流線モデルの改善が必要とされる。

## 第7章 結言と今後の展望

### 7.1 結言

本研究では、搬送しながら溶融金属を注ぐ自律走行型自動注湯ロボットにおける境界要素モデルの構築および液体落下流線モデルの構築し、また容器傾動をともなう制振搬送制御システムに関する研究を行った。得られた結果を以下に要約する。

1. 液面振動が励起するメカニズムについて述べ、従来の振動制御手法について比較と考察を行った。搬送制御で共通していることは、全ての制御手法が液面振動の固有周波数に基づいて搬送入力を設計していることであり、固有周波数成分を搬送入力に持たせないことが液面振動を励起させない条件となることがわかる。また、より短時間で搬送するためには、固有周波数成分外のゲインを高く設計する必要があるが、高次モード振動の固有周波数を考慮しなければならない。従来の制御モデルのほとんどは1次モード振動のみについて考慮されたモデルを用いており、厳密に高次モード振動を推定して搬送制御に利用した研究が成されていないため、本研究では高次モード振動に関して流体の方程式を用いて導出した。
2. 取鍋を搬送しながら溶融金属を注ぐ場合において、液面振動固有周波数が変動することを確認した。そこで、鑄造現場で一般的に用いる円筒形状取鍋の直径と傾動角度に関して、固有周波数がどのように変動するのかを解析した。また、主成分分析と重回帰分析を用いて搬送中にリアルタイムで固有周波数を推定するための回帰式を導出し、傾動角度と液体重量のセンサ値をフィードバック情報を基にノッチフィルタの阻止周波数を切替える制振制御手法を提案した。さらに、提案システムが常に安定した動作を行うかどうかに関して、LPVシステムに関する安定性を満足させる時変パラメータの範囲について述べた。
3. ラプラスの方程式、圧力式、境界条件式を基に境界要素法を用いて液面を複数の選点に分割し、それぞれの選点において液面変位を推定できる境界要素モデルを構築した。本提案モデルは線形状態方程式へ変換されており、厳密に高次モード振動を予測しながら制振制御入力を導出することが可能である。従って、本研究では水平の搬送動作と傾動動作に関して同時に制御入力を求めることによって液面変位を常にほぼ零を保ちながら、高速に搬送する制振搬送システムを構築することができた。
4. 溶融金属を注ぎながら搬送すると、注がれる液体は搬送方向に乱れを生じる。そこで、注がれる液体に作用する力を考慮し、液体落下流線がどのような軌跡をたどるかについて搬送中に予測が可能な推定モデルを構築した。本提案モデルは実現象および理論式と比較し、パラメータを同定することによって実現象を精度よく推定できるものと考えられる。本研究では、定常流量でそそがている条件のもとで、取鍋を搬送する際の落下液体の振舞いについて実現象に近い傾向を示すパラメータの決定方法について提案し、今後の

課題について述べた。

傾動をともなう搬送や高次モード振動の固有周波数をより精度よく推定するモデルの構築とそれらを用いた搬送システムを導入することによって、生産効率の向上が期待できる。また、液体の振舞いをリアルタイムで予測しながら搬送動作を設計する手法は安全性を確保するためにも役立つものと考えられる。

## 7.2 今後の展望

残された課題と今後の展望を述べる。

- 介在物の付着による取鍋形状変化を考慮したロバスト制御

溶融金属を注ぐ実現場においては、取鍋内にノロと呼ばれる酸化物が取鍋壁面へ付着し、取鍋形状が変化する。これにともなって、液面振動固有周波数が変動することが想定される。そこで、ノッチフィルタの阻止周波数帯域を形状変化に応じて、広くしていくことでロバストに対応することが可能である。従ってカメラなどを用いて、取鍋内や液体の動きを計測し、計測値に基づいてフィルタ周波数帯域を変える制御システムの導入が必要となる。

- 円筒形状容器の非線形性を考慮した制御手法の提案

円筒形状容器における境界要素モデルを構築することで、CFD ソフトウェアを使用せずに固有周波数を推定することが可能となり、主成分データベースの構築などに役立つものと考えられる。また、円筒形状容器に対して制振搬送システムを構築する場合、構築される境界要素モデルは非線形となるため、非線形制御手法の導入が必要である。

- 液体落下流線モデルの応用

流量が時変で変動する場合に関しては、流速や自由表面の曲率が変わるため、内部圧力が時々刻々と変動する。そこで、流量にともなって錘質量をリアルタイムで変えることで各錘の間で作用する相対的な圧力差を発生させることができるものと考えられる。また、本モデルを搬送方向に加えて傾動方向へも拡張することで搬送方向と傾動方向の2次元平面において落下位置を推定することが可能となる。

- 搬送と注湯システムの統合制御

搬送と注湯システムを統合したシステムにモデル予測制御手法を用いることによって、落下位置や注湯流量の偏差値を評価しながら搬送動作を設計することが可能となる。これにより、注湯精度を安定に保ちながら効率よく搬送する統合化システムの構築が期待される。

## 掲載論文と国際会議

### 掲載論文

- 液体容器搬送システムにおけるモデル予測制御を用いたスロッシングの抑制: 岡塚尚, 渋谷涼太, 野田善之, 松尾芳樹, 寺嶋一彦, 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 77, No. 783, pp. 4068-4080, 2011
- 液体容器搬送システムにおける振動予測手法を用いた傾動をともなう制振搬送制御: 渋谷涼太, 岡塚尚, 野田善之, 寺嶋一彦, 計測自動制御学会論文集, Vol. 49, No. 1, pp. 134-141, 2013
- 注湯と搬送を並行する傾動式自動注湯機における液面振動固有周波数の推定と振動抑制: 渋谷涼太, 野田善之, 前田安郭, 寺嶋一彦, 鑄造工学, Vol. 86, No. 1, pp. 12-18, 2014

### 解説論文

- 振動制御を考慮したセンサレス高速搬送制御の研究動向と展望: 寺嶋一彦, 渋谷涼太, 機械の研究, 養賢堂, Vol. 65, No. 1, pp. 25-34, 2013

### 査読付き国際論文

- Sloshing Suppression Control of Liquid Container Transfer with Tilting Motion using Principal Component Analysis: R. Shibuya, Y. Noda, K. Terashima, Proc. of SICE Annual Conference 2010, pp.967-972, 2010
- Sloshing Control of Molten Metal during Transfer and Tilt Motion of Ladle by Automatic Pouring Robot: R. Shibuya, Y. Noda, K. Terashima, Proc. of The 69th World Foundry Congress, pp.1029-1034, 2010
- High-Accuracy Estimation and Suppression Control of Sloshing for Molten Metal using Generalized Predictive Control Method: R. Shibuya, H. Okatsuka, Y. Noda, K. Terashima, Proc. of The 11th Asian Foundry Congress, pp.175-178, 2011
- Transferring and Tilt Motion Control of the Liquid Container to Suppress Sloshing by Using Generalized Predictive Control Method: R. Shibuya, H. Okatsuka, Y. Noda, K. Terashima, Proc. of 2011 IEEE/SICE International Symposium on System Integration, pp.1055-1060, 2011
- Sloshing Suppression Control by using Physical Boundary Element Model and Predictive Control in Liquid Container Transfer System: H. Okatsuka, R. Shibuya, K. Terashima, Y. Noda, Y. Matsuo, Proc. of 9th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Vol.2, pp.507-512, 2012

## 参考文献

- [1] ”「1個流しの鋳造ライン」設置面積1/5のダントツ工場”, 日経BP社(日経ものづくり), No. 708, pp. 38-41, 2013
- [2] 杉村延広, ”生産加工技術の最新動向:変種変量生産をめざして”, 計測と制御, Vol. 52, No. 1, pp. 2-4, 2013
- [3] 島一己, ”パイプレス進化論-多様な在り方を求めて”, 化学装置, Vol. 39, No. 4, pp. 72-76, 1997
- [4] 星野智史, 関宏也, 太田順, ”柔軟性と俊敏性を有したバッチ式生産システムのためのロボット群操作戦略の提案”, 日本機械学会年次大会講演論文集, No. 11-1, 2011
- [5] 西田理, ”「日本の鋳造自動化の動向」注湯工程の自動化”, 素形材, Vol. 47, No. 10, pp. 6-10, 2006
- [6] 寺嶋一彦, 三好孝典, 野田善之, ”21世紀の鋳造工場に必要な革新的オートメーション技術”, 鋳造工学, Vol. 81, No. 8, pp. 400-408, 2009
- [7] 寺嶋一彦, ”鋳造業における自動注湯・溶湯搬送の現状”, 素形材, Vol. 39, No. 6, pp. 1-8, 1998.
- [8] H. Bauer, ”Fluid Oscillations in the Containers of a Space Vehicle and Their Influence upon Stability”, NASA-TR-R-187, 1964
- [9] F. Dodge, ”The New Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers”, Southwest Research Inst., 2000
- [10] H. Abramson, W. Chu and D. Kana, ”Some Studies of Nonlinear Lateral Sloshing in Rigid Containers”, Journal of applied mechanics, Vol. 33, No. 4, pp. 777-784, 1966
- [11] 曾我部潔, 柴田碧, ”円筒液体貯槽の液面動揺の応答 第1報-基礎式と正弦波解-”, 生産研究, Vol. 26, No. 3, pp. 119-122, 1974
- [12] 曾我部潔, 柴田碧, ”円筒液体貯槽の液面動揺の応答 第1報-正弦波過渡応答解-”, 生産研究, Vol. 26, No. 4, pp. 152-154, 1974
- [13] 曾我部潔, ”軸対称液体貯槽の液面動揺の固有周期計算法に対する一提案”, 生産研究, Vol. 26, No. 7, pp. 271-274, 1974



- [14] 内海雅彦, 木村康治, 坂田勝, ”長方形貯槽における液体-側壁連成振動の非定常不規則応答解析”, 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 49, No. 446, pp. 1670-1680, 1983
- [15] 天野研, 小泉真, 山川正剛, ”境界要素法による三次元スロッシング解析”, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 56, No. 523, pp. 684-689, 1990
- [16] 橋本弘之, 榊田明信, ”凝固を伴う液体スロッシング現象”, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 57, No. 533, pp. 87-93, 1991
- [17] 田中宏明, 中山司, ”三次元貯槽内の非線形スロッシングに対する境界要素解法”, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 57, No. 538, pp. 1934-1940, 1991
- [18] A. Royon-Lebeaud, E. Hopfinger and A. Cartellier, ”Liquid Sloshing and Wave Breaking in Circular and Square-base Cylindrical Containers”, Vol. 577, pp. 467-494, 2007
- [19] 木村康治, 高原弘樹, 坂田勝, ”ピッチング励振を受ける容器内液面の振動解析”, 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 51, No. 565, pp. 2606-2612, 1993
- [20] O. Fatinsen, O. Rognebakke, I. Lukovsky and A. Timokha, ”Multidimensional Modal Analysis of Nonlinear Sloshing in a Rectangular Tank with Finite Water Depth”, Cambridge University Press, Vol. 407, pp. 201-234, 2000
- [21] O. Faltinsen, O. Rognebakke and A. Timokha, ”Resonant Three-Dimensional Nonlinear Sloshing in a Square-base Basin”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 487, pp. 1-42, 2003
- [22] M. Guillot, ”Application of a Discontinuous Galerkin Finite Element Method to Liquid Sloshing”, University of New Orleans, Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol. 128, No. 1, pp. 1-10, 2006
- [23] Y. K. Song, K. Chang, Y. Ryu and S. H. Kwon, ”Experimental Study on Flow Kinematics and Impact Pressure in Liquid Sloshing”, Exp Fluids, 54:1592, 2013
- [24] F. Hara and H. Shibata, ”Experimental Study on Active Suppression by Gas Bubble Injection for Earthquake Induced Sloshing in Tanks - Vibration”, Control Engineering, Engineering for Industry, JSME international journal, Vol. 30, No. 260, pp. 318-323, 1987
- [25] 杉江俊治, 芦谷達治, ”凸最適化と H<sub>∞</sub> 制御に基づく液体タンク最適搬送制御”, システム制御情報学会論文誌, Vol. 9, No. 4, pp. 172-178, 1996
- [26] J. Feddema, C. Dohrmann and G. Parker, ”Control for Slosh-Free Motion of a Open Container”, Control Systems Magazine of IEEE, Vol. 17, pp. 29-36, 1997
- [27] 山形浩実, 金子成彦, ”移動する円筒タンク内液体のスロッシング抑制制御”, 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 64, No. 621, pp. 1676-1684, 1998

- [28] H. Ohtsuka, Z. Iwai and I. Mizumoto, "Discrete Adaptive State Feedback Control Based on a Strict Positive Realness and Its Application to the Liquid Container Transfer System", JSME international journal. Series C, Vol. 41, No. 3, pp. 371-377, 1998
- [29] M. Grundelius and B. Bernhardsson, "Control of Liquid Slosh in an Industrial Packaging Machine", IEEE International Conference on Control Applications, Vol. 2, pp. 1654-1659, 1999
- [30] M. Tzamtzi and F. Koumboulis, "Sloshing Control in Tilting Phases of the Pouring Process", International Journal of Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Vol. 1, No. 3, pp. 175-182, 2007
- [31] 栗山嘉文, 矢野賢一, "溢流の防止を考慮した液体ハンドリング制御", 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 75, No. 754, pp. 1690-1697, 2009
- [32] 勝部展生, 永井正夫, "傾動式自動注湯機の液面制御に関する研究 (第1報, モデリングと制御)", 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 65, No. 634, pp. 185-191, 1999
- [33] 勝部展生, 永井正夫, "傾動式自動注湯機の液面制御に関する研究 (第2報, 搬送中における容器傾動入力による予見制御の提案)", 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 67, No. 658, pp. 1792-1798, 2001
- [34] 勝部展生, 永井正夫, "傾動式自動注湯機の液面制御に関する研究 (第3報, 傾動制御系と液面制御系の協調制御)", 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 68, No. 670, pp. 1747-1752, 2002
- [35] 浜口雅史, 寺嶋一彦, 野村宏之, "各種設計条件における液体タンクの最適搬送制御", 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 60, No. 573, pp. 1668-1675, 1994
- [36] 浜口雅史, 茂木裕彦, 寺嶋一彦, 野村宏之, "境界要素解析に基づく液体タンクの最適搬送制御", 計測自動制御学会論文集, Vol. 31, No. 9, pp. 1442-1451, 1995
- [37] 矢野賢一, 小黒直樹, 寺嶋一彦, "周波数仕様を考慮したハイブリッド整形法による制振起動制御", 計測自動制御学会論文集, Vol. 37, No. 5, pp. 403-410, 2002
- [38] K. Yano, S. Higashikawa and K. Terashima, "Sloshing Suppression Control of Liquid Container Transfer System Considering the 3D Transfer Path", IEEE/ASME transactions on mechatronics, Vol. 10, No. 1, pp. 8-16, 2005
- [39] 矢野賢一, 川岸博伸, 寺嶋一彦, "CFD によるスロッシング解析と溶湯搬送制御システム設計", 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 68, No. 671, pp. 2001-2008, 2002
- [40] 野田善之, 矢野賢一, 寺嶋一彦, "注湯取鍋搬送の複合動作を伴う自走式自動注湯ロボットにおける円筒形状取鍋の注湯および液面振動抑制制御", 日本ロボット学会誌, Vol. 24, No. 1, pp. 94-103, 2006

- [41] Y. Noda, K. Yano, S. Horihata and K. Terashima, "Sloshing Suppression Control During Liquid Container Transfer Involving Dynamic Tilting using Wigner Distribution Analysis", Proc. of IEEE Conference on Decision and Control, pp. 3045-3052, 2004
- [42] 野田善之, 矢野賢一, 寺嶋一彦, "追従物体の速度加速度制約, 液面振動抑制を考慮した移動物体への自動位置検出とトラッキング制御システム", 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 3, pp. 265-274, 2006
- [43] 松田政夫, 頃安貞利, "注湯機の傾動軸迅速昇降装置による流量最適化の試み", Vol. 69, No. 3, pp. 207-212, 1996
- [44] 松田政夫, 頃安貞利, "傾動軸迅速昇降自動注湯機による湯口系溶湯流れの実験的研究", Vol. 69, No. 9, pp. 731-736, 1997
- [45] 松田政夫, 頃安貞利, "自動注湯機の傾動軸2段昇降装置による初期流量増大化の試み", Vol. 71, No. 7, pp. 443-448, 1999
- [46] M. Kaneko, Y. Sugimoto, K. Yano and K. Terashima, "Supervisory Control of Pouring Process by Tilting-Type Automatic Pouring Robot", Proc. of the 2003 IEEE/RSJ Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 3004-3009, 2003
- [47] 野田善之, 寺嶋一彦, "傾動式自動注湯システムにおける注湯流量モデルと逆モデルによる注湯流量フィードフォワード制御", 日本機械学会論文集(C編), Vol. 72, No. 722, pp. 3147-3154, 2006
- [48] 野田善之, 松尾祐介, 寺嶋一彦, 橋本邦弘, 鈴木新雄, "高精度取鍋傾動式自動注湯機のための重量センサレスフィードフォワード鋳込重量制御", Vol. 80, No. 8, pp. 466-474, 2008
- [49] R. Fukushima, Y. Noda and K. Terashima, "Falling Position and Anti-Sloshing Control of Liquid Using Automatic Pouring Robot", Proc. of International PhD Foundry Conference, No. 45, pp. 1-10, 2009
- [50] 野田善之, 福嶋隆輔, 寺嶋一彦, "取鍋傾動式自動注湯機における取鍋から流出する液体の落下位置制御", 日本機械学会論文集C編, Vol. 78, No. 794, pp. 3446-3458, 2012
- [51] 和田誠, 小川隆申, 田村浩章, 山下公明, 大日方昭善, "飲料缶から注ぎ出される液体の挙動に関する可視化実験および数値解析", 日本機械学会論文集(B編), Vol. 79, No. 806, pp. 1963-1972, 2013
- [52] 逢澤正行, 篠原修, "水理学知見に基づく落水表情の予測とデザイン", 水工学論文集, Vol. 41, pp. 1121-1124, 1997
- [53] 逢澤正行, "自由落下型と越流型の落水表情についての実験的研究", 土木学会論文集, Vol. 593, pp. 105-115, 1998

- [54] 逢澤正行, "落水表情と景観,そして日本文化". 日本流体力学会誌, Vol. 23, No. 2, pp. 69-78, 2004
- [55] R. John, E. Daniel, O. Loreto, G. Qiti, K. Eliot, M. Matthias, W. Scott, J. Heinrich and J. Heinrich, "High-speed Tracking of Rupture and Clustering in Freely Falling Granular Streams", Nature, Vol. 459, pp. 1110-1113, 2009
- [56] S. Senchenko and T. Bohr, "Shape and Stability of a Viscous Thread", Physical review E, Vol. 71, No. 5, pp. 056301-1-056301-7, 2005
- [57] 山口隆平, 高橋浩爾, "出口近傍の流れ: 第1報, 速度分布の実験的研究", 日本機械学会論文集(B編), Vol. 46, No. 403, pp. 422-431, 1980
- [58] 山口隆平, 高橋浩爾, "出口近傍の流れ: 第2報, 理論計算", 日本機械学会論文集(B編), Vol. 46, No. 403, pp. 432-439, 1980
- [59] 林拙郎, "落差工の水理計算に関する二, 三の考察", 日本林學會誌, Vol. 63, No. 3, pp. 73-78, 1981
- [60] F. Zhang, J. Peng, J. Geng, Z. X. Wangb and Z. B. Zhang, "Thermal Imaging Study on The Surface Wave of Heated Falling Liquid Films", Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 33, pp. 424-430, 2009
- [61] T. Yoshinaga and K. Kotani, "Modified Membrane Approximation on a Thin Liquid Sheet", Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 70, No. 2, pp. 372-375, 2001
- [62] 菅健太郎, 吉永隆夫, "落下する液体平面シートの振る舞い", 数理解析研究所講究録, Vol. 1271, pp. 145-154, 2002
- [63] 菅健太郎, 吉永隆夫, "液体シートを伝播する短波長攪乱に対する薄膜近似の有効性", 数理解析研究所講究録, Vol. 1311, pp. 72-84, 2003
- [64] G. Coppola, F. Rosa, and L. Luca, "Surface Tension Effects on The Motion of a Free-falling Liquid Sheet", Physics of Fluids, Vol. 25, No. 6, pp. 062103-1-062103-18, 2013
- [65] T. Flash and N. Hogan, "The Coordination of Arm Movements -an Experimentally Confirmed Mathematical Model", The Journal of Neuroscience, Vol. 5, No. 7, pp. 1688-1703, 1985
- [66] 川人光男, 脳の計算理論. 産業図書, 1996
- [67] N. Singer and W. Seering, "Preshaping Command Input to Reduce System Vibration", Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 112, pp. 76-82, 1990

- [68] M. D. Duong, K. Terashima, T. Kamigaki and H. Kawamura, "Development of a Vibration Suppression GUI Tool Based on Input Preshaping and its Application to Semiconductor Wafer Transfer Robot", *Int. Journal of Automation Technology*, Vol. 2, No. 6, pp. 479-485, 2008
- [69] 美多勉, 金井隆, "トロリーの最大速度に注目したクレーンの最適運転法", *計測自動制御学会論文集*, Vol. 15, No. 6, pp. 833-838, 1979
- [70] 古田勝久, "メカニカルシステム制御", オーム社, pp. 203-212, 1984
- [71] 嘉納秀明, "システムの最適理論と最適化", コロナ社, 1987
- [72] 志水清孝, "最適制御の理論と計算法", コロナ社, 1994
- [73] 野田善之, 三好孝典, 寺嶋一彦, "入力・状態制約および周波数変動をともなう振動要素の抑制を考慮した目標値整形", 第33回制御理論シンポジウム, pp. 35-38, 2004
- [74] 三好孝典, 寺嶋一彦, "境界条件を考慮した有限時間多項式表現による制御入力の解析解導出", *計測自動制御論文集*, Vol. 36, No. 6, pp. 489-496, 2000
- [75] 山浦弘, 小野京右, "高次振動モードを考慮した制振アクセス制御", *日本機械学会論文集 (C編)*, Vol. 59, No. 559, pp. 727-732, 1993
- [76] 小島宏行, 羽廣憲一, "遺伝的アルゴリズムを用いた直進形クレーンの最適軌道計画と残留振動抑制制御の実験", *日本機械学会論文集 (C編)*, Vol. 69, No. 682, pp. 1479-1485, 2003
- [77] 杉江俊治, "入力と状態の制約条件を考慮した目標値整形", *システム/制御/情報*, Vol. 47, No. 11, pp. 520-525, 2003
- [78] T. Faulwasser, B. Kern and R. Findeisen, "Model Predictive Path-Following for Constrained Nonlinear Systems", *Proc. of the 48th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 15-18, 2009
- [79] C. Paul, "An Evaluation of Computational Fluid Dynamics for Spillway Modeling", *Master of Science*, 2008
- [80] 加山延太郎, "鋳物のおはなし", 日本規格協会, 2005
- [81] 寺嶋一彦, 渋谷涼太, "振動制御を考慮したセンサレス高速搬送制御の研究動向と展望", *機械の研究*, 養賢堂, Vol. 65, No. 1, pp. 25-34, 2013
- [82] 日野幹雄, "流体力学", 朝倉書店, 1992
- [83] R. Shibuya, Y. Noda and K. Terashima, "Sloshing Control of Molten Metal during Transfer and Tilt Motion of Ladle by Automatic Pouring Robot", *Proc. of 69th World Foundry Congress*, pp. 769-774, 2010

- [84] 渋谷涼太, 野田善之, 前田安郭, 寺嶋一彦, "注湯と搬送を並行する傾動式自動注湯機における液面振動固有周波数の推定と振動抑制", 鑄造工学, Vol. 86, No. 1, 2014
- [85] R. Shibuya, Y. Noda and K. Terashima, "Sloshing Suppression Control of Liquid Container Transfer with Tilting Motion using Principal Component Analysis", Proc. of SICE Annual Conference 2010, pp. 967-972, 2010
- [86] 永田靖, 棟近雅彦, "多変量解析法入門(ライブラリ新数学大系)", サイエンス社, 2001
- [87] J. Nelder and R. Mead, "A Simplex Method for Function Minimization", The Computer Journal, Vol. 7, No. 4, pp. 308-313, 1965
- [88] J. Lagarias, J. Reeds, M. Wright, and P. Wright, "Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions", SIAM Journal of Optimization, Vol. 9, No. 1, pp. 112-147, 1998
- [89] 藤森篤, "ロバスト制御", コロナ社, 2008
- [90] 大坪和久, "線形パラメータ変動制御技術の海洋工学分野への応用", 九州大学博士学位論文, 2006
- [91] 岩崎徹也, "LMI と制御", 昭晃堂, 1997
- [92] 浅井徹, "LMI に基づく線形ロバスト制御系解析・設計, 計測と制御", Vol. 42, No. 12, pp. 1032-1038, 2003
- [93] 横川琳吾, 佐藤淳, "LMI アプローチによる LPV リセットシステムの安定解析", 計測自動制御学会東北支部第 280 回研究集会, 280-13, pp.1-6, 2013
- [94] 岡塚尚, 松尾芳樹, 稲葉毅, "開容器中の液体の Sloshing less Manipulation 境界要素法を用いたモデル化と制御", シミュレーション・テクノロジー・コンファレンス発表論文集, Vol. 20, pp. 323-326, 2001
- [95] 岡塚尚, 渋谷涼太, 野田善之, 松尾芳樹, 寺嶋一彦, "液体容器搬送システムにおけるモデル予測制御を用いたスロッシングの抑制", 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 77, No. 783, pp. 4068-4080, 2011
- [96] H. Okatsuka, R. Shibuya, K. Terashima, Y. Noda and Y. Matsuo, "Sloshing Suppression Control by using Physical Boundary Element Model and Predictive Control in Liquid Container Transfer System", Proc. of 9th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Vol. 2, pp. 507-512, 2012
- [97] R. Shibuya, H. Okatsuka, Y. Noda and K. Terashima, "Transferring and Tilt Motion Control of the Liquid Container to Suppress Sloshing by using Generalized Predictive Control

- Method”, System Integration (SII), Proc. of 2011 IEEE/SICE International Symposium, pp. 1055-1060, 2011
- [98] 渋谷涼太, 岡塚尚, 野田善之, 寺嶋一彦, ”液体容器搬送システムにおける振動予測手法を用いた傾動をともなう制振搬送制御”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 49, No. 1, pp. 134-141, 2013
- [99] 神谷紀生, ”境界要素法の基礎”, 培風館, 1990
- [100] V. Romero and M. Ingber, ”A Numerical Model for 2-D Sloshing of Pseudo-viscous Liquids in Horizontally Accelerated Rectangular Containers”, the BEM 17: Boundary Element Methods, pp. 17-19, 1995
- [101] 神谷紀生, 宮沢勇人, ”非線形水面波の境界要素解析”, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 56, No. 524, pp. 1057-1061, 1990
- [102] 登坂宣好, 中山司, ”境界要素法の基礎”, 日科技連, 1987
- [103] 神谷紀生, ”演習 境界要素法 (セミナーライブラリ 計算機 (3))”, サイエンス社, 1990
- [104] 戸田盛和, ”ベクトル解析 (理工系の数学入門コース 3)”, 岩波書店, 1989
- [105] D.W.Clarke, C.Mohtadi and P.S.Tuffs, ”Generalized Predictive Control-Part I. The Basic Algorithm”, Automatica, Vol. 23, No. 2, pp. 137-148, 1987
- [106] 大塚敏之, ”モデル予測制御 (発展編, 特集 初学者のための図解でわかる制御工学 II)”, システム/制御/情報, Vol. 56, No. 6, pp. 310-312, 2012
- [107] 増田士郎, ”状態空間法による一般化予測制御系の設計法”, 計測と制御, Vol. 39, No. 5, pp. 326-330, 2000
- [108] R. Landau, M. Mejia, 小柳義夫, 春日隆, 狩野覚, 善甫康成, ”計算物理学 基礎編”, 朝倉書店, 2004





## 謝辞

本論文の執筆にあたり，多くの先生方のご指導と多くの方々のご協力を賜りました。

指導教員である豊橋技術科学大学工学部機械工学系教授 寺嶋一彦先生には，自動注湯ロボットの開発という，歴史のある大きな研究テーマを頂き，制御工学の基礎から振動制御の理論に関する応用まで，多大な知識をご教授して頂いたことに感謝いたします。特に研究報告会では，飛躍した説明に対して徹底してご指摘頂き，知識だけでなく丁寧に説明する姿勢や研究者の考え方について深く学ばせて頂きました。新しいアイデアを創出することを奨励してくれたことで，解決しなければならない課題を明確にして，着実に実行する難しさを知り，鍛えることが出来ました。本当に感謝しております。そして，十数回にわたる国内外での講演発表，1カ月間のシュトゥットガルト大学研修・海外企業での MOT 研修など，多くの議論や自己啓発の場を与えて頂き，見聞を広められたことに厚くお礼を申し上げます。本論文の遂行だけでなく，共同研究等のプロジェクトにも参加させて頂き，社会貢献に対する自覚と自信を付けることが出来ました。これからも，常に自信を持って社会貢献に邁進するために全力を尽くして参りたいと思います。

豊橋技術科学大学工学部機械工学系准教授 三好孝典先生，助教 田崎良佑先生，山梨大学大学院医学工学総合研究部准教授 野田善之先生をはじめとする諸先生方からは，研究だけでなく多方面でご指導を頂いたことに深く感謝の意を表します。

また，ご多忙中にもかかわらず，本論文の審査委員を勤めて頂き，有益なご助言を頂きました本学工学部機械工学系教授 章忠先生，准教授 内山直樹先生に厚くお礼を申し上げます。

公私の別なくご助言，および，ご協力を下さいましたシステム制御研究室の皆様，特に鑄造グループ修士課程修了生の福嶋隆輔氏，杉浦孝典氏，松本隼氏，在校生修士学生の伊藤敦氏，Natalia Restrepo 氏，田代陽平氏，Tan Ling Cheik 氏，高子貴仁氏にお礼申し上げます。そして，博士課程を切磋琢磨して共に過ごした上野祐樹氏，計測やシーズ技術について意見を交わした加藤毅氏に感謝の意を表します。また，本研究を親身に支えて下さり，学術論文で共著させて頂きましたシステム制御研究室名誉研究員の岡塚尚氏に心より感謝申し上げます。

最後に，勉学に専念する学生生活を温かく見守って頂いた両親に深く感謝いたします。



## 付録 A 液体形状パラメータの妥当性

第 4.2.1 節では液体形状のパラメータとして、 $\delta h$ 、 $\delta r$ 、 $\delta \epsilon$  を算出している。これらのパラメータによって液面振動固有周波数の変動を評価できることを確認するために、各シミュレーション条件 (Case1 ~ Case4) 毎に主成分  $z$  を導出し、それぞれ  $z_a$ 、 $z_b$ 、 $z_c$ 、 $z_d$  とする。(本文では主成分  $z$  を一つに統一するために、( $\delta h$ 、 $\delta r$ 、 $\delta \epsilon \times 4$  Cases) に関してまとめて主成分分析を行っている。)

Table A.1 はそれぞれ導出した主成分の値と固有値、寄与率を示す。どの Case においても、第 1 主成分  $z_1$  と第 2 主成分  $z_2$  の寄与率の総和が 1.00 を示すことから、2 つの主成分ベクトルにより、固有周波数の変動を完全に回帰できることがわかる。また、Fig. A.1 から Fig. A.4 は重回帰分析を用いて導出された回帰式と CFD から導出された値の比較を示すが、ほぼ値が重なっていることから同様のことが言える。従って、液体形状を表す算出したパラメータ  $\delta h$ 、 $\delta r$ 、 $\delta \epsilon$  は推定式の導出に有効である。

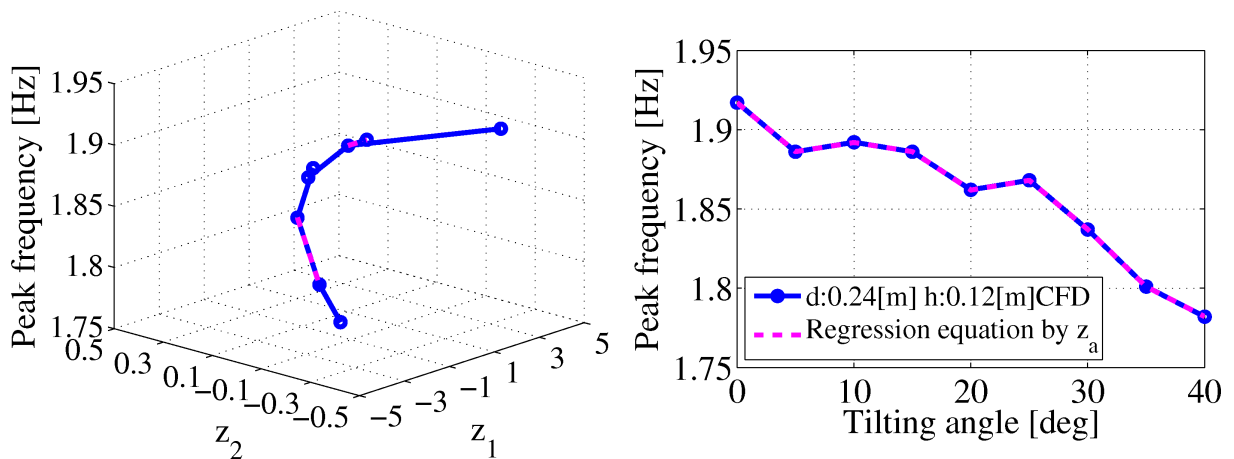


Fig. A.1 Multiple regression equation with  $z_a$

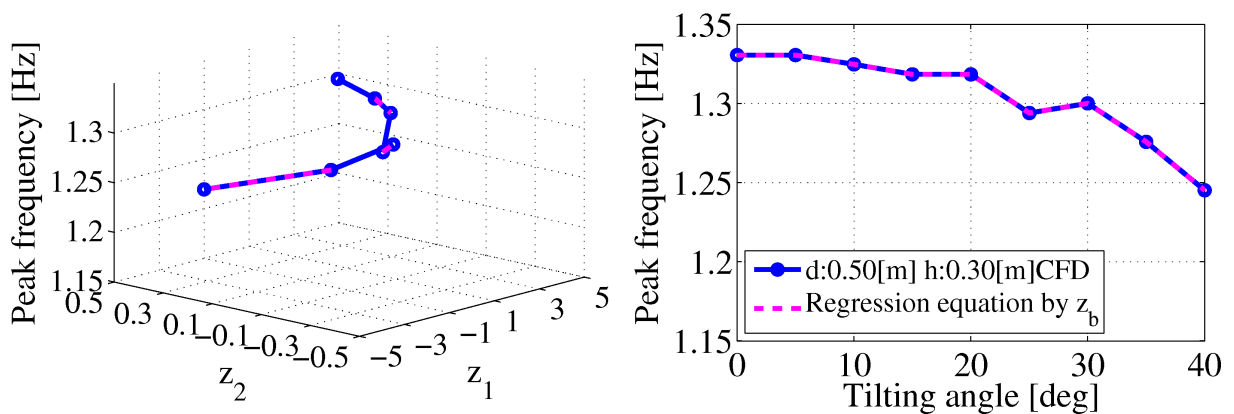
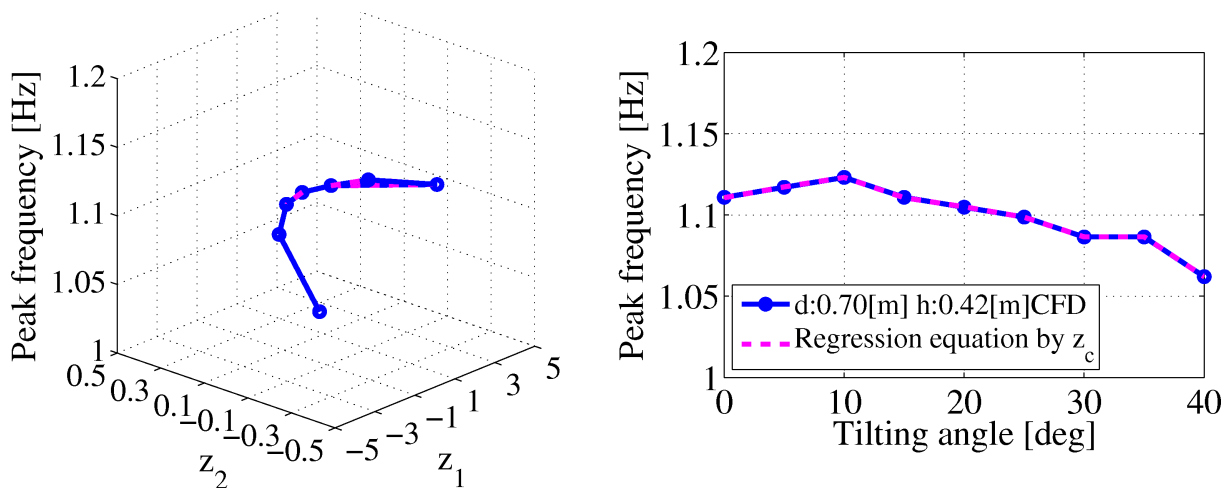
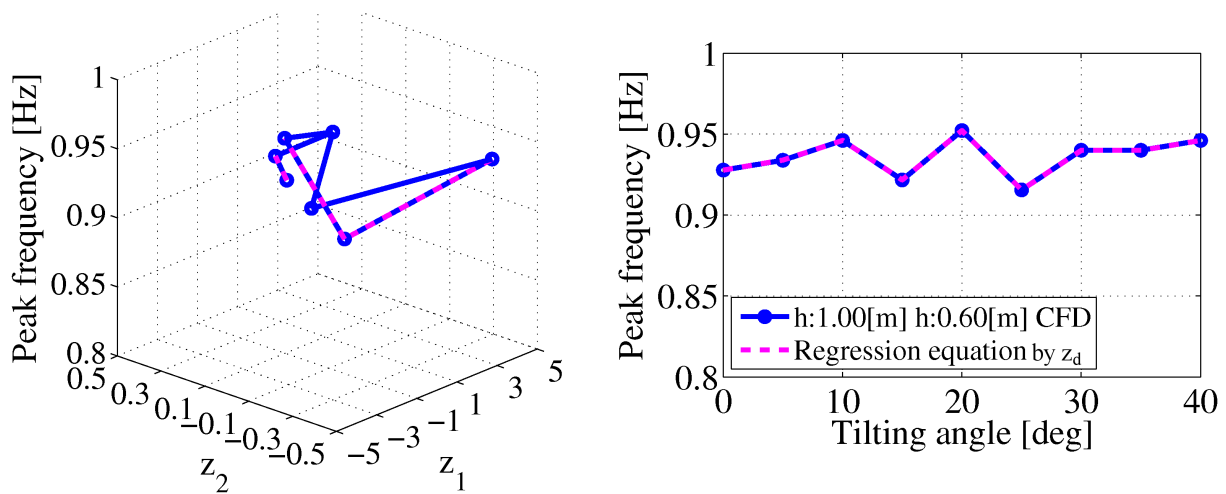


Fig. A.2 Multiple regression equation with  $z_b$

Table A.1 Values of principal components per 4 cases

$\phi$ [deg]	$z_{a1}$	$z_{a2}$	$z_{b1}$	$z_{b2}$	$z_{c1}$	$z_{c2}$	$z_{d1}$	$z_{d2}$
0	2.5196	-0.3876	1.7194	0.2043	0.9212	0.0612	-1.1936	0.0753
5	0.9887	0.0948	1.7194	0.2043	1.5984	-0.0482	-0.4186	0.1987
10	1.2480	0.0427	1.2390	0.0094	2.2932	-0.2992	1.3650	0.0996
15	0.9887	0.0948	0.7858	-0.0973	0.9212	0.0612	-1.9372	-0.1057
20	-0.0013	0.1668	0.7858	-0.0973	0.3616	0.1423	2.6448	-0.5100
25	0.2361	0.1683	-0.7464	-0.2059	-0.2357	0.1600	-2.6526	-0.3217
30	-0.9398	0.1250	-0.3894	-0.2146	-1.2929	0.0967	0.4136	0.2320
35	-2.2040	-0.0803	-1.7652	-0.0878	-1.2929	0.0967	0.4136	0.2320
40	-2.8361	-0.2245	-3.3485	0.2848	-3.2743	-0.2708	1.3650	0.0996
Eigenvalue	2.9626	0.0373	2.9650	0.0350	2.9702	0.0297	2.9315	0.0684
R-squared	0.9875	0.0124	0.9883	0.0117	0.9901	0.0099	0.9772	0.0228

Fig. A.3 Multiple regression equation with  $z_c$ Fig. A.4 Multiple regression equation with  $z_d$

## 付録B Schur Complemet

実対称行列  $\Phi$  が与えられた時，次の命題は等価である<sup>[91]</sup>．

1.  $\Phi := \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} > 0$
2.  $\Phi_{11} > 0$  かつ  $\Phi_{22} - \Phi_{12}^T \Phi_{11}^{-1} \Phi_{12} > 0$
3.  $\Phi_{22} > 0$  かつ  $\Phi_{11} - \Phi_{12} \Phi_{22}^{-1} \Phi_{12}^T > 0$

命題1と命題2の等価性を次に示す．命題1の必要十分条件は (B.1) 式において，すべての  $x$  について  $x \neq 0$  が成り立つことである．

$$x^T \Phi x = \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} > 0 \quad (\text{B.1})$$

(B.1) 式を展開して，(B.2) 式のように変形する．

$$\begin{aligned} \hat{x}_1^T \hat{\Phi}_{11} \hat{x}_1 + x_2^T \hat{\Phi}_{22} x_2 &> 0 \\ \hat{x}_1 &= x_1 + \Phi_{11}^{-1} \Phi_{12} x_2 \\ x_2^T \hat{\Phi}_{22} x_2 &= x_2^T \Phi_{22} x_2 - x_2^T \Phi_{12}^T \Phi_{11}^{-1} \Phi_{12} x_2 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

すべての  $x(\hat{x}_1, x_2)$  について  $x \neq 0$  が成り立つように，(B.2) 式に示される  $\hat{\Phi}_{11} > 0$ ， $\hat{\Phi}_{22} > 0$  を満足する必要がある．従って命題1と命題2は等価である．命題3についても同様に示される．

## 付録C LMIと凸計画問題

正定対称行列  $P(\theta)$  を導出するために、LMIにおいて凸計画問題を解くことで、最適値である定数行列  $P$  を導出する。凸計画問題の最大の特徴は、局所最適解が必ず大域的にも最適であることであり、数値計算により解くことができる。本研究では、数値計算に MATLAB の内点法の手法を用いて最適値を導出している。しかしながら、凸計画問題の対象として与えられる関数は凸関数であり、その要素は凸集合でなければならない。そこで、LMI が凸関数、凸集合であることを確認する。

LMI の一般形は (C.1) 式のような不等式で与えられる。

$$F(x) := F_0 + x_1 F_1 + x_2 F_2 + \cdots + x_m F_m > 0 \quad (\text{C.1})$$

ここで、 $F_i (= 0, 1, \dots, m)$  は与えられた対称行列であり、 $x := (x_1, \dots, x_m)^T$  は変数ベクトルである。また、不等式  $F(x) > 0$  は、行列  $F(x)$  が正定であることを示している。まず、与えられる  $F(x)$  の集合を (C.2) 式で表現する。

$$S := \{x : F(x) > 0\} \quad (\text{C.2})$$

また、集合  $S$  に含まれる任意の要素を  $x \in S$ 、 $\hat{x} \in S$  とすると (C.3) 式が成り立つ。

$$F(x) > 0, F(\hat{x}) > 0 \quad (\text{C.3})$$

ここで、 $\alpha \in [0, 1]$  を任意に固定すると、(C.4) 式が表現できる。

$$\begin{aligned} F(\alpha x + (1 - \alpha)\hat{x}) &= F_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha x_i + (1 - \alpha)\hat{x}_i) F_i \\ &= \alpha(F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i) + (1 - \alpha)(F_0 + \sum_{i=1}^m \hat{x}_i F_i) \\ &= \alpha F(x) + (1 - \alpha)F(\hat{x}) > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

従って、 $\alpha x + (1 - \alpha)\hat{x} \in S$  となるので  $S$  は凸集合であり、 $F(x)$  は凸関数である。

## 付録D モデル予測制御による搬送制御の考察

従来提案されている制振制御と比較，考察を行うために第3章で述べている同様の搬送実験を行った．(5.74)式において傾動角速度に関するリファレンス $\dot{\theta}_{ref}$ は零とし，水平搬送のみの制御を行う( $\dot{\theta}_{ref}=0$ とすると実測値および制御入力共に零となり傾動制御入力は生成されない)．目標液面変位 $\eta_{ref}$ は，液面変位が小さくなるよう( $\eta_{ref}=0$ )を与え，目標搬送速度 $\dot{p}_{ref}$ は所望の搬送速度リファレンス(台形速度入力)を与える．振動周期を十分に満たしつつ，なるべく予測区間を小さくするように，予測区間をそれぞれ $N_1=0.01[s]$ ,  $N_2=1.00[s]$ ,  $N_u=1.00[s]$ と決定した．本実験で用いた重み関数行列のパラメータ $W_{pi}$ ， $W_{ui}$ をTable D.1に示す．それぞ

Table D.1 Parameters of model predictive control system

$w_{px1}$	$w_{px2}$	$w_{px3}$	$w_{ux}$
500	100	1	0.1

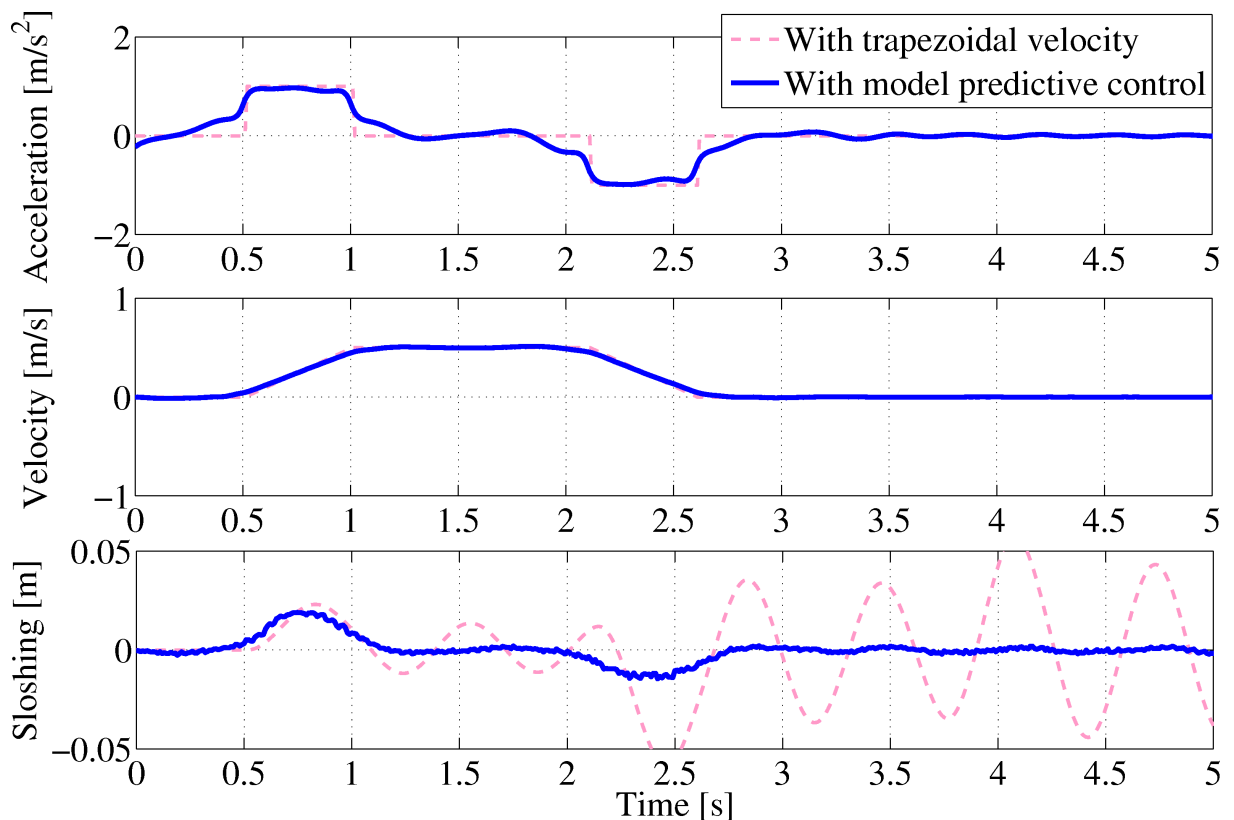


Fig. D.1 Control input with model predictive control

れのパラメータは加速度，速度制約を満足するように与えられている．

また，搬送実験の結果を Fig. D.1 に示す． $N_2 = 1.00[s]$  であることから，リファレンスの搬送開始時刻  $0.5[s]$  に対して， $1.00[s]$  前から制御入力 that 導出される．そのため，本実験においては約  $0.25[s]$  から容器は加速し始め， $0.5[s]$  にはリファレンスの加速度に追従していることがわかる．一方で従来手法であるプリシェイピング手法や，バン・バン制御法では  $0.5[s]$  で急激にモータへ電圧が加わり，モータの応答遅れにより若干オーバーシュートしている様子が確認されている．従って，モデル予測制御手法を用いて重みパラメータを調整することによって，状態の急激な変動を抑えながら，リファレンスへ最適に追従させることが可能であると言える．

搬送速度に関してもリファレンスである台形速度入力にほぼ一致していることから，あらかじめ未来のリファレンスが用意できる環境においては，搬送開始時刻を若干フライングすることで従来手法よりも所望の到着時刻に近い搬送制御を行うことができることが確認された．

本研究で述べた注湯落下位置は容器搬送の減速度とむだ時間により，容器が停止した際に所望の落下位置よりもオーバーシュートしてしまう可能性が高い．そこで，今後の展望にも述べたように，モデル予測制御を用いて未来に起こる落下位置のオーバーシュート量を予測し，事前にオーバーシュートを起こさないような搬送制御入力を導出することが望まれる．さらに，第5章で述べた液面振動モデルも同時に状態方程式へ導入することで，液面を制振しながら所望の落下位置へ容器が追従搬送することが可能となる．従って，このような搬送システムを実現することで注湯制御の性能を悪化させずに効率よく搬送することができるシステム構築へと発展させることができる．