

画像処理のための
複素数離散ウェーブレット変換の設計と
応用に関する研究
(The Design and Application of
Complex Discrete Wavelet Transform
for Image Processing)

2015年1月

博士（工学）

加藤 毅

豊橋技術科学大学

和文要旨

画像処理のための複素数離散ウェーブレット変換の設計とその応用に

関する研究

近年, カメラ等の撮像デバイスや計算機の高度化により, 画像処理技術が広く普及している. 画像処理技術によって, 人間が視覚で行う検査, 診断, 監視等の様々な作業支援や作業の代替が期待されている. これらの技術の実現には, 画像に映る物体等の特徴的な情報を抽出する特徴抽出という処理が必要となる. 特徴抽出手法の一つにウェーブレット変換(Wavelet Transform, WT)がある. これは画像の様々な周波数成分を計算し, 多くの特徴を抽出できる. そのため従来から特徴抽出手法として多くの画像に対し利用されてきた.

近年, 画像の方向性エッジを特徴として計算出来る. 2D-CDWT(2-Dimensional Complex Discrete Wavelet Transform, 2D-CDWT)が注目されている. この機能を方向選択性と呼び, 物体の形状情報を得る手法として期待されているが, 2D-CDWT から得られる方向性エッジは, 抽出する特徴の種類が少なく, 大まかな形状情報しか得られない. そこで, 2D-CDWT 等を基に, 詳細な方向性エッジを抽出する新たなウェーブレット変換を提案する.

始めに, 方向選択性の原理の基礎検討を行った. その結果, ヒルベルト変換ペアの実数部と虚数部のウェーブレットが, 方向性の波形を構成することが確認された. また, ウェーブレットの周波数特性と方向に一意的関係があることを確認した. その関係を基に, 方向性エッジの方向・角度範囲の評価手法を提案した. それにより, 2D-CDWT 等の方向選択性の抽出機能を定量的に評価可能にした.

次に, 2D-CDWT の発展形である 2 次元複素数離散ウェーブレットパケット変換(2-Dimensional Complex Discrete Wavelet Packet Transform, 2D-CWPT)に方向調節フィルタを付与し, 2D-CWPT が計算する方向成分を変化させ, 任意の方向性エッジを抽出する手法を提案した. またこの手法から詳細な方向性エッジの抽出を可能にした. この提案手法を半導体ウェーハの画像欠陥検査に応用し, K-means 法と組み合わせた欠陥検査手法を提案した. その結果, 画像欠陥を従来の 2D-CDWT 等の手法よりも高精度に認識できることを確認した.

さらに, 直接, 方向成分に合わせて周波数特性を設計した方向性フィルタを提案した. そして, 方向性フィルタによる新たな方向性ウェーブレット変換を提案した. この手法においても, 画像から任意の方向性エッジを抽出可能であることを確認した. またこの手法を医用画像処理に応用した. CT(Computed Tomography)画像内に映る腫瘍の自動検出について検討し, サポートベクターマシン(Support Vector Machine, SVM)と併用すると, 腫瘍を高精度に検出可能であった. また, 従来手法である 2D-CDWT, ガボールフィルタと比較し, 方向性ウェーブレット変換が最も高い検出率を示した.

また, 2 次元画像から 3 次元 CT, MRI(Magnetic Resonance Imaging)を解析可能な 3D-CDWT を開発している.

これらの結果から, 方向性ウェーブレット変換や 2D-CWPT を基にした提案手法が画像の特徴抽出手法として有効であることを確認した.

ABSTRACT

The Design and Application of Complex Discrete Wavelet Transform for Image Processing

Takeshi Kato

In recent years, due to the improvement of the imaging devices and computers, the image processing techniques are widely spread industries, agricultures and medical fields. The image processing techniques are expected to achieve the inspection, diagnosis and monitoring which are previously carried out by people. These techniques require the process which extracts the characteristic information. This process is called 'Feature Extraction' and one of the feature extraction methods is a Wavelet Transform. The Wavelet Transform extracts the multiple frequency components from the image by using mother wavelet and filters. Therefore, the Wavelet Transform was used for variable image processing applications.

The 2-D Complex Discrete Wavelet Transform (2D-CDWT) is especially interested. The 2D-CDWT can extract the singularities different with orientations (directional edges). Here, singularities mean the edge, border, lines and ridges in the image. This property is called directional selection and this property expected as the method to obtain the shape information from each directional edge. However, the number of directional edges is little and we can't get detail features about directionalities. For instance when we use the directional information for the image recognition and object detection, we calculate more than 8 directional components. In this paper, we propose the novel 2D-CDWT which can extract the many directional edges and detail features.

At first, the principle of directional selection is considered. We confirmed that the Hilbert Transform pair of the real part of wavelet and the imaginary part of wavelet which has the phase difference makes the specified waveforms. This waveform has the amplitude only the specified direction and we confirmed that this waveform extracts the directional edges. Moreover the frequency characteristics of this waveform and its direction have the unique relationship. Based on this relationship, we construct the evaluation method for the direction and the angular range of directional edges. According to the evaluation method, we can estimate the extracting ability of the directional selection quantitatively.

Secondary, we focused on the 2-D Complex Discrete Wavelet Packet Transform (2D-CWPT) which is the advanced Wavelet Transform from the 2D-CDWT. Based on the 2D-CWPT, we propose the novel 2D-CWPT that can extract the arbitrary direction and angular range. The novel 2D-CWPT is added the modified filter to adjust the directional edges. We confirmed that we can get the desirable directional component using this method. But we also confirmed that there are error between the result and requested angular range. We apply the novel 2D-CWPT to the semiconductor wafer image for the

automated defect detection. We used the novel 2D-CWPT as the feature extraction and K-means method as the pattern recognition method for the defect detection. As the detection result, the novel 2D-CWPT can detect the defect precisely rather than previous 2D-CDWT, 2D-CDWT, 2D-DWT, 2D-STFT (Short Time Fourier Transform).

Thirdly, we propose the novel directional wavelet transform by using designed directional filter. The directional filter is designed based on the relationship the direction of wavelet and its frequency characteristics. The directional wavelet transform also can detect the desirable directional edges without the error between the desirable angular range and the result. As the application, we apply the directional wavelet transform to medical image processing. We consider the tumor detection from CT (Computed Tomography) image by using the directional wavelet transform and support vector machine. As the result the directional wavelet transform has the most accurate detection rate rather than previous 2D-CDWT and Gabor filters.

Besides the 2D methods, we developed the 3D-CDWT which can be used for 3D-CT and 3D-MRI images. Previously the directional selection for the 3D images has not achieved yet. We construct the 3D directional selection based on the principle of the directional selection. The 3D directional selection extracts the 3D directional edges that have orientation and angular range in 3D space domain. We confirmed that the 3D directional edges show the features of 3D images. Moreover in the 3D CT image, we can detect and recognize the tumor using 3D-CDWT and SVM.

Finally in this paper, we confirmed the validation of the novel 2D-CWPT and the directional wavelet transform as the image feature extraction method by using wafer images and medical CT images. Also we can show that the 3D directional selection can get 3D image features.

目次

第1章 緒言	1
1.1 研究背景および従来研究	1
1.1.1 計測工学における信号/画像処理	1
1.1.2 ウェーブレット変換の概論とその歴史	2
1.1.3 画像処理における離散ウェーブレット変換	5
1.1.4 シフト不変性の欠如と複素数離散ウェーブレット変換	7
1.1.5 複素数離散ウェーブレット変換と画像処理	8
1.1.6 2次元複素数離散ウェーブレット変換の関連研究	10
1.1.7 コンピュータビジョンにおける他の特徴抽出手法とウェーブレット変換 の関連	10
1.2 本研究の目的	11
1.3 本論文の構成	12
第2章 基礎理論	15
2.1 数学的な準備	15
2.2 連続ウェーブレット変換	17
2.3 離散ウェーブレット変換	18
2.3.1 内積による DWT	18
2.3.2 直交ウェーブレット	19
2.3.3 多重解像度解析	21
2.3.4 高速アルゴリズムを用いた DWT	23
2.3.5 再構成条件	25
2.3.6 DWT による信号の解析例	27
2.4 2次元複素数離散ウェーブレット変換 (2D-CDWT)	28
2.5 2D-CDWT の方向選択性	31
2.6 2次元複素数離散ウェーブレット・パケット変換 (2D-CWPT)	33
2.7 2D-CWPT の方向選択性	36
第3章 方向選択性の原理の検討およびそれに基づく評価法の提案	39
3.1 はじめに	39
3.2 方向選択性の原理の検討	39
3.3 方向選択性の新たな評価手法の提案	45
3.4 本章のまとめおよび次章への展開	48

第4章	方向選択性の設計による新たな方向性特徴抽出手法の提案	51
4.1	はじめに	51
4.2	1次元非分離型フィルタを用いた方向選択性の改善方法	51
4.2.1	フィルタの設計	53
4.2.2	方向選択性の設計例と議論	56
4.3	提案手法の評価	61
4.4	提案手法の応用：半導体ウェーハの画像欠陥検査	61
4.4.1	応用分野の背景	61
4.4.2	方向性エッジを利用した欠陥検査	65
4.4.3	K-means 法による、正常クラスと異常クラスの構成方法	67
4.4.4	認識結果と議論	68
4.4.5	本章のまとめおよび次章への課題	70
第5章	新たな方向性ウェーブレット変換の提案	71
5.1	はじめに	71
5.2	新たな方向性フィルタの設計	71
5.2.1	方向性フィルタを用いた新たな方向性ウェーブレット変換の提案	73
5.3	従来手法との比較	78
5.3.1	冗長性の定義	79
5.4	医用画像処理への応用	80
5.4.1	胸部CT画像への方向性ウェーブレット変換の適用	81
5.4.2	特徴ベクトルの計算	82
5.4.3	サポートベクターマシンの概要	83
5.4.4	腫瘍部位の認識と位置・大きさの計算	84
5.4.5	結果と考察	89
5.5	腫瘍モデルを用いた認識率の比較	90
5.5.1	腫瘍モデルの作成方法および実験に用いるデータセット	91
5.5.2	腫瘍モデルの認識実験および結果	93
5.6	本章のまとめおよび次章への展望・課題	97
第6章	3次元複素数離散ウェーブレット変換	99
6.1	3次元離散ウェーブレット変換の計算	99
6.2	3次元複素数離散ウェーブレット変換	101
6.3	3D-CDWTにおける方向選択性	105
6.3.1	3D-CDWTにおける方向選択性の計算式の導出	105
6.4	3次元医用画像への適用	110
6.5	本章のまとめおよび今後の課題	114
第7章	結言および将来展望	117

7.1 結論	117
7.2 今後の課題・展望	119
参考文献	122
謝辞	130

第1章 緒言

1.1 研究背景および従来研究

本章では、まず、計測工学およびその中の信号・画像処理について述べ、本論文の該当分野の重要性および社会的意義を説明した後、信号・画像処理の一手法であるウェーブレット変換 (Wavelet Transform, WT) について説明する。次に、WT の歴史に触れ、WT が画像処理やコンピュータビジョン (Computer Vision, CV) といった研究分野と共にどのように発展してきたかを述べる。それに加え、複素数離散ウェーブレット変換やその発展型となる近年の研究成果について述べる。その後、WT 以外の画像処理手法 (特徴抽出手法) について述べる。そして、本研究の目的について述べ、本論文の構成を説明する。

1.1.1 計測工学における信号/画像処理

全ての産業の中で、モノ (物理量や心理量) を測ることは、対象とする現象やその状態を理解するために必要不可欠な要素である。測ること (計測) から得られる情報は、対象とする現象の理解を助けるだけでなく、ヒトの行動指針や、機械の制御則を決定する重要な判断指標となる。例えば、ヒトは視覚や聴覚等の五感を利用して、周囲環境を理解し、意思決定した上で行動に移る。視覚においては、眼に入る光を網膜で電気信号に変換した後、脳内で多くの処理を経て、記号情報やラベル情報に変換している。この時、ヒトは、自らの所望の情報のみを選択的に抜き出している。これは、自分に入力される多数の情報の中から、意思決定や知識獲得に有用で、価値のある情報だけを抽出するために行われる。

一方、機械で計測を行う場合、ヒトの感覚器官に代わり、センサデバイスを利用し、センサ素子から、物理量を電気信号に変換する。そして、得られた電気信号から、所望の情報を抽出する処理を行う。このような電気信号やデータから、数学的な処理を経て、選択的に情報を抽出する処理が信号/画像処理である。近年は、センサデバイスの高精度化や低価格化と、計算機の発展により、信号/画像処理技術は製造業に限らず、農業、医療にも広く利用されている。信号・画像処理の応用例として、高効率なデータ通信や音声の認識、画像を利用した製品の自動検査や、医用 CT (Computed Tomography) / MRI (Multi Resonance Imaging) 画像を利用した画像診断、ロボットビジョン等がある^{[1] [2]}。また他にも近年では、車載カメラからの歩行者・障害物検知等の高度交通システム (Intelligent Transporting System, ITS) への応用も盛んに行われており、実用化段階のものもある。さらに、静脈や指紋、顔の認証等を利用し、セキュリティの向上を図る生体認証にも、画像処理が必要不可欠である^[3]。

このように、信号・画像処理の研究が、多くの応用分野を持ち、生活の安全・安心に関わることも多い。そのため、信号・画像処理の数学的な処理を検討し、新たな手法を提案することは、

広い分野に横断的に貢献が可能であり、産業の基盤技術として分野全体の技術水準の改善に繋がる。現在の国際化社会においても、製造業はもちろん農業や漁業等、国際競走が激化する中でこのような基盤技術の基礎研究は、企業の競争力の向上、製品の差別化に繋がる要素である。

信号・画像に数学的な処理を施す時、これまでに多くの手法が提案されてきたが、その中で、ウェーブレット変換 (Wavelet Transform, WT) は、信号の時間-周波数に着目した処理手法として、広く利用されてきた。しかし、理論的課題も未だ残り、WT の理論研究によって、従来以上に高精度な画像特徴の抽出に期待が出来る。そこで、本研究では信号・画像処理手法として WT に着目する。

次節では、WT の概論と歴史に述べる。

1.1.2 ウェーブレット変換の概論とその歴史

WT とは、信号・画像に対し、時間・周波数解析 (画像の場合は位置・波数解析) をする手法である。元来 WT の、‘wave’は‘波’であり、‘let’とは‘小さい’を意味し、波が時間的に局在していることを意味している^[4]。この小さい波はマザーウェーブレット (Mother Wavelet, MW) と呼ばれ、MW を利用して、信号に含まれる時間・周波数成分を計算する。ここで、本研究では時間周波数成分を簡単のため周波数成分と呼ぶこととする。区別のためフーリエ変換結果は周波数特性と呼ぶこととする。周波数特性に関して、信号処理や他の分野においては、フーリエ変換し振幅特性を dB に変換したものや、フーリエ変換結果の 2 乗であるパワースペクトルを周波数特性と呼ぶ場合もある。また、画像は、一般に位置・波数であるが、本研究では、信号・画像を統一して議論するため、画像の WT 変換結果も周波数成分と呼ぶこととする。周波数解析の手法として、一般にフーリエ変換 (Fourier Transform) が利用されるが、フーリエ変換は信号を \cos と \sin の基底に写像する。これは、信号に含まれる周波数の情報を、正確に計算出来るが、時間軸で無限に繰り返される信号を利用するため、信号の時間、画像の位置に関する情報は失われる。一方で、ウェーブレット変換は、 \cos と \sin 関数に代わって、MW を利用する。MW を時間軸上で拡大・縮小と、平行移動を行い、各々で信号との内積を計算するため、信号が各時間で持つ周波数成分を計算可能である。ここで、MW を拡大・縮小、平行移動したものを単にウェーブレットと呼ぶ。また、MW は時間的に局在化しているため、 \cos と \sin のような単一の周波数ではなく特定の周波数帯域の成分を抽出することとなる。そのため、時間情報を得る代わりに周波数の解像度はフーリエ変換よりも低下する。フーリエ変換の概念を Fig. 1.1 に示し、ウェーブレット変換の概念と得られる結果を Fig. 1.2, 1.3 に示す。

次に、上記のような WT が構築された歴史を振り返ると、WT の研究は、20 世紀初頭に、数学者の Haar が現在の離散ウェーブレット変換 (Discrete Wavelet Transform, DWT) の原型となる研究を行っている他、Gabor がウェーブレットと似た時間-周波数解析理論について研究していた。その後、1970 年代にフランス人の Morlet が石油探査機から得られる信号に対し、当初はフーリエ変換や、信号を固定のブロックに分割してフーリエ変換を行う短時間フーリエ変換による解析を試みていた。探査機は地中に衝撃を与え、反射してくる振動を解析するが、いくつもの層から反射され、干渉された信号からの石油源の特定は困難な場合も多かった^[5]。その

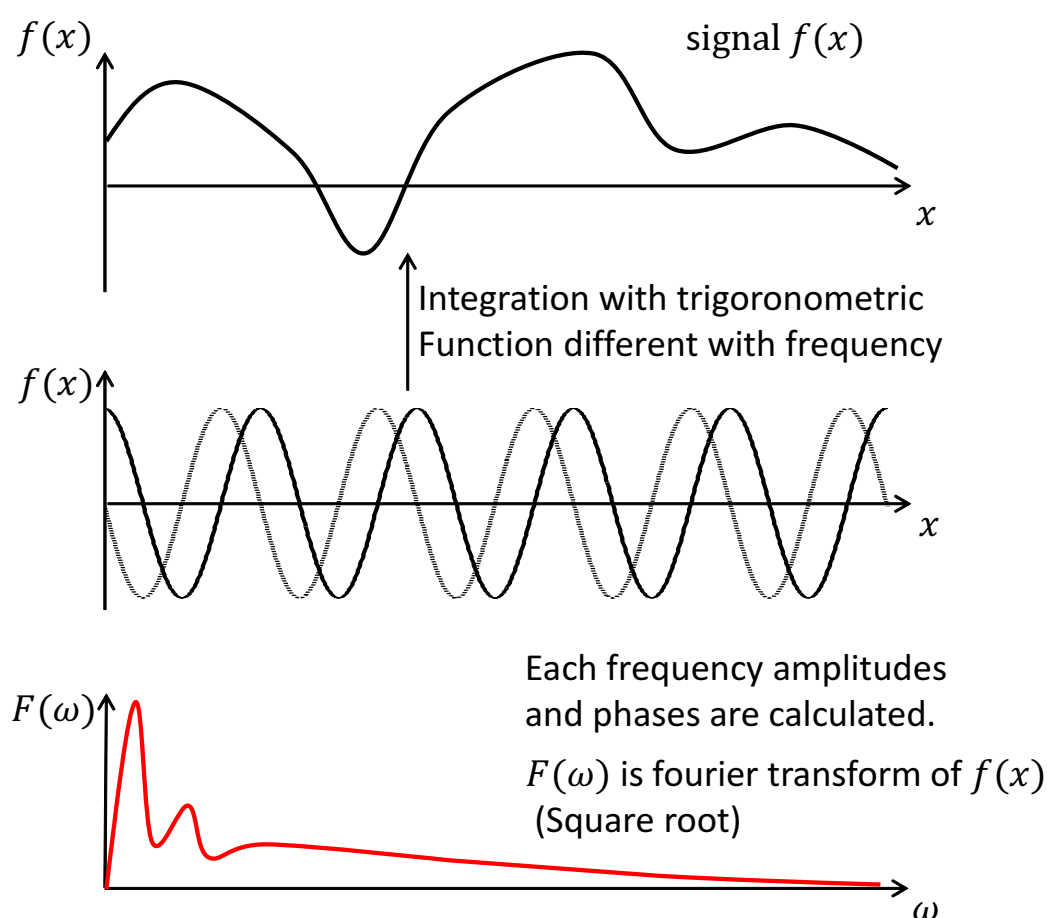


Fig. 1.1 The process of Fourier Transform.

ためには、より局所的な時間で周波数成分を解析可能な手法が求められていた。そこで \cos, \sin 関数ではなく、現在の MW となる局所的に振動している波形を利用して信号に含まれる周波数成分の時間的な変化を解析したことが、ウェーブレット研究の起源と言われている^{[6][7]}。Morlet はその後に、連続ウェーブレット変換 (Continuous Wavelet Transform, CWT) の定式化を行っている。一方で、Meyer は、Haar の研究等から CWT の開発以前にも数学的にウェーブレット変換のルーツとなる研究があることを述べている。そこから研究が進み、1980 年代には、フランスの大学院生であった Mallat が、CWT や Haar の研究、さらには、Burt らのラプラシアンピラミッドや多重解像度解析 (Multi Resolution Analysis, MRA) に関する研究の共通性に気づき、Meyer に相談したことがきっかけとなって、高速アルゴリズムを考案している^{[6][8][9]}。この高速アルゴリズムは、フィルタ処理とダウンサンプリング、アップサンプリングを組み合わせた手法であり、データ点数を削減した上で、信号を効率的に周波数成分に分解する手法である。このアルゴリズムは現在でも広く用いられ、画像処理においては、データ圧縮、高周波成分を利用したエッジの検出等に幅広く利用されている。これに関連して、フランスの物理学者であった Daubechies は、有限長の振幅を持つコンパクトサポートの MW を提案している。この Daubechies ウェーブレットは、正規直交ウェーブレット基底を持ち、コンパクトサポートで

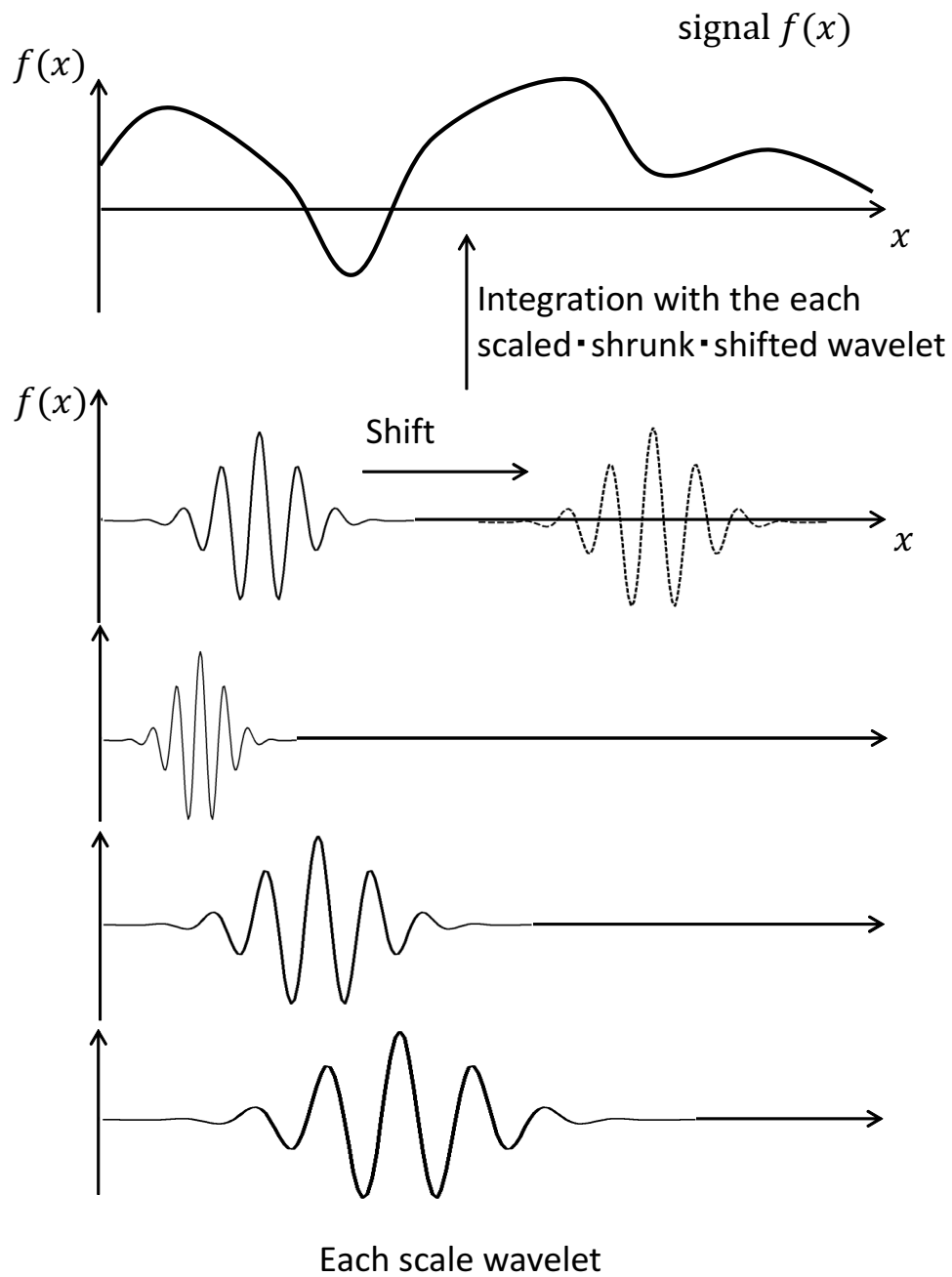


Fig. 1.2 The process of CWT.

あるため信号・画像処理に良く利用されている^[9]. Daubechies ウェーブレットによる高速アルゴリズムは、最も広く利用されている DWT の一つである^[4]. Daubechies ウェーブレットが開発された後, Symlet や Coiflet といったウェーブレットが開発された.

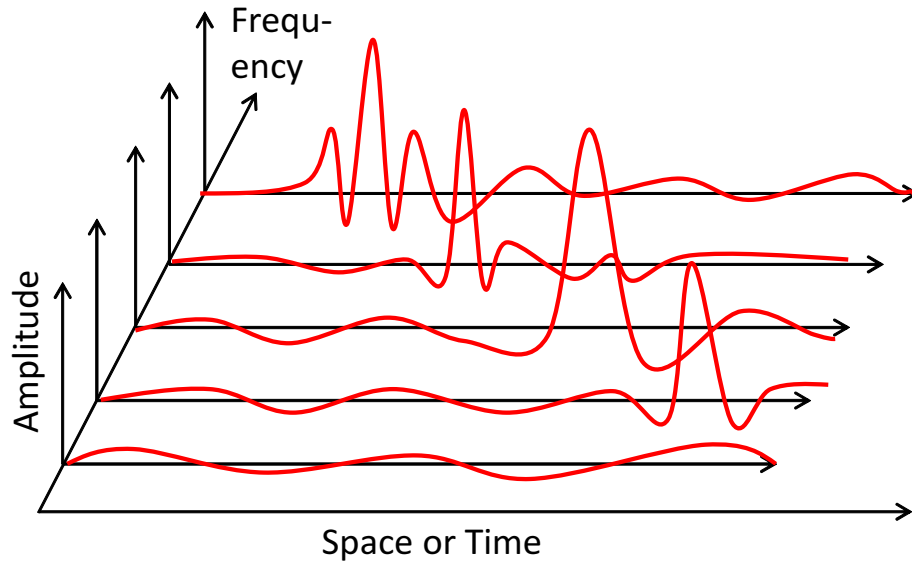


Fig. 1.3 The result of CWT.

1.1.3 画像処理における離散ウェーブレット変換

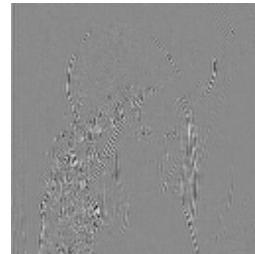
前節で述べたウェーブレットの歴史は主に、信号理論、信号解析に関わるものであった。DWTを2次元に拡張すると、画像を周波数成分に分解する。DWTは、1次元では t もしくは x 軸のみに適用していた処理を、 x, y 軸にも適用し、2次元に拡張する。また、2次元のDWT(2D-DWT)は、1次元のDWTのテンソル積で表される。2D-DWTを画像に適用すると、高周波成分として、画像の濃淡値(画素値)の短い区間での急激な変化を捉えるため、画像の輪郭(エッジ)や境界、不連続点等を検出できる。一方で低周波成分では、画像を平滑化(ぼかした)した画像が得られる。Fig. 1.4および1.5に2D-DWTによる画像の分解例を示す。Fig. 1.4は入力画像であり、Fig. 1.5(a)-(d)が各周波数成分である。2D-DWTは、 x, y に対応して、 x 軸の周波数 ω_x 、と y 軸の周波数 ω_y がある。そのため、低周波成分とは、 ω_x, ω_y ともに低い成分であり、Fig. 1.5(a)に対応する。一方で ω_x もしくは、 ω_y が高い成分が高周波成分となる。2D-DWTは高周波成分として、画像の水平(横)・垂直(縦)・対角(斜め)方向のエッジを得る。それぞれ水平方向のエッジは同図(b)、垂直方向は(c)、対角方向が(d)に対応する。各方向を確認するため、参考としてFig. 1.6に、モデル画像に対して各方向のエッジを検出した結果を示す。Fig. 1.6は、同心円が描かれたモデル画像を分解している。各分解レベルごとに各周波数成分が得られるが、モデル画像の水平・垂直・対角方向の輪郭部分で大きな画素値が得られ、不連続線を検出していることが確認できる。ここで、Fig. 1.6の各分解レベルのHorizontalはFig. 1.5(b)に対応し、水平方向の輪郭検出結果である。同様にVerticalはFig. 1.5(c)に対応し、垂直方向の輪郭検出結果、DiagonalはFig. 1.5(d)に対応し、対角方向の輪郭検出結果である。また、図中 j は分解レベルであり、DWTにおける拡大縮小のパラメータである。 j が大きければ高い周波数成分を計算し、小さければ低い周波数成分を計算する。



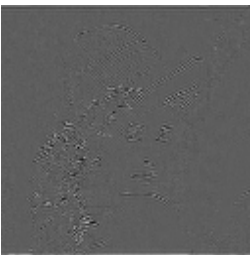
Fig. 1.4 The model image.



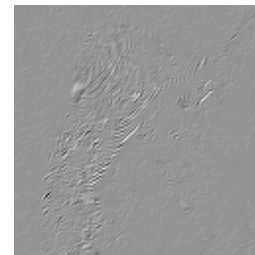
(a) The approximated image (The low frequency component)



(b) Detail detected image(The high frequency component)



(c) Detail detected image(The high frequency component)



(d) Detail detected image(The high frequency component)

Fig. 1.5 The processing result of 2D-DWT using the model image

2D-DWTにおいても、DWTと同様に x 、 y 軸にダウンサンプリング、アップサンプリングを適用しながら、フィルタ処理を繰り返し、周波数成分を計算する。これらのエッジや不連続線は物体の形状情報やテクスチャ情報等の特徴を含むことから2D-DWTは特徴抽出手法として、画像処理やコンピュータビジョン、視覚情報処理の研究において、古くから応用されてきた^[10]。例えば、2台のカメラを使用して周囲環境を認識するステレオ視には、画像間の対応点探索が必要となるが、ラプラシアンピラミッドで画像解像度を粗くし、画像サイズを減少させてから処理することで、探索時間の削減等に利用されてきた^[11]。他にも2D-DWTに関連する手法として、DOG(Differential of Gaussian)がある^[12]。DOGは、様々な大きさ(σ)のガウス分布をローパスフィルタとして利用し、元画像との差分を計算することで、様々な大きさ(スケール)の画

像特徴を計算する手法である。上記の2つの手法は、様々な解像度やスケールの画像特徴を計算している。これは、画像を各周波数成分に分解しているものと解釈できる。画像上では周波数が細かさや粗さを表すスケールのパラメータとなるためである。画像処理では、撮影環境によって、画像上の被写体の大小変化があるため、このような様々な解像度・スケールで処理が可能なDWT等の手法は、拡大縮小不変な処理が可能となる画像処理と関連分野にて重宝されてきた。

一方で、画像処理に利用するフィルタは、出力する波形の歪を抑制するために、対称(線形位相)なフィルタが好まれていた^[4]。それに対し、Daubechies ウェーブレットは、非対称なMWであり、画像処理に有用なものとは言えなかった。そこで、これを改良するため、非対称性を極力抑制したSymletやCoifletが開発された。さらには、対称性を保ちながら、様々な波形を設計しやすい双直交のウェーブレットが利用されていった。DWTの応用を見ると、DWTは、周波数成分から多重解像度でエッジ等の画像特徴を抽出することや、直交・双直交の基底に分解されるという利点から、多くの利用例がある。画像の特徴抽出として、FBIの指紋画像の検索システムに使われた他、画像圧縮の際のブロックノイズやアーティファクトが従来のフーリエ変換ベースの離散コサイン変換(Discrete Cosine Transform)と比べて少ないため、JPEG2000の圧縮方式に採用されている^[13]。また、画像認識の分野では顔の検出に対し、Haarのウェーブレットを基にしたHaar-like特徴が提案されている^[14]。これは、Haarウェーブレットを基にMRAを行い、顔固有の出力を検出するものである。

1.1.4 シフト不変性の欠如と複素数離散ウェーブレット変換

前節までにウェーブレット変換の概論および歴史と、画像処理における利用について述べた。これらは、ウェーブレット研究における比較的初期の研究成果である。次に、近年のウェーブレット変換、特にDWTと関連した研究について述べる。DWTには、上記応用事例が多くある一方で、応用上不都合な欠点もあった。その一つがシフト不変性(時不変性)の欠如である。これは、DWTの出力結果が時不変性を持たず、信号や画像の特徴の位置や時間によって、結果が大きく変動してしまうものである^{[15]–[18]}。例えば、信号のパルス成分を取り出そうとした時、パルスの位置・時間によって正確に抽出できたり、できなかったりする。そのため、その後の処理においても精度が保証されない。その結果、安定した画像処理が困難になるという問題が発生していた。この問題に対し、Mallatらはマッチング追跡(Matching Pursuit)という手法を提案した^{[15] [19]}。これは、冗長性のある過剰なウェーブレットを多数用意し、解析したい信号に、よりマッチしたものから、順次抽出する手法である。一方で、Nick.G.KingsburyやIvan.W.Selesnickらが、これまでの実数のウェーブレットではなく、実数部と虚数部を持つ複素数離散ウェーブレット変換(Complex Discrete Wavelet Transform, CDWT)を提案し、完全ではないが、時不変性を得られることを報告している^{[20][21]}。特にSelesnickの研究は、ヒルベルト変換ペアの実数部と虚数部のウェーブレットを用意することで、高精度なシフト不変性を実現している^[18]。戸田らは、これらの研究を基に、Meyerウェーブレットを利用し、完全シフト不変性を実現する複素数離散ウェーブレット変換(Perfect Translation Invariant Complex Discrete

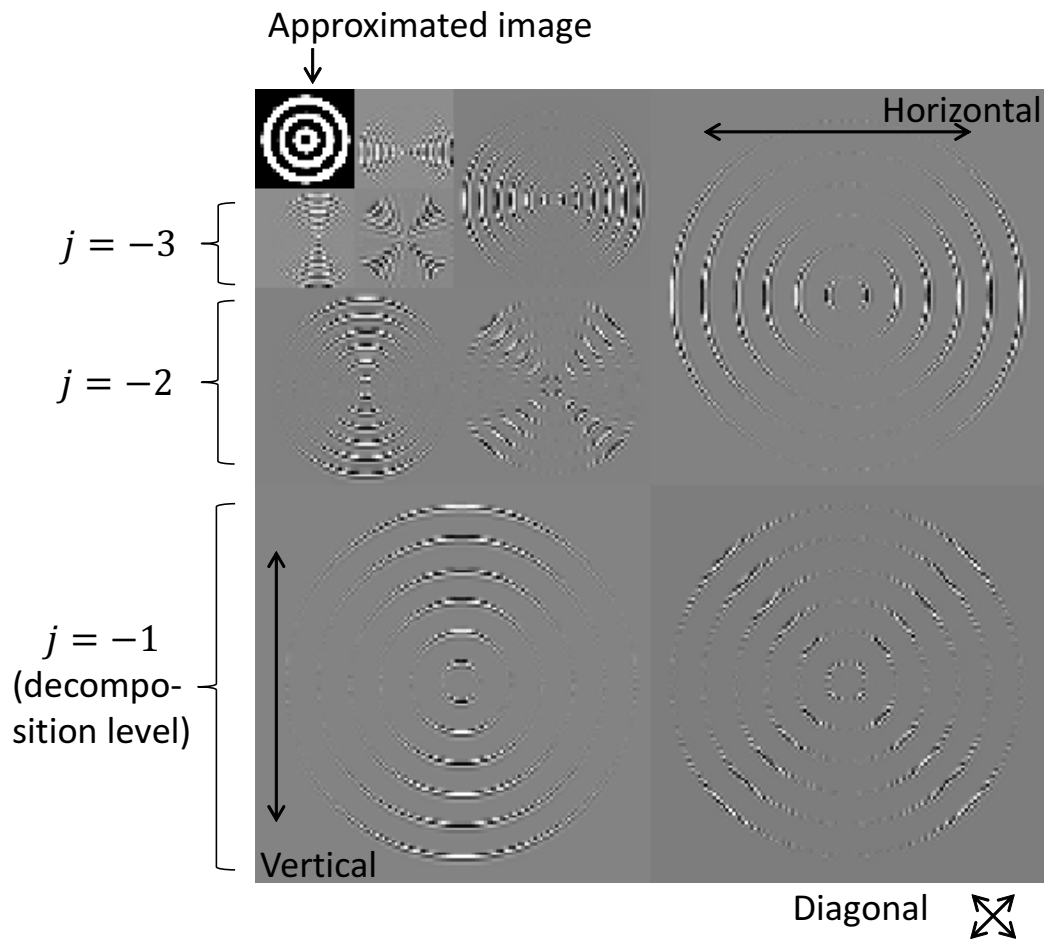
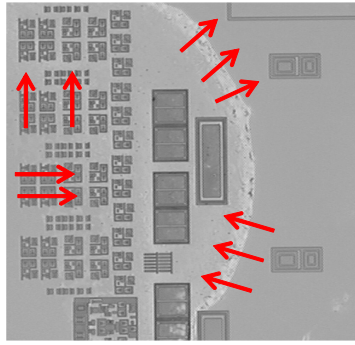


Fig. 1.6 The example result of 2D-DWT.

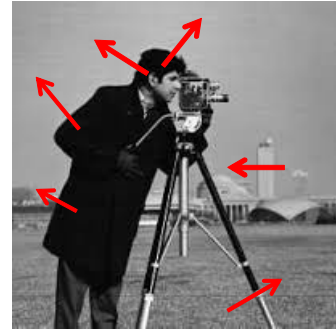
Wavelet Transform, PTI-CDWT) を提案した^{[22][23]}. 本論文では, 特に記載がなければ, 戸田らの提案するものを CDWT と呼ぶこととする. それ以外の CDWT を指す場合は, その旨を記述する. これは, Kingsbury, Selesnick らが使用したコンパクトサポートのウェーブレットとは異なり, 空間領域で無限に関数が振動するが, 周波数領域でコンパクトサポートを持つウェーブレットである. このような複素数離散ウェーブレット変換は, シフト不変性という利点を持つ一方で, 実数の信号を実数と虚数のウェーブレット係数に展開するため, 冗長性を持つ. そのため, 画像圧縮には適さないという欠点も持つ. しかし, 時不変システムを構築できるという利点から, 理論研究, 応用研究共に盛んに行われている.

1.1.5 複素数離散ウェーブレット変換と画像処理

前節の CDWT は, 画像処理に利用する場合, 1次元と同様の処理を, x 軸 (画像横方向), y 軸 (画像縦方向) に適用する. そして, 画像が2次元の周波数成分に分解される. ここで, 2D-CDWT は実数部と虚数部のウェーブレットで画像を解析するため, 各周波数成分は複素数とな



(a) The wafer product image.



(b) The pedestrian image.

Fig. 1.7 The sample of orientation in images.

る。また 2D-DWT と同様に、2D-CDWT は、通常の 1 次元の CDWT のテンソル積で表される。

Kingsbury らは、2 次元の複素数離散ウェーブレット変換から得られる高周波数成分に対し、和と差の計算を適用し、画像の方向成分を得る手法を提案している^{[18],[28]–[25]}。方向成分を利用すると、画像の特定方向のエッジや不連続線を検出できる。通常の 2D-DWT では、水平、垂直、対角方向のみであったが、この方法を利用すると、6 つの方向成分から 6 方向のエッジ等を検出できる。この機能は方向選択性 (Directional Selection) や方位選択性と呼ばれる^[26]。本論文では詳細な計算式や原理等も含めて 3 章にて、詳細を述べる。方向成分から検出される方向性エッジは、画像の形状特徴を含むため、これを利用した画像中の物体認識や、輪郭を保存したノイズ除去等に利用されている^{[25][29]}。また、CDWT においても、6 方向の方向選択性が得られることが、示されている^[26]。Kingsbury の手法が提案されて以降、2D-CDWT を画像処理に応用する際には、その周波数情報だけでなく、方向特徴に着目した研究が発展していった。

方向の特徴は、それを組み合わせることで、コーナーや曲線等の情報となり、それらの位置情報と組み合わせると形や模様の情報となると考えられる。そして、認識対象の固有の形や模様の情報は、それぞれの物体をカテゴリに分ける時に、判別基準とすることができるため、方向性の特徴抽出が物体の識別や検出等の画像処理アプリケーションにおいて重要となる^{[30][31]}。また、識別や検出に限らず、対象となる物体の姿勢や向き等の情報も推測可能であることから、方向の情報は画像処理の多くの応用上有用な情報となる。例えば、Fig. 1.7(a) は、半導体ウェーハであり、画像中央部に白い汚れが付着したものである。この画像を見ると、半導体ウェーハの製品部分は回路がパターンニングされているため、縦・横の輪郭が多い。一方で、汚れは斜め方向を含んでいることがわかる。また同図 (b) では、人間が、肩、頭といった特徴的なエッジが固定の位置関係で並ぶが、背景では、その方向がランダムである。このように、画像の方向性特徴から、物体の判別が可能となる。一方で、ヒトの視覚情報処理機構においても、特定方向の輪郭の情報を集めていることが認知科学の分野で知られている^{[27][28]}。ヒトの脳内の一次視覚野では、特定の方向の線分 (角度を付けた線分) の視覚刺激に対し、強く発火する機構を持つことが知られている。ここから、ヒトの視覚において、方向性の特徴を利用していることがわかる。また、ヒトが達成する高度な認識能力が、このような方向性特徴を利用していることから、画像処理や画像認識においても、方向性特徴を利用した高精度な認識に期待が出来る。

1.1.6 2次元複素数離散ウェーブレット変換の関連研究

前節にて、2D-CDWTの方向選択性について述べた。方向選択性から得られる方向性エッジ等の特徴は、画像の幾何学模様や形状情報を持つため、その物体の認識や分類において有用な特徴となる^[29]。画像から方向性特徴を得る手法は、2D-CDWT以外に、Gaborフィルタや、方向性フィルタバンク、Steerableフィルタ等がある^{[32]–[36]}。Gaborフィルタは、複素三角関数にガウス窓を掛けあわせたものである。またGaborフィルタ内の複素三角関数を回転させ、Gaborフィルタの方向を変更出来る。これによって、Gaborフィルタを利用して、多くの方向性特徴を抽出できる。

また、方向性フィルタバンクは、Fanフィルタを利用するものである。Fanフィルタは2次元の周波数領域で、原点からくさび形の領域に振幅を持つフィルタである。Steerableフィルタは、2次元の周波数領域で、バンドパスフィルタを定義し、それを回転させることで、フィルタの方向を、所望の方向に設計する手法である。このような研究は元々、DWTやCDWTとは、異なる手法であったが、2D-CDWTの方向選択性に着目されると、その関連性について研究されるようになった。近年では、DWTと上記のフィルタバンクを組み合わせた手法が考案されている。Candesらが提案したCurvelet変換や、Doらが提案したContourlet変換、さらに最近ではWangらが提案したShearlet変換がある^{[37]–[39]}。Curvelet変換は、2次元の連続ウェーブレット変換に近く、MWのようなテンプレートとなる関数を、周波数領域で線形変換することで、その方向を変更し、多数の方向性特徴を得る手法である。これは、フィルタを周波数領域で回転させるSteerableフィルタの発展形とも言える。次にContourlet変換がある。これは、方向性フィルタバンクとラプラシアンフィルタと組み合わせたものである。これらの手法は、当初、画像のノイズ除去を目的として考案されたものであったが、特徴抽出やそれ以外の画像認識においても、有効であることが文献^{[40] [41]}にて報告されている。

一方で、2D-CDWTが発展した手法として、複素数離散ウェーブレットパケット変換 (Complex Discrete Wavelet Packet Transform, CWPT) がある^{[42]–[44]}。これは、従来の2D-CDWTの周波数分解能を向上させたものであり、多くの方向性特徴の抽出可能であることが報告されている^[45]。2次元のCWPT(2Dimensional-CWPT, 2D-CWPT)は、CDWTで分解された高周波成分に対し、さらにフィルタ処理を適用し、周波数分解能を向上させた手法である^[46]。

1.1.7 コンピュータビジョンにおける他の特徴抽出手法とウェーブレット変換の関連

画像処理に近い分野として、CVがある。この分野は単なる画像の処理だけではなく、機械学習やパターン認識もその分野に含まれ、人間の高度な視覚行動を実現しようとするものである。近年、CVの分野では、David Loweが提案したScale Invariant Feature Transform(SIFT)やそれを高速化したSpeeded-UP Robust Features(SURF)が、顔認識を始め、様々な物体の認識に有効であることが報告されている^{[47][48]}。他にも、主に車載カメラや監視カメラからの歩行者検出を目的として、Histogram of Oriented Gradients(HOG)が提案されている^{[49][50]}。これら

の特徴抽出手法の共通点として、画像の、 x , y 軸の微分から勾配を計算し、方向性特徴を利用し、画像の局所特徴を構成する点である。これらの手法は、特徴抽出として広く利用されているが、CDWT 等の存在意義を否定するものではない。CV のような大規模な画像データを扱う分野においても方向性特徴が利用されていることを考えると、2D-CDWT 等の手法が、今後も広い分野に応用できる可能性を示していると考えられる。既に、Gabor フィルタと SIFT を組み合わせた手法も提案されており^[51]、今後は、CV における特徴抽出手法との組み合わせた手法も研究対象になると考えられる。

1.2 本研究の目的

研究背景では、主にウェーブレット変換の研究の流れと関連分野について述べた。そこから、DWT, MRA 等のいくつかの手法を源流として発展し、2D-CDWT 等の手法が画像の特徴抽出手法として提案された経緯が確認された。この研究の流れを俯瞰すると、画像をある複数の基底 (例えば特定の周波数成分や方向性特徴を抽出するウェーブレット) に分解した時、抽出したい画像の成分 (特徴や信号) と、それ以外の成分が可能な限り別々の基底に写像されるような手法を、検討してきたと考えられる。さらに、処理対象となる画像は、一部限定的な条件はあるにしろ、多数の画像から、頑健に抽出出来る特性 (シフト不変性等) を求めてきたと言える。ここで、画像中の特定の物体の特徴とそれ以外の特徴に分離したい場合、上記のような抽出性能の高い基底は、変換結果として、別々の成分に分離できるため、物体検出や画像認識において、パターン認識や分類精度の向上に寄与出来る。また一方で、画像に含まれる特定のノイズと原信号を別々の基底に分離する場合、そのような基底は、ノイズ除去に有効な手法となる。(ウェーブレット変換によるホワイトノイズの除去については、Donoho が提案する Wavelet Shrinkage が有効であると報告されている^[52]。これは、ノイズが各基底に分散され、エネルギーの小さくなるが、信号は、特定の基底に集中するため、エネルギーの小さい変換係数を削除することでノイズを除去するものである。

本研究においても、上記のような画像処理の特徴抽出に有効なウェーブレット変換 (基底の集合) の構築を大きな目的とする。画像においてはこれまで、周波数成分よりも、方向選択性が画像特徴抽出に有効であることが示されてきた^{[26],[37]–[39]}。そのため、本研究は、2D-CDWT, および 2D-CWPT の方向選択性を基に、新たな特徴抽出手法の実現を目的とする。関連研究を見ると、方向性フィルタバンクや Contourlet 変換が、シフト不変性を持たないこと、Gabor フィルタや Curvelet 変換, Steerable フィルタは、ダウンサンプリングを用いないため、計算量が大きいという欠点を持つ^[39]、一方で、高速アルゴリズムを利用しているため、計算量は小さく、シフト不変性も持つ。しかし、2D-CDWT の方向選択性には、上記の目的の達成を考えた時、以下の問題点および達成すべき課題がある。

1. 原理・特性の曖昧さ

Kingsbury が提案する方向選択性の計算式は、未だに原理が曖昧な点もあるため、特性 (方向, 角度範囲等) の評価方法も曖昧である。そのため方向選択性の原理の基礎検討が必要となる。

2. 変換における自由度の制限

2D-CDWTは6方向の方向性特徴を抽出するが、画像処理や認識、CVに方向性特徴を利用する場合は十分ではない。実用上、方向性特徴を画像処理の特徴量として利用する時、多くの方向特徴があれば、詳細な形状情報が得られるため、多くの方向性特徴を得る事が認識精度の向上に繋がるからである。そのため、多くの方向性特徴を抽出可能な方向選択性が必要となる。また、CDWTはFig. 1.6のように、各分解レベルの周波数成分に分解するが、高速アルゴリズムによる分解では、レベル $j = -1$ にて、 $[f_N/2 \ f_N]$ の帯域の成分を抽出する。ここで f_N はナイキスト周波数である。レベル $j = -2$ では、 $[f_N/4 \ f_N/2]$ 、レベル $j = -3$ では、 $[f_N/8 \ f_N/4]$ であり、周波数が高い程、分解の解像度が低いことがわかる。高周波成分はエッジ等の画像特徴を多く含むため、分離性能の良い特徴抽出には、高い周波数帯域での解像度を向上させる必要がある。

3. 多次元画像への制限

3次元画像に対する方向選択性が構築が未完成である(文献^[89]では、3次元のCDWTの構築にとどまり、方向選択性の構築は未完成である。)。近年、医療機関でのマルチスライスCTやMRI等の普及によって、医用画像処理の分野では、3次元画像から特徴を抽出する手法が要求されている。これは、医用画像に映った病変部位の自動検知や医師の診断を支援する目的で用いられる。先進諸国の高齢化や医師不足の問題から先進医療技術の開発に対する社会的要求が高いため、このような医用画像処理手法の開発に対する要求は大きい。しかしながら、3次元画像のCDWTを拡張し、特徴抽出手法を構築した報告は未だ少ない。そこで、3次元医用画像へ適用可能な3D-CDWTの方向選択性を構築する。

1.3 本論文の構成

本論文の構成をFig. 1.8に示す。本論文は1章では、研究の背景、目的を述べ、2章では、基礎理論としてCWTおよびDWTについて説明した後、CDWT、CWPTおよびそれらの方向選択性について説明する。3章は問題点(1)に対応し、基礎検討として、方向選択性の原理と特性の評価方法について述べる。4章では、問題点(2)に対応し、多くの方向性特徴を得る手法を提案する。まず、2D-CWPTに分離型フィルタを付加した手法を提案する。これを画像処理による半導体回路の欠陥検査へ応用し、その有効性を検討する。次に5章では、非分離の方向性フィルタを用いた2つの手法を提案する。この手法を医用画像の腫瘍検出に応用し、有効性を検討する。6章では、問題点(3)に対応し、3D-CDWTについて述べた後、3章の結果に基づいて、3D-CDWTの方向選択性を構築する。最後に3次元医用画像処理へ応用する。7章にて結論、と本研究と研究分野全体の将来展望を述べる。

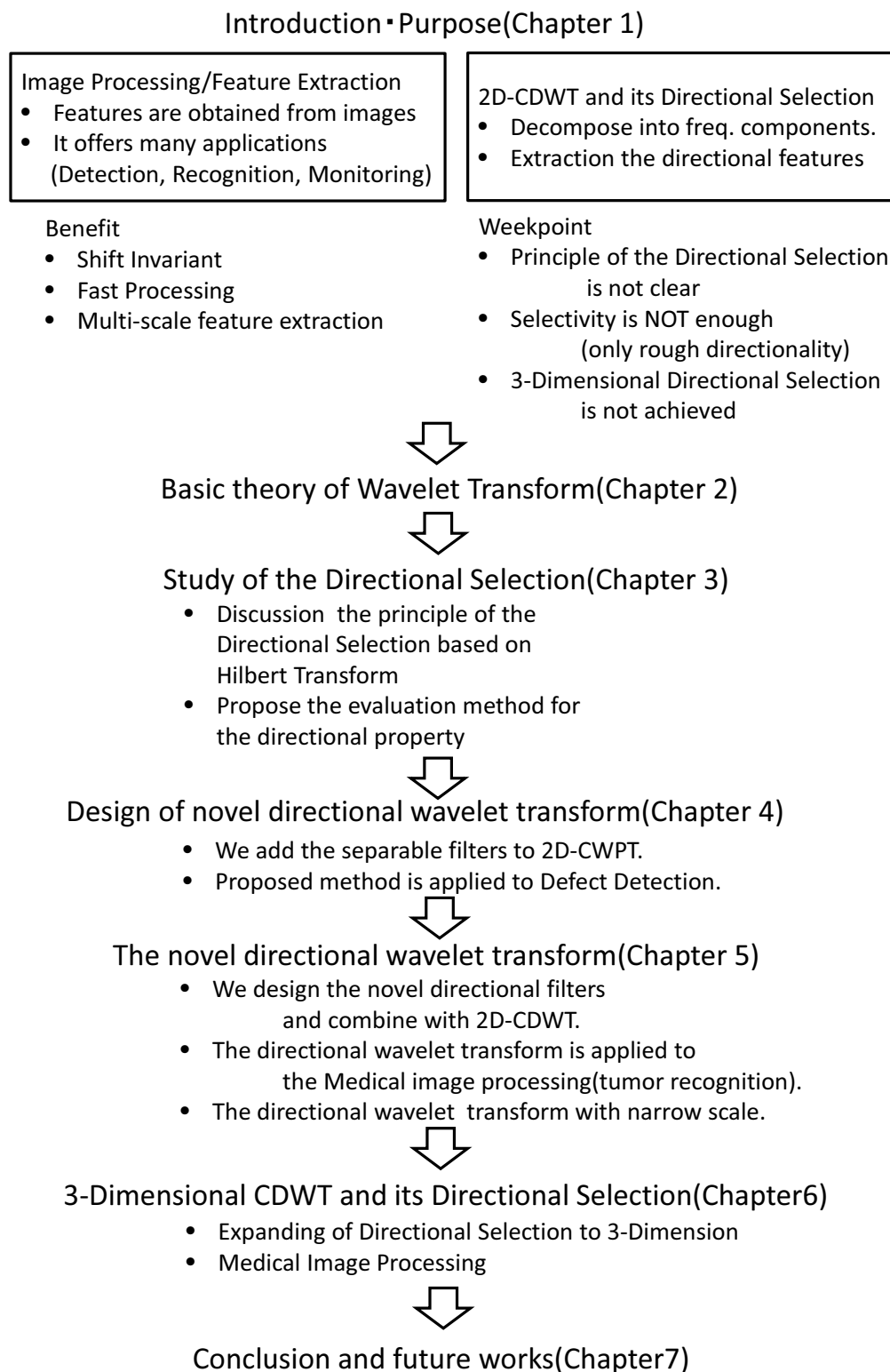


Fig. 1.8 The framework of this paper.

第2章 基礎理論

本章では，本論文の議論に必要となる数学的な定義，ウェーブレット変換の基本的な理論について説明する．始めに，フーリエ変換と離散フーリエ変換，信号の内積，ヒルベルト変換，Z変換について述べる．次に，連続ウェーブレット変換，離散ウェーブレット変換について述べる．最後に，複素数離散ウェーブレット変換および複素数離散ウェーブレットパケット変換の計算および方向選択性について述べる．

2.1 数学的な準備

本論文では，フーリエ変換および逆変換をそれぞれ式 (2.1)，(2.2) で定義する．

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x}dx \quad (2.1)$$

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega x}dx \quad (2.2)$$

また，デジタル信号 $f(n)$ に対して，以下の離散フーリエ変換を用いる．

$$F(k) = \sum_{n=0}^N f(n)e^{-ink/2\pi}, \quad (2.3)$$

$$f(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N F(k)e^{ikn/2\pi} \quad (2.4)$$

次に，信号の内積は，式 (2.5) で表される．また，信号の内積演算は本論文では式 (2.5) の左辺で表すこととする．さらに，信号 f, g の直交条件は式 (2.6) で表され，信号のノルムは式 (2.7) で示される．以後，本論文では l_2 ノルムをノルムと呼ぶこととする．

$$\langle f, g \rangle = \int f(t)\overline{g(t)}dt \quad (2.5)$$

$$\langle f, g \rangle = 0 \quad (2.6)$$

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle} = \sqrt{\int |f|^2 dt} \quad (2.7)$$

ここで、信号の内積の例を最も簡単な場合について説明する．解析する信号 f を3次元ベクトルとして、式(2.8)に示す．実用上は、信号長の N の次元を持つベクトルとされる．

$$f = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

さらに、 f との内積を計算する直交基底を式(2.9)に示す．この基底 e_k と f との内積は式(2.10)-(2.12)で示される．

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$d_1 = \langle f^T, e_1 \rangle = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 3 \quad (2.10)$$

$$d_2 = \langle f^T, e_2 \rangle = 3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 4 \quad (2.11)$$

$$d_3 = \langle f^T, e_3 \rangle = 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2 \quad (2.12)$$

また、基底 e_k は正規直交基底であるため、式(2.13)のように各基底の係数 d_k と e_k の積で元の信号 f が表現される．

$$f = \sum_k d_k e_k \quad (2.13)$$

時系列信号や画像等に、上記の内積の式を適用する場合、信号・画像を N 次元のベクトルと考える (N は信号・画像のサイズ)．その場合、 e_k は $k = 1, 2, 3$ と平行移動していると解釈できる．次節で述べる連続ウェーブレット変換でも、このように基底 (後述するがマザーウェーブレット) を平行移動しながら信号との内積を計算することとなる．

次に、複素数離散ウェーブレット変換を扱う上で重要なヒルベルト変換は、以下の式を用いて表される．

$$h(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(u)}{x - u} du \quad (2.14)$$

式(2.14)は、畳み込み演算で表現すると、信号 $f(x)$ に、 $g(x) = 1/(\pi x)$ を畳み込むことと同義である．デジタル信号を扱う実装上は、ヒルベルト変換をオールパスフィルタとみなし、離散フーリエ変換により計算する．ヒルベルト変換の性質については、3章でも述べる．

次に、Z変換は以下の式を用いることとする．

$$F(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n z^{-n} \quad (2.15)$$

$$z = e^{a+j\omega} \quad (2.16)$$

2.2 連続ウェーブレット変換

連続ウェーブレット変換 (Continuous Wavelet Transform, CWT) とは空間 (時間)-周波数解析手法の一つであり, マザーウェーブレット (Mother Wavelet, MW) と呼ばれる空間軸上で局所的な振幅を持った関数を空間軸方向に拡大・縮小, および平行移動させながら, 信号との内積を計算することで, 信号を解析する. ウェーブレット変換と逆ウェーブレット変換を式 (2.17), (2.18) に示す. また, 式 (2.20) は逆変換, 式 (2.18) が成立するためのアドミッシブル条件である.

$$W(a, b) = a^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\psi_{a,b}(x)} dx \quad (2.17)$$

$$f(x) = C_{\psi}^{-1} \int \int_{a,b} W(a, b) a^{-\frac{1}{2}} \psi_{a,b}(x) \frac{da db}{a^2} \quad (2.18)$$

ここで,

$$\psi_{a,b}(x) = \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (2.19)$$

とする.

$$C_{\psi} = \int \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2.20)$$

ここで, $W(a, b)$ はウェーブレット係数, $f(x)$ は解析対象の信号, ψ は MW, $a(a > 0)$ はスケールパラメータであり, $(1/a)$ はウェーブレットの拡大・縮小を表す. a によって MW の持つ周波数を変化させる. 例えば, a を 2 倍にすると, 空間軸方向に波形が拡大するため, ウェーブレットの周波数は $1/2$ になる. ここで, MW を拡大縮小・平行移動したものを MW と区別するため, 単にウェーブレットもしくは, ウェーブレット関数と呼ぶこととする. b はシフトパラメータであり, ウェーブレットの空間軸方向への移動量を表す. ω は角周波数である. また, $\overline{\psi_{a,b}(x)}$ は $\psi_{a,b}(x)$ の複素共役を示している. 式 (2.17) では, 信号 $f(x)$ と様々な周波数のウェーブレットを各 x に平行移動させ, 内積を計算する. そのため $W(a, b)$ では, 各 x で信号の持つ周波数成分を計算できる.

また, 逆ウェーブレット変換を行う条件として, 式 (2.20) の代わりに, 式 (2.21) を用いることも多い.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = 0 \quad (2.21)$$

MW には, これまでに多くの関数が提案されており, 代表的なものには, 階段状の関数を利用した Gabor ウェーブレット, Haar ウェーブレットや Meyer ウェーブレット等がある. MW の

選択基準の一つとして、時間-周波数窓がある。MWは時間領域で局在化しているため、時間領域の半値幅と周波数領域の半値幅を持つが、時間-周波数窓は両方の半値幅の積で表される。不確定性原理から、両方の半値幅を同時に小さくすることは不可能である。Gabor ウェーブレットはガウス窓に \sin および \cos 関数を掛けあわせた関数であり、他の MW と比較して時間-周波数窓の面積が最小となることが知られている。そのため、時間領域で局所的な周波数変化を高精度に捉える事が可能となる。一方で、Haar ウェーブレットは主に次節で述べる離散ウェーブレット変換に用いられ、コンピュータビジョンの分野では、Haar-like 特徴^[14]の基礎として、物体検出に頻繁に用いられている。また、Haar ウェーブレットは直交性 (拡大・縮小, 平行移動した際に、各ウェーブレットの内積が 0 となる性質) を持ち、波形が単純であるため、広く利用されている MW の一つである。

また実装上、CWT は、 $-\infty$ から ∞ に近い範囲で内積計算をする必要があるため、一般に計算量が膨大になる。そのためリアルタイム処理が必要なシステムには適さないという欠点を持つ。さらに、連続ウェーブレット変換では、各 a, b の $\overline{\psi_{a,b}(x)}$ は直交せず、過剰基底を構成する。そのため、信号・画像に含まれる周波数成分を定量的に比較・解析をすることが困難である。一方で次節にて述べる離散ウェーブレット変換は、正規直交基底を構成するため、信号の定量評価に有効である。

2.3 離散ウェーブレット変換

CWT には式 (2.17) に示すように積分演算が含まれており、また、ウェーブレット係数は連続値 2 変数の関数として表されるため、計算量が多くなるという問題がある。さらに、逆変換ではその計算に 2 重積分が含まれているため、その計算量は膨大となる。そこで、拡大・縮小, 平行移動を効率化した離散ウェーブレット変換 (Discrete Wavelet Transform, DWT) が提案されている。DWT も信号を内積演算で計算することには変わりはないが、DWT の場合は、それぞれのウェーブレットが基底となり、信号を各基底と係数で表現すると解釈できる。そのような性質を持つため、DWT は信号・画像表現の手法として、画像圧縮に応用され JPEG2000 に実用化されることや、スパース表現の源流となっていた^{[13][54][55]}。

まず、本章では DWT の基本的な演算について述べ、その後、DWT の中で、比較的、変換・逆変換が単純な直交ウェーブレットについて述べる。最後に、Mallat らが提案した多重解像度解析を基にした高速アルゴリズムを用いた DWT について述べる。DWT が高速計算可能であることは、一般に高速アルゴリズムを利用しているためである^[8]。

2.3.1 内積による DWT

CWT と同様に DWT は信号 $f(x)$ と基底を構成するウェーブレット $\psi(x)$ との内積計算となる。式 (2.22) に DWT の式を示す。

$$d_k^j = \sum_k f(x) \overline{\psi_{j,k}(x)} \quad (2.22)$$

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^j x - k) \quad (2.23)$$

計算結果 d_k^j はウェーブレット係数と呼ばれる。 j は分解レベルというパラメータであり、ウェーブレットの拡大・縮小の程度を表す。式 (2.23) 中の $\psi_{j,k}(x)$ はレベル j によって拡大・縮小したウェーブレットを示している。また、式 (2.23) 中の k は並行移動のパラメータである。式 (2.22), (2.23) から、DWT においても、各スケール、位置でウェーブレットと信号の内積が計算されている事がわかる。さらに、 $\psi_{j,k}(x)$ が正規直交基底の場合、逆変換が式 (2.24) で示される。

$$f(x) = \sum_j \sum_k d_k^j \psi_{j,k}(x) \quad (2.24)$$

また、 $\psi_{j,k}(x)$ が正規直交基底を構成する条件は式 (2.25) で表される。

$$\langle \psi_{j_1,k_1}(x) \psi_{j_2,k_2}(x) \rangle = \delta_{k_1,k_2} \delta_{j_1,j_2} \quad (2.25)$$

ただし、

$$\delta_{k_1,k_2}(x) = \begin{cases} 1 & k_1 = k_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.26)$$

$$\delta_{j_1,j_2}(x) = \begin{cases} 1 & j_1 = j_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.27)$$

となる。上記式にあるような、各スケール、位置での各々のウェーブレットが直交するウェーブレットを直交ウェーブレット (Orthogonal Wavelet) という

2.3.2 直交ウェーブレット

DWT では、式 (2.22) のように、各スケール (j) のウェーブレットと信号の内積を計算し、信号の各周波数成分を計算する。この際に、解析する信号は任意の信号を想定するため、ウェーブレットのスケールを変化させ、ナイキスト周波数付近の高周波帯域を表現するウェーブレットを用意する一方で、周波数が 0 に限りなく近い低周波数帯域を担当するウェーブレットも同様に用意する必要がある。そのため、周波数が 0 付近の成分を表現するために、無限のウェーブレットを用意する必要があるが、現実的ではなくなる。そこで、低周波帯域に振幅を持つスケーリング関数 $\phi(x)$ が導入された。直交ウェーブレットでは、このスケーリング関数と MW を用いて信号を表現する。一般に DWT による信号の解析は、スケーリング関数と MW を利用した直交ウェーブレットによる解析を意味する。

直交ウェーブレットは、MW を拡大・縮小，平行移動した各ウェーブレット，同様に拡大・縮小，平行移動した各スケーリング関数を利用して，信号を表現する．ここで，拡大・縮小，平行移動した各スケーリング関数は式 (2.28) で表される．各ウェーブレットについては，式 (2.23) で表される．

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \phi(2^j x - k) \quad (2.28)$$

DWT は，スケーリング関数の拡大・縮小と平行移動によって与えられる関数の集合 $\phi_{j,k}$ と，MW の拡大・縮小と平行移動によって与えられる関数の集合 $\psi_{j,k}(x)$ をそれぞれ基底として，信号を表現する．ここで， $\{\phi_{j,k}\}$ が張る線形空間と $\{\psi_{j,k}(x)\}$ が張る線形空間は直交する．信号の低周波成分は $\phi_{j,k}(x)$ の線形結合で表され，一方で，高周波成分が $\psi_{j,k}(x)$ の線形結合で表される．

$$\phi(x) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} p_k \phi(2x - k) \quad (2.29)$$

$$\psi(x) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} q_k \phi(2x - k) \quad (2.30)$$

ここで，スケーリング関数の拡大前，拡大後には，以下の式 (2.29)，(2.30) の関係がある．式 (2.29)，(2.30) 中の $\phi(x)$ は $\phi(2x - k)$ に対して，スケールが 2 倍になっており， x 軸方向の拡大を示している．また， $\phi(2x - k)$ に，数列 $\{p_k\}$ をかけ， $\phi(x)$ を構成しているが，これは，拡大前の $\phi(2x - k)$ の線形結合で，拡大後の $\phi(x)$ が表されることを意味する．そのため， $\phi(2x - k)$ が張る線形空間は $\phi(x)$ が張る線形空間を内包している．式 (2.30) においても同様である．さらに $\psi(x)$ ， $\phi(x)$ は直交している．これは $\{p_k\}$ ， $\{q_k\}$ には以下の式 (2.31) の関係があるためである．

$$q_k = (-1)^{1-k} p_{1-n} \sum_k p_k = 2 \quad (2.31)$$

直交ウェーブレットでは，解析する信号の張る空間をそれぞれの基底が張る部分空間に分解するが，それぞれの基底が拡大縮小された，スケーリング関数やウェーブレットであるため，信号の異なる周波数成分を計算していることと同義となる．式 (2.29)，(2.30) をトゥースケール関係といい，線形結合に用いる数列 $\{p_k\}$ ， $\{q_k\}$ をトゥースケール数列という．

また，直交関係であるため， $\phi_{j,k1,k2}$ ， $\psi_{j,k1,k2}$ は式 (2.32)，(2.33)，(2.34) を満たさなければならない．

$$\langle \phi_{j,k1}(x) \psi_{j,k2}(x) \rangle = \delta_{k1,k2} \quad (2.32)$$

$$\langle \psi_{j,k1}(x) \psi_{j,k2}(x) \rangle = \delta_{k1,k2} \quad (2.33)$$

$$\langle \phi_{j,k1}(x) \phi_{j,k2}(x) \rangle = \delta_{k1,k2} \quad (2.34)$$

直交ウェーブレットを信号 $f(x)$ に適用すると、まず、各スケールの信号 $f_j(x)$ は式 (2.35) のように、スケーリング関数の線形結合で示される。その線形結合の係数 $c_{j,k}$ は $f(x)$ と式 (2.36) の内積演算で求められる。また各レベルの $\phi_{j,k}$ は式 (2.35) のように、パラメータ j によって拡大・縮小される。

$$f_j(x) = \sum_k c_{j,k} \phi_{j,k}(x), \quad \phi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \phi(2^j x - k) \quad (2.35)$$

$$c_{j,k} = \sum_x f(x) \overline{\phi_{j,k}(x)} \quad (2.36)$$

同様にウェーブレットが張る空間に属する信号 $g_j(x)$ は式 (2.37) で示すことができ、その線形結合の係数は式 (2.38) で求められる。

$$g_j(x) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} d_{j,k} \psi_{j,k}(x), \quad \psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k) \quad (2.37)$$

$$d_{j,k} = \sum_x f(x) \overline{\psi_{j,k}(x)} \quad (2.38)$$

各レベルの $\phi(x)$, $\psi(x)$ との内積を計算することで、式 (2.36), (2.38) から信号の周波数成分が計算される。さらに、式 (2.35) から式 (2.38) と式 (2.43) から、もとの信号 $f(x)$ は式 (2.39) のように各周波数成分の和で示される。

$$f(x) = c_{J,n} \phi_{j,n}(x) + \sum_{j,k} d_{j,n} \psi_{j,n} \quad (2.39)$$

次節では、直交ウェーブレットと関係が深い多重解像度解析 (Multi Resolution Analysis, MRA) について述べる。

2.3.3 多重解像度解析

前節で紹介した、直交ウェーブレットによる離散ウェーブレット変換は、変換結果として、ウェーブレット係数 $d_{j,k}$ を計算する。Mallat は、この計算に多重解像度解析の概念を導入し、効率的にウェーブレット係数を計算可能な高速アルゴリズムを提案した^[8]。本節では、多重解像度解析について説明する。MRA は信号・画像の解像度を段階的に変化させ、信号を各々の

解像度の信号に分解する手法である．信号や画像の解像度であるサンプリング周期（スケール）を $1, 2, 4, 8, \dots$ と指数関数的に増加させ，各解像度に対応する信号を得るものである．

まず，任意の信号 $f^0(x)$ を考える．信号 $f^0(x)$ のサンプリング周期を 1 とする．信号 $f^0(x)$ は式 (2.40) で表される．

$$f^0(x) = g^{-1}(x) + f^{-1}(x) \quad (2.40)$$

式 (2.40) 中の $g^{-1}(x)$ は信号のスケール 2^0 以下で信号の振幅が変化する成分であり， $f^{-1}(x)$ はスケール 2^1 以上で振幅が変化する成分である．そのため，式 (2.40) は信号のおおまかな変化の成分である $f^{-1}(x)$ と詳細な変化の成分の $g^{-1}(x)$ に分解している．大まかな成分は信号では，信号の低周波成分に相当し，画像では元画像を平滑化した画像に相当する．一方で詳細な変化の成分は高周波成分に相当し，画像では，輪郭（エッジ）やテクスチャ，濃淡値が不連続な部分に相当する．さらに， $f^{-1}(x)$ は式 (2.41) スケール 2^1 以上で振幅が変化する成分と，スケール 2^1 以上， 2^2 以下の成分で表される．

$$f^{-1}(x) = g^{-2}(x) + f^{-2}(x) \quad (2.41)$$

このように，MRA では信号の変化のスケールに応じて信号を分解する．式 (2.40), (2.41) を再帰的に行い信号 $f^0(x)$ は式 (2.42) で示される．

$$f^0(x) = g^{-1}(x) + g^{-2}(x) + g^{-3}(x) \dots + g^{-n}(x) + f^{-n}(x) \quad (2.42)$$

このように信号を異なるスケールの成分へと分解することを多重解像度解析という．また MRA は以下のように関数空間の分解として解釈できる．任意の関数 $f^0(x)$ は関数空間 V_0 に属し，これは V_0 から式 (2.42) のようにスケールの違いによる分解を行い部分空間 V_{-1} ，直交補空間 W_{-1} を構成する．この部分空間と直交補空間への分解は式 (2.43) で表される．

$$V_0 = V_{-1} \oplus W_{-1} \quad (2.43)$$

この分解の処理を再帰的に繰り返し，信号を異なるスケールで次々に分解すると，式 (2.42) は式 (2.44) で書き換えられる．

$$\begin{aligned} V_0 &= V_{-1} \oplus W_{-1} \\ &= (V_{-2} \oplus W_{-2}) \oplus W_{-1} \\ &= (V_J \oplus W_J) \oplus W_{J+1} \oplus \dots \oplus W_j \oplus \dots \oplus W_{-2} \oplus W_{-1} \end{aligned} \quad (2.44)$$

さらに，各 V_j は，式 (2.43) のように分解するため，式 (2.45) のような包含関係が成立する．

$$V_0 \supset V_{-1} \supset V_{-2} \supset V_{-3} \dots \supset V_{j+1} \supset V_j \quad (2.45)$$

MRA では，もとの関数 $f(x)$ を部分空間とその補空間へと次々に分解する．次に，多重解像度解析に用いる直交ウェーブレットについて述べる．

2.3.4 高速アルゴリズムを用いた DWT

DWT の定義に従うと、内積計算によってウェーブレット係数を求めるが、Mallat は MRA を利用し、サンプリング周期を変化させることで、データ点数を減少させ、計算量を削減させている。この手法は高速アルゴリズムと呼ばれ、DWT で最もよく利用される手法である。

高速アルゴリズムでは、MRA のように信号を各スケールの成分に分解する。そのために、ローパス・ハイパスフィルタとサンプリングレートの変換 (ダウンサンプリング, アップサンプリング) を組み合わせ、各スケールの成分へ分解する。また、DWT の内積計算はフィルタによって代替されている。サンプリング周期をスケールによって変化させるため、各空間周波数成分で最適なサンプリング周期で信号を表現することができる。さらに、各スケールの成分には、式 (2.44) の包含関係があり、低周波成分を再帰的に分解することを利用する。

MRA による信号の分解を式 (2.46), (2.47) に示す。式 (2.46), (2.47) 中の $\{a_k\}$, $\{b_k\}$ がそれぞれローパス/ハイパスフィルタであり、 $c_{j+1,n}$ が入力信号である。畳み込み演算のシフト k が $2k$ となっているため、 n に対して、2 個置きに総和を計算する。そのため、データ点数が $1/2$ になり、ダウンサンプリングされていることがわかる。

$$c_{j,k} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_{2k-n} c_{j+1,n} \quad (2.46)$$

$$d_{j,k} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} b_{2k-n} c_{j+1,n} \quad (2.47)$$

式 (2.46), (2.47) のフィルタリングの処理を分解アルゴリズムという。分解アルゴリズムは始めに入力する $c_{0,k}$ は入力信号を用いる。

分解アルゴリズムから求めた低周波成分 $c_{j,n}$ に対して、この処理を繰り返し、各周波数成分を計算する。予め指定した分解レベル J までこの処理を行う。また、 $\{a_k\}$, $\{b_k\}$ はローパス・ハイパスのフィルタリングの処理を示し、 $2 \downarrow$ はダウンサンプリングを示している。分解アルゴリズムのフローチャートを Fig. 2.1 に示す。

分解アルゴリズムに用いるフィルタは直交ウェーブレットのトウスケール数列によって求められる。式 (2.48) にトウスケール数列からハイパス・ローパスフィルタを求める式を示す。式 (2.48) からトウスケール数列の反転でフィルタが計算されている。

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{p_{-k}}, \quad b_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{q_{-k}}, \quad (2.48)$$

分解アルゴリズムで用いるダウンサンプリングの処理はデータを間引く処理であり、サンプリング周波数を変換する処理である。2 のダウンサンプリングであれば、サンプリングされた離散信号を 2 つおきに間引き、サンプリング周波数を $1/2$ に変換する。ダウンサンプリングされた信号を $F_M(\omega)$ とすると、元の信号を $f(\omega)$ とすると式 (2.49) で表される。

$$F_{M \downarrow}(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} F\left(\frac{\omega + 2\pi k}{M}\right) \quad (2.49)$$

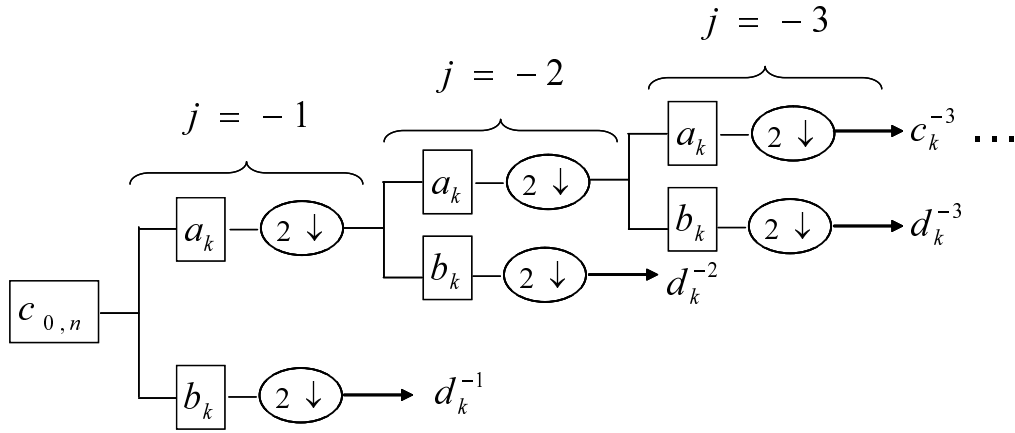


Fig. 2.1 Processing flowchart of Decomposition Algorithm

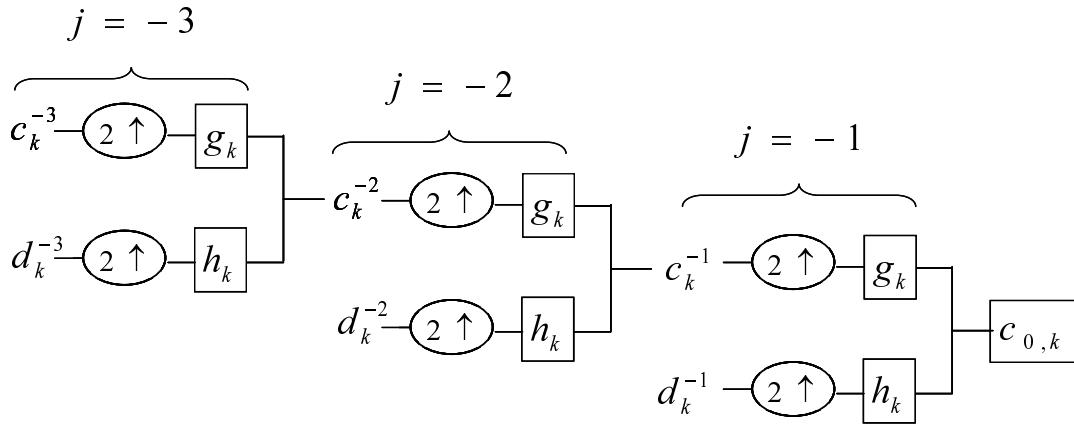


Fig. 2.2 Processing flowchart of Reconstruct Algorithm

高速アルゴリズムでは、 $M = 2$ のため、式 (2.49) は式 (2.50) で表される。

$$F_2 \downarrow(\omega) = \frac{1}{2} \left\{ F\left(\frac{\omega}{2}\right) + F\left(\frac{\omega + 2\pi}{2}\right) \right\} \quad (2.50)$$

ダウンサンプリングの処理によって、周波数特性が変化していることがわかる。 $F(\frac{\omega}{2})$ によって、周波数スペクトルを ω 方向に $1/2$ 倍され、不確定性原理から、周波数スペクトルが $1/2$ 倍されると空間領域では、空間 (時間) 軸方向に 2 倍になる。そのため、 $\psi(x)$, $\phi(x)$ の拡大・縮小がダウンサンプリングに相当する。さらに、ダウンサンプリングでは、データ点数が半分になり、再帰的に分解を繰り返すことで、その処理が高速になる。さらに、ウェーブレット係数をフィルタリングしていくため、高周波成分も、低いサンプリング周期で表現できる。そのため、高速処理が実現されている。

DWT の逆変換は高速アルゴリズムを用いる場合は、再構成と呼ばれる。MRA の再構成では分解結果に対して、アップサンプリングとフィルタリングによって、再構成を実現している。Fig. 2.2 に再構成のフローチャートを示す。この再構成の処理を再構成アルゴリズムという。また、Fig. 2.2 の出力である $c_{0,k}$ は、完全に元の信号と一致する。再構成アルゴリズムに用いる

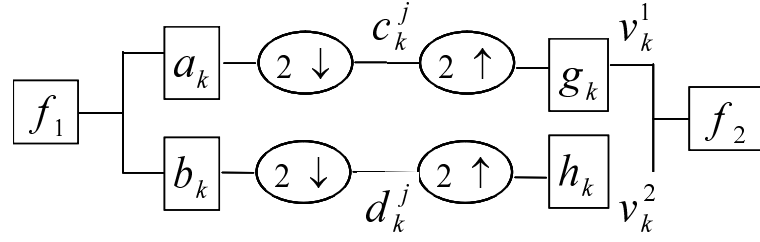


Fig. 2.3 Schematic diagram of the filter bank for decomposition and reconstruction

フィルタ g_k, h_k は以下の式 (2.51) から計算する.

$$g_k = \frac{1}{\sqrt{2}}p_k, \quad h_k = \frac{1}{\sqrt{2}}q_k \quad (2.51)$$

また再構成アルゴリズムは、ダウンサンプリングとは反対に、サンプリングされた離散信号に M 個間隔で 0 を挿入する処理である.

アップサンプリングの処理は元の信号の周波数特性を $F(\omega)$ とすると式 (2.52), (2.53) で表される. アップサンプリングでは、逆に、周波数特性が ω 方向に 2 倍になり、空間領域では、空間軸方向に 1/2 倍になる.

$$F_{M \uparrow}(\omega) = F(M\omega) \quad (2.52)$$

$$F_{2 \uparrow}(\omega) = F(2\omega) \quad (2.53)$$

2.3.5 再構成条件

MRA を用いた高速アルゴリズムにおいて、再構成を実現するには、完全再構成条件を満たしたフィルタを選択しなければならない^[4]. フィルタリングとダウンサンプリングによって、分解した各信号から元の信号を再構成することを考えた時、Fig. 2.3 中の f_1, f_2 が同一の信号でなければならない. Fig. 2.3 は 1 回の分解処理と 1 回の再構成処理であるが、複数回の処理であっても、各レベルの分解と再構成の処理がペアになるため、Fig. 2.3 で再構成可能であれば、分解するスケールによらず、再構成可能である.

まず、ダウンサンプリングの伝達関数は式 (2.50) で示される. この式を z 変換で表すと式 (2.54) となる.

$$G_{2 \downarrow}(z) = \frac{1}{2}(F(z^{\frac{1}{2}}) + F(-z^{\frac{1}{2}})) \quad (2.54)$$

ダウンサンプリングは周波数特性を ω 方向に 1/2 倍にするため、 z 変換上では、 z の指数が 1/2 倍されている. さらに $F(-z^{\frac{1}{2}})$ の項は、式 (2.50) の第 2 項に相当し、複素平面において位

相が π から 2π までの区間であるため、複素平面の 2π 周期から $F(-z^{\frac{1}{2}})$ で表されている。一方でアップサンプリングの伝達関数は式 (2.55) で示される。

$$G_{2\uparrow}(z) = F(z^2) \quad (2.55)$$

式 (2.54), (2.55) から Fig. 2.3 中の $c_{j,k}$, $d_{j,k}$ はそれぞれ Z 領域では式 (2.56) で表される。ここで、式 (2.56) はフィルタ適用した後のダウンサンプリングであり、 $F(z)$ が信号、 $A(z)$, $B(z)$ がフィルタであることに注意されたい。

$$\begin{aligned} C_j(z) &= \frac{1}{2} [A(z^{1/2})F(z^{1/2}) + A(-z^{1/2})F(-z^{1/2})] \\ D_j(z) &= \frac{1}{2} [B(z^{1/2})F(z^{1/2}) + B(-z^{1/2})F(-z^{1/2})] \end{aligned} \quad (2.56)$$

さらに再構成アルゴリズムを適用し、アップサンプリングを行った v_k^1, v_k^2 の z 変換は V^1, V^2 式 (2.57) で表される。

$$\begin{aligned} V^1(z) &= \frac{1}{2} G(z) [A(z)F(z) + A(-z)F(-z)] \\ V^2(z) &= \frac{1}{2} H(z) [B(z)F(z) + B(-z)F(-z)] \end{aligned} \quad (2.57)$$

よって、出力 f_2 の Z 変換 $F_2(z)$ は、式 (2.58) となる。

$$\begin{aligned} F_2(z) &= V^1(z) + V^2(z) \\ &= \frac{1}{2} G(z) [A(z)F(z) + A(-z)F(-z)] \\ &\quad + \frac{1}{2} H(z) [B(z)F(z) + B(-z)F(-z)] \\ F_2(z) &= \frac{1}{2} F(z) [G(z)A(z) + H(z)B(z)] \\ &\quad + \frac{1}{2} F(-z) [G(z)A(-z) + H(z)B(-z)] \\ &= T(z)F(z) + S(z)F(-z) \end{aligned} \quad (2.58)$$

ここで、式 (2.59) を導入した。

$$\begin{aligned} T(z) &= \frac{1}{2} [A(z)G(z) + B(z)H(z)] \\ S(z) &= \frac{1}{2} [A(-z)G(z) + B(-z)H(z)] \end{aligned} \quad (2.59)$$

式 (2.58), (2.59) から、 $F(z) = F_2(z)$ となるには、式 (2.61) を満たす必要がある。

$$T(z) = \frac{1}{2} [A(z)G(z) + B(z)H(z)] = 1 \quad (2.60)$$

$$S(z) = \frac{1}{2} [A(-z)G(z) + B(-z)H(z)] = 0 \quad (2.61)$$

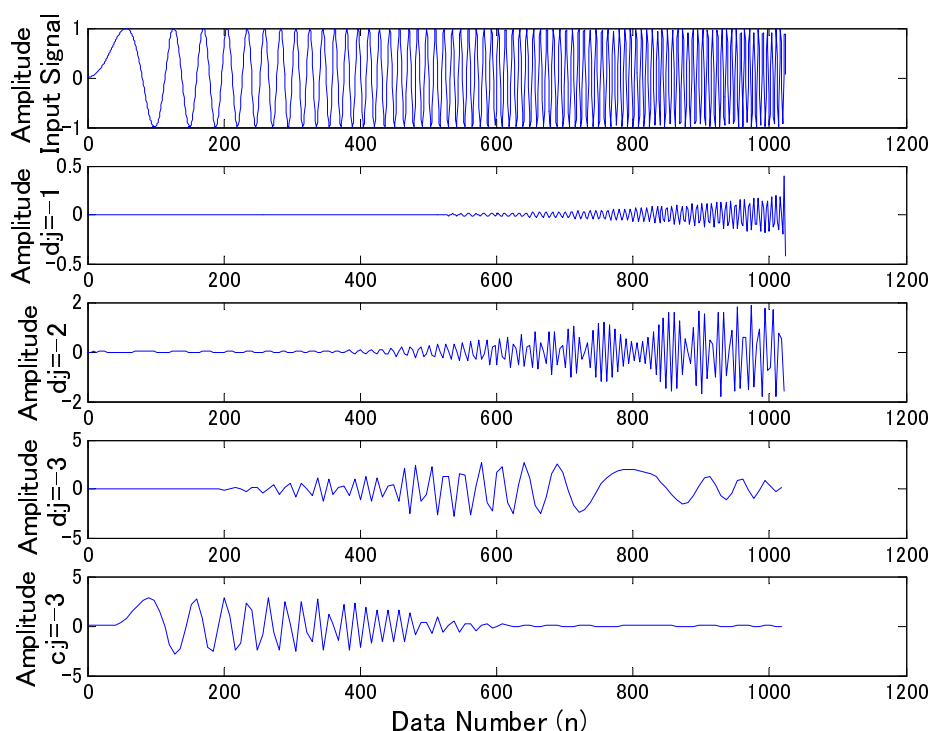


Fig. 2.4 Decomposition of sweep signal using Daubechies6 wavelet , decomposition level: $j=-3$

これは Mallat の高速アルゴリズムに関わらず、2 分割フィルタバンクの完全再構成条件として、知られている。ウェーブレットの設計上では、式 (2.61) の位相の条件を緩和し、0 以外の定数を用いることもある。式 (2.61) の右边が定数 $Const$ であれば再構成後の信号が、入力信号と波形は等しく、位相のみが $Const$ だけずれた信号となる。

2.3.6 DWT による信号の解析例

本章の最後に DWT による実際の信号の解析例を示す。入力信号として、sweep 信号を各周波数成分へと分解した。sweep 信号の式を 2.62 に示す。

$$sweep_n = \sin \frac{n^2}{2048} \quad (2.62)$$

DWT として、一般的な MW である Daubechies6 ウェーブレットを用いて、sweep 信号に分解アルゴリズムを適用する。今回は分解レベルを $j = -3$ とした。分解アルゴリズムを適用し、各周波数成分に分解した後、それぞれの成分を各々で再構成を行う。各周波数成分を再構成した結果を Fig. 2.4 に示す。

Fig. 2.4 から、 $j = -1, -2, -3$ と変化に従い、捉えている周波数成分が異なることがわかる。このことから、DWT によって時間的に周波数が移り変わる信号の解析が可能であることを示し

ている。

2.4 2次元複素数離散ウェーブレット変換 (2D-CDWT)

前節までに、DWTの基本理論について述べた。しかし、従来のDWTには、シフト不変性(時不変性)の欠如と呼ばれる弱点、すなわち信号の特徴の位置によって変換後のウェーブレット係数が変動し、頑健な信号・画像処理が困難となる弱点があった。その中で、戸田らの提案するCDWTは、Meyerの直交ウェーブレットを基礎に設計されており、KingsburyやSelesnick等では実現不可能であった完全シフト不変性を達成している^{[22][23]}。

CDWTは、DWTと基本的な原理や高速アルゴリズムの計算は同様である。しかし、MWが実数部と虚数部に分かれた、2つの直交ウェーブレットにより構成されるのが特徴である。すなわち、スケーリング関数には、実数部のスケーリング関数 $\phi^R(x)$ 、虚数部のスケーリング関数 $\phi^I(x)$ があり、マザーウェーブレット (Mother Wavelet, MW) も同じく、実数部のMW $\psi^R(x)$ 、虚数部のMW $\psi^I(x)$ がある。Fig. 2.5に複素数のMeyerのMWを示す。

ここで、Fig. 2.5(a)は、サンプリング間隔が1であり、レベル-1のMWに相当する。同図(b)は、サンプリング間隔が2であり、レベル-2のMWに対応し、同様に同図(c)は、サンプリング間隔が4であり、レベル-2のMWに対応している。

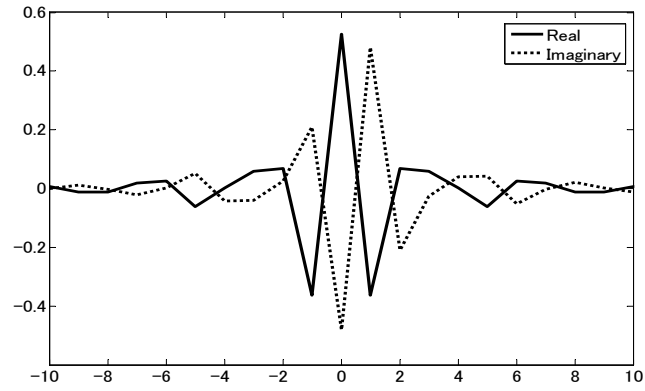
なおMRAの高速アルゴリズムに用いる実数部のローパス・ハイパスフィルタのフィルタ係数を $\{a_k^R\}$, $\{b_k^R\}$ 、また虚数部のそれらを $\{a_k^I\}$, $\{b_k^I\}$ とする。以上のようなCDWTを2次元に拡張した2次元複素数離散ウェーブレット変換 (2D-CDWT) について述べる。Fig. 2.6に2D-CDWTのフローチャートを示す。

2D-CDWTでは、スケーリング関数とMWが、それぞれ実数部・虚数部を持ち、これらを用いて画像 $f(x, y)$ を、式(2.63)を利用して展開する。式(2.63)の $RI(x, y)$ の項は横方向(x 軸)に実数部、縦方向(y 軸)に虚数部の処理をする関数で、式(2.64),(2.65)の中の関数 $RR(x, y)$, $RI(x, y)$ のように表される。なお関数 $IR(x, y)$, $II(x, y)$ に関しても同様に表される。次に、式(2.64),(2.65)中の c_{0,k_x,k_y}^{RR} , c_{0,k_x,k_y}^{RI} であるが、これらは、スケーリング関数による補間で求める。補間の処理は、実数の画像を複素数のスケーリング関数で表現する処理となり、 c_{0,k_x,k_y}^{RR} , c_{0,k_x,k_y}^{RI} 等のこれらの係数は、解析の対象となる2次元の離散信号 f_{n_x,n_y} を用いて以下の式(2.67), (2.66)より求められることが、文献^[22],^[23]より導かれる(文献^[22]では、CDWTによる1次元信号の補間法が提案されているが、これを2次元に拡張すると式(2.67),(2.66)が導かれる)。

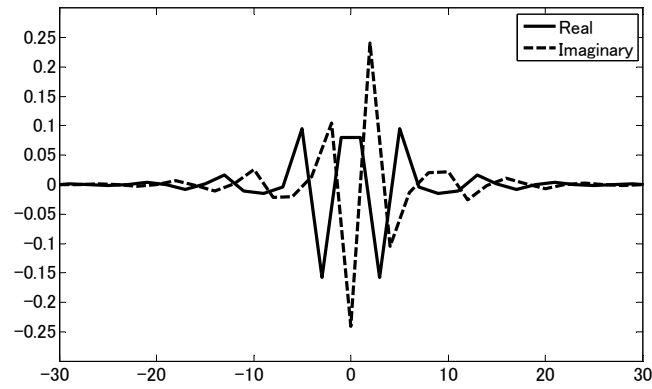
$$f(x, y) = RR(x, y) + RI(x, y) + IR(x, y) + II(x, y), \quad (2.63)$$

$$RR(x, y) = \sum_{k_x, k_y} c_{0,k_x,k_y}^{RR} \phi^R(x - k_x) \phi^R(y - k_y), \quad (2.64)$$

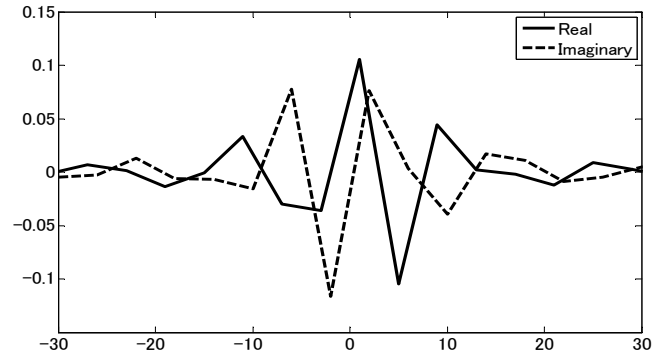
$$RI(x, y) = \sum_{k_x, k_y} c_{0,k_x,k_y}^{RI} \phi^R(x - k_x) \phi^I(y - k_y). \quad (2.65)$$



(a)



(b)



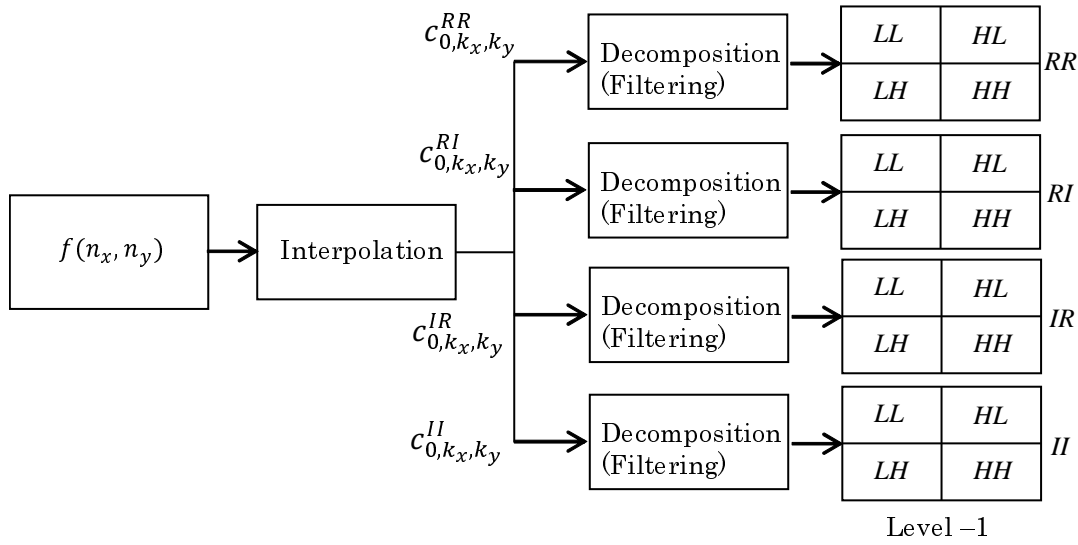
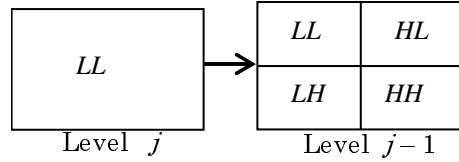
(c)

Fig. 2.5 The real and imaginary meyer MW.

$$c_{0,n_x,n_y}^{RR} = \frac{1}{4} \sum_{k_x,k_y} f_{n_x-k_x,n_y-k_y} \overline{\phi^R(-k_x) \phi^R(-k_y)}, \quad (2.66)$$

$$c_{0,n_x,n_y}^{RI} = \frac{1}{4} \sum_{k_x,k_y} f_{n_x-k_x,n_y-k_y} \overline{\phi^R(-k_x) \phi^I(-k_y)}. \quad (2.67)$$

関数 $IR(x,y)$, $II(x,y)$ の係数 c_{0,k_x,k_y}^{IR} , c_{0,k_x,k_y}^{II} に関しても、同様に求められる. そして、これらの係数には、DWT と同様に、ハイパス・ローパスフィルタが適用され、ウェーブレット係数

(a) Flowchart of level: $j = -1$ 

Same Process in all part

(b) Flowchart of level: $j \leq -2$

Fig. 2.6 Processing flowchart of the 2D-CDWT

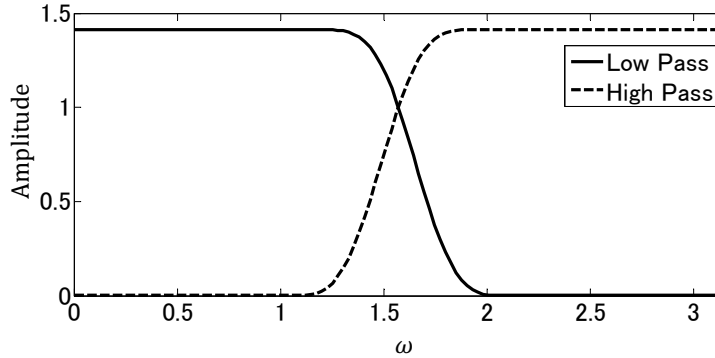


Fig. 2.7 The frequency characteristics of low and high-pass filters.

(各周波数成分)に分解される．例として c_{j+1,k_x,k_y}^{RI} の分解を式 (2.68)-(2.71) に示す (j は分解レベルであり，整数で表される．例えば $j = -1$ とすれば c_{0,k_x,k_y}^{RI} から分解レベル -1 への分解となる)．また，Fig. 2.7 にハイパスフィルタ b_k^R ・ローパスフィルタ a_k^R の周波数特性を示す．なお， b_k^I ， a_k^I については，周波数特性の内，振幅特性は同様であり，位相特性が異なるのみである．

$$c_{j,n_x,n_y}^{RI} = \sum_{k_x,k_y} a_{2n_x-k_x}^R a_{2n_y-k_y}^I c_{j+1,k_x,k_y}^{RI}, \quad (2.68)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,LH} = \sum_{k_x,k_y} a_{2n_x-k_x}^R b_{2n_y-k_y}^I c_{j+1,k_x,k_y}^{RI}, \quad (2.69)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,HL} = \sum_{k_x,k_y} b_{2n_x-k_x}^R a_{2n_y-k_y}^I c_{j+1,k_x,k_y}^{RI}, \quad (2.70)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,HH} = \sum_{k_x,k_y} b_{2n_x-k_x}^R b_{2n_y-k_y}^I c_{j+1,k_x,k_y}^{RI}. \quad (2.71)$$

式 (2.68)-(2.71) の c_{j,n_x,n_y}^{RI} 等はスケーリング係数, また $d_{j,n_x,n_y}^{RI,LH}$ 等はウェーブレット係数を示す. 式 (2.68) から得られたスケーリング係数 (低周波成分) の c_{j,n_x,n_y}^{RI} を, 再び式 (2.68), (2.71) の c_{j+1,k_x,k_y}^{RI} に代入し, 再帰的にフィルタを適用する. 以上のようなフィルタリングにより各周波数成分のウェーブレット係数を計算すると, $RI(x, y)$ は式 (2.72) に示すように, スケーリング係数とスケーリング関数, ウェーブレット係数とウェーブレットの線形結合に展開される.

$$\begin{aligned} RI(x, y) = & \sum_{k_x,k_y} c_{J,k_x,k_y}^{RI} \phi_{J,k_x}^R(x) \phi_{J,k_y}^I(y) + \sum_{j=J}^{-1} \sum_{k_x,k_y} d_{j,k_x,k_y}^{LH,RI} \phi_{j,k_x}^R(x) \psi_{j,k_y}^I(y) \\ & + \sum_{j=J}^{-1} \sum_{k_x,k_y} d_{j,k_x,k_y}^{HL,RI} \psi_{j,k_x}^R(x) \phi_{j,k_y}^I(y) + \sum_{j=J}^{-1} \sum_{k_x,k_y} d_{j,k_x,k_y}^{HH,RI} \psi_{j,k_x}^R(x) \psi_{j,k_y}^I(y) \end{aligned} \quad (2.72)$$

ただし式 (2.72) は分解レベル -1 から J (J は負の整数) までの分解であり, 各レベルのスケーリング関数, ウェーブレットは以下のように表される.

$$\begin{aligned} \phi_{j,k}^R(x) &= \sqrt{2^j} \phi^R(2^j x - k), \phi_{j,k}^I(x) = \sqrt{2^j} \phi^I(2^j x - k). \\ \psi_{j,k}^R(x) &= \sqrt{2^j} \psi^R(2^j x - k), \psi_{j,k}^I(x) = \sqrt{2^j} \psi^I(2^j x - k). \end{aligned} \quad (2.73)$$

なお式 (2.63) の中の関数 $RR(x, y)$, $IR(x, y)$, $II(x, y)$ に関しても, 式 (2.72) の $RI(x, y)$ と同じように分解され, 最終的に式 (2.63) の $f(x, y)$ は各項の各周波数成分の和で表される.

2.5 2D-CDWT の方向選択性

Kingsbury ら^[24]は, 上記のような分解処理により得られた高周波成分のウェーブレット係数に, 以下の式 (2.74)-(2.79) の計算を適用し, 画像の方向成分を得る手法を提案している.

$$D_{j,n_x,n_y}^{R0,LH} = \frac{d_{j,n_x,n_y}^{RR,LH} + d_{j,n_x,n_y}^{II,LH}}{2}, \quad (2.74)$$

$$D_{j,n_x,n_y}^{I0,LH} = \frac{d_{j,n_x,n_y}^{IR,LH} - d_{j,n_x,n_y}^{RI,LH}}{2}, \quad (2.75)$$

$$D_{j,n_x,n_y}^{R1,LH} = \frac{d_{j,n_x,n_y}^{RR,LH} - d_{j,n_x,n_y}^{II,LH}}{2}, \quad (2.76)$$

$$D_{j,n_x,n_y}^{I1,LH} = \frac{d_{j,n_x,n_y}^{IR,LH} + d_{j,n_x,n_y}^{RI,LH}}{2}, \quad (2.77)$$

$$|D_{j,n_x,n_y}^{0,LH}| = \sqrt{(D_{j,n_x,n_y}^{R0,LH})^2 + (D_{j,n_x,n_y}^{I0,LH})^2}, \quad (2.78)$$

$$|D_{j,n_x,n_y}^{1,LH}| = \sqrt{(D_{j,n_x,n_y}^{R1,LH})^2 + (D_{j,n_x,n_y}^{I1,LH})^2}. \quad (2.79)$$

ただし式 (2.74)-(2.79) は、 LH 成分に関する式で、他の周波数成分に関する計算も同様である。例として Fig. 2.8 の入力画像に対して 2D-CDWT を適用し、得られた各レベルのウェーブレット係数 $d_{j,k_x,k_y}^{RI,LH}$ 等に対して、式 (2.74)-(2.79) の計算を行い、得られた $|D_{j,n_x,n_y}^{0,LH}|$ 等を Fig. 2.9 に示す。ここで、 $|D_{j,n_x,n_y}^{0,LH}|$ を方向成分の絶対値として、AVDC(Absolute Values of Directional Components) と呼ぶこととする。また、Fig. 2.9 の結果は、Fig. 2.10 に従って配置したものである。Fig. 2.9 から分かるように、2D-CDWT から得られた AVDC を用いて、入力画像の白い円の輪郭を 6 方向に分けて検出できる。

次に、方向選択性の計算式によって基底となる各周波数のウェーブレットがどのような波形となるかを確認するために、インパルス信号を入力し、その応答を計算する。インパルス応答を計算する場合は、分解処理と方向選択性の計算によって方向成分を計算した後、インパルス応答を観測したい方向成分を選択し、それ以外をゼロクリアする。その後、方向成分を式 (2.80)-(2.83) から、ウェーブレット係数へ戻し、再構成を行う。

$$d_{j,n_x,n_y}^{RR,LH} = \frac{D_{j,n_x,n_y}^{R0,LH} + D_{j,n_x,n_y}^{R1,LH}}{2}, \quad (2.80)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,LH} = \frac{D_{j,n_x,n_y}^{I0,LH} + D_{j,n_x,n_y}^{I1,LH}}{2}, \quad (2.81)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{IR,LH} = \frac{D_{j,n_x,n_y}^{R0,LH} - D_{j,n_x,n_y}^{R1,LH}}{2}, \quad (2.82)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{II,LH} = \frac{D_{j,n_x,n_y}^{I0,LH} - D_{j,n_x,n_y}^{I1,LH}}{2}. \quad (2.83)$$

再構成の処理は、通常の DWT と同様に、アップサンプリングとフィルタ処理である。フィルタは分解処理と同様に RR, RI 等の各パートに合わせて、実数部、虚数部のフィルタを選択する。各方向成分のウェーブレットを再構成し、インパルス応答が得られた結果を Fig. 2.11 に示す。Fig. 2.11 から方向性を持った 6 方向の波形が構成されていることが確認できる。しか



Fig. 2.8 Input image.

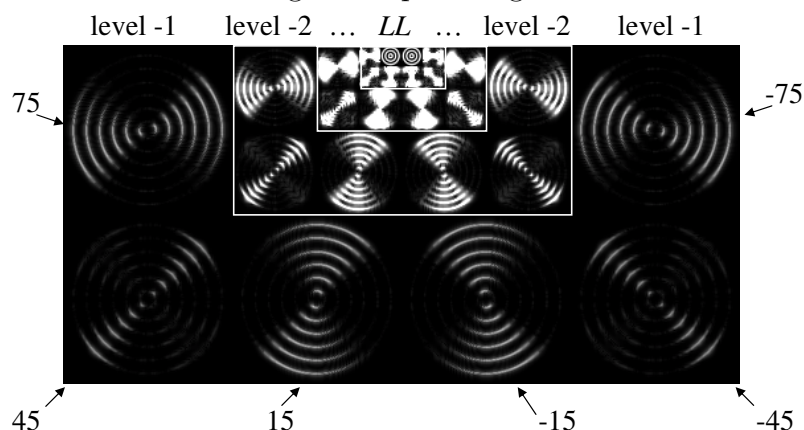


Fig. 2.9 The result of directional selection.

し、この方向選択性の計算原理は未だ明らかではない。そのため、抽出する方向や範囲が曖昧である。次節では、2D-CWPT の方向選択性についても述べるが、これについても同様に、計算原理が明らかではない。そこで、次章にて、方向選択性の基礎検討を行い、その計算原理を明らかにする。

2.6 2次元複素数離散ウェーブレット・パケット変換 (2D-CWPT)

離散ウェーブレットパケット変換は、離散ウェーブレット変換の周波数分解能を向上させた手法である^{[6][9][42]–[44]}。2次元複素数離散ウェーブレットパケット変換は、複素数離散ウェーブレットパケット変換を2次元に拡張したものである。また、Selesnick らの研究により、2D-CWPT においても方向選択性が得られることが既に確認されている^[44]。戸田らは完全シフト不変性を複素数ウェーブレットパケット変換においても実現しており、本研究では、戸田らの提案する CWPT を用いる。CWPT は前節の CDWT を基礎としたものであり、本研究では、この CWPT を2次元に拡張し、方向選択性の計算を適用する。まず、2D-CWPT の計算法を以下に示す。

2D-CWPT においても、2D-CDWT と同様に、実数部と虚数部のスケーリング関数と MW を用いて、2次元信号 $f(x, y)$ の解析を行う。そのため式 (2.63)–(2.67) のスケーリング関数による補間処理は、2D-CWPT においても変わらない。しかし、2D-CWPT においては、低周波成分のスケーリング係数と高周波成分のウェーブレット係数の区別をせずに、全てをウェーブレット・パケット係数として扱い、また全ての係数を再帰的にフィルタリングする。そして各解析レベルの各ウェーブレット・パケット係数は、Fig. 2.12 のようにインデックス (n, m) (n, m は1以上の

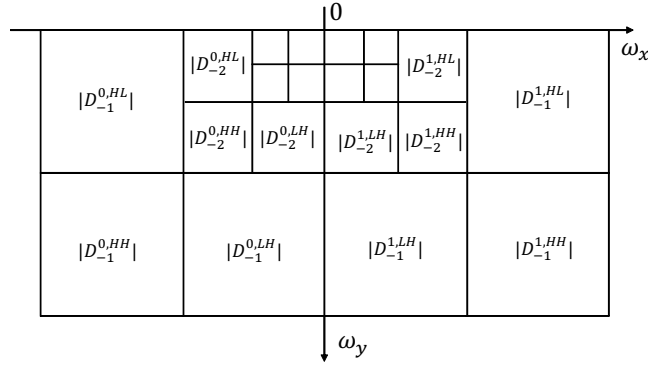


Fig. 2.10 The location of each frequency component.

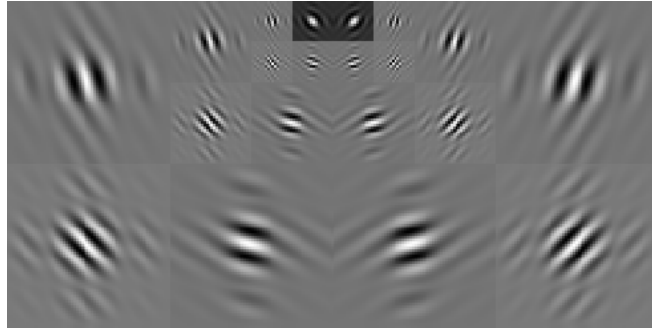


Fig. 2.11 The result of directional selection using impulse signal.

整数)により分類する. すなわち, n は縦方向 (Fig. 2.12 における ω_y 軸方向), また m は横方向 (ω_x 軸方向) の周波数成分の分類を表し, n, m が小さければ低周波成分, また大きければ高周波成分を表す. そして, 分解を開始する出発点の解析レベル 0, インデックス $(1, 1)$ ($n = m = 1$) のウェーブレット・パケット係数は, $d_{0,k_n,k_y}^{RI,(1,1)}$ 等と表記することにするが, これらは式 (2.67) で表されるスケーリング係数 c_{0,k_x,k_y}^{RI} 等に等しく, 以下の式 (2.84) より求められる.

$$d_{0,k_n,k_y}^{RR,(1,1)} = c_{0,k_x,k_y}^{RR}, \quad d_{0,k_n,k_y}^{RI,(1,1)} = c_{0,k_x,k_y}^{RI}. \quad (2.84)$$

これ以外のウェーブレット・パケット係数 $d_{0,k_n,k_y}^{IR,(1,1)}$, $d_{0,k_n,k_y}^{II,(1,1)}$ も同様に求められる.

続いて解析レベル 0 から -1 への分解であるが, 解析レベル 0 のインデックスは, 式 (2.84) で表されるように, ただ一つの $(1, 1)$ だけである. この時, すなわち $n = m = 1$ の例として, $d_{j+1,k_x,k_y}^{RI,(n,m)}$ の分解を式 (2.85)-(2.88) に示す.

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,(2n-1,2m-1)} = \sum_{k_x,k_y} a_{2n_x-k_x}^R a_{2n_y-k_y}^I d_{j+1,k_x,k_y}^{RI,(n,m)}, \quad (2.85)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,(2n,2m-1)} = \sum_{k_x,k_y} a_{2n_x-k_x}^R b_{2n_y-k_y}^I d_{j+1,k_x,k_y}^{RI,(n,m)}, \quad (2.86)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,(2n-1,2m)} = \sum_{k_x,k_y} b_{2n_x-k_x}^R a_{2n_y-k_y}^I d_{j+1,k_x,k_y}^{RI,(n,m)}, \quad (2.87)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,(2n,2m)} = \sum_{k_x,k_y} b_{2n_x-k_x}^R b_{2n_y-k_y}^I d_{j+1,k_x,k_y}^{RI,(n,m)}. \quad (2.88)$$

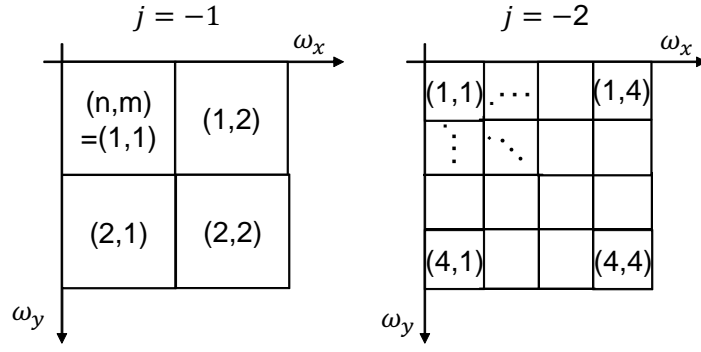


Fig. 2.12 The index of each frequency component.

以上のように, $n = m = 1$ の時は, 基本的に CDWT の分解の式 (2.68)-(2.71) と殆ど変わらない (ただし LH , HL 等がインデックス (n, m) に変わる等, 多少の違いはある).

続いて解析レベル -1 から -2 への分解であるが, 解析レベル -1 のインデックスの数は, Fig. 2.12 のように複数になる. このような場合, 特に n や m が 2 以上の時は注意が必要であり, 以下のようなルールに従って分解する.

1. n が 2 以上の場合, 縦方向 (y 軸方向) の分解は, 添え字の R , I に関係なく, 実数部のフィルタ係数 $\{a_k^R\}$, $\{b_k^R\}$ を用いる. また m が 2 以上の場合も, 横方向 (x 軸方向) の分解に, まったく同じルールを適用する (これは CWPT 特有のルールである^{[42] [43]}).
2. n が偶数の場合, 縦方向 (y 軸方向) の分解において, ハイパスフィルタとローパスフィルタの働きが逆転するので, $\{b_k^R\}$ をローパスフィルタ, $\{a_k^R\}$ をハイパスフィルタとして使用する. また m が偶数の場合も, 横方向 (x 軸方向) の分解に, まったく同じルールを適用する (これは Splitting Algorithm と呼ばれる, ウェーブレット・パケット特有のルールである^[46] フィルタが反転する理由として, インデックスが偶数の係数はダウンサンプリングされているため, フィルタの正規化周波数 0.5 から 1 の範囲の特性が係数に適用されるためである.).
3. n または m が 1 の場合は, 縦方向 (y 軸方向) または横方向 (x 軸方向) に, CDWT の分解と同様のフィルタを適用する (式 (2.85)-(2.88) 参照).

例えば $n = 2$, $m = 1$ の場合, $d_{j+1, k_x, k_y}^{RI, (n, m)}$ は, 式 (2.89)-(2.92) のように分解される.

$$d_{j, n_x, n_y}^{RI, (2n-1, 2m-1)} = \sum_{k_x, k_y} a_{2n_x - k_x}^R b_{2n_y - k_y}^R d_{j+1, k_x, k_y}^{RI, (n, m)}, \quad (2.89)$$

$$d_{j, n_x, n_y}^{RI, (2n, 2m-1)} = \sum_{k_x, k_y} a_{2n_x - k_x}^R a_{2n_y - k_y}^R d_{j+1, k_x, k_y}^{RI, (n, m)}, \quad (2.90)$$

$$d_{j, n_x, n_y}^{RI, (2n-1, 2m)} = \sum_{k_x, k_y} b_{2n_x - k_x}^R b_{2n_y - k_y}^R d_{j+1, k_x, k_y}^{RI, (n, m)}, \quad (2.91)$$

$$d_{j, n_x, n_y}^{RI, (2n, 2m)} = \sum_{k_x, k_y} b_{2n_x - k_x}^R a_{2n_y - k_y}^R d_{j+1, k_x, k_y}^{RI, (n, m)}. \quad (2.92)$$

上記の式 (2.89)-(2.92) では、 $n = 2$ を考慮し、ルール 1 に従い、縦方向 (y 軸方向) の分解において、フィルタリングに実数部のフィルタ係数 $\{a_k^R\}$, $\{b_k^R\}$ を用いている。さらにルール 2 に従い、同じく縦方向の分解において、 $\{b_k^R\}$ をローパスフィルタ、 $\{a_k^R\}$ をハイパスフィルタとして使用している。また $m = 1$ であるから、ルール 3 に従い、横方向 (x 軸方向) の分解は、式 (2.85)-(2.88) と同じ処理をしている。本論文では解析レベル -2 までの分解となるが、上記のルールに従い、さらに深い解析レベルの分解も可能である。

以上のようにして、式 (2.63) 中の $RI(x, y)$ は、以下の式 (2.93) に示すように、各周波数成分の和で表される。

$$RI(x, y) = \sum_{n,m} \sum_{k_x, k_y} d_{J, k_x, k_y}^{RI, (n, m)} \psi_{J, k_x, k_y}^{R, m}(x) \psi_{J, k_x, k_y}^{I, n}(y) \quad (2.93)$$

ただし式 (2.93) は解析レベル J (J は負の整数) までの変換であり、また $\psi_{J, k_x, k_y}^{R, m}(x)$, $\psi_{J, k_x, k_y}^{I, n}(y)$ は、CWPT において生成された、実数部、虚数部の、それぞれのインデックス (m または n) のウェーブレット・パケット関数であるが、これらの詳細は文献^[42], ^[43]に譲る。

なお式 (2.63) 中の関数 $RR(x, y)$, $IR(x, y)$, $II(x, y)$ に関しても、式 (2.93) の $RI(x, y)$ と同じように分解され、最終的に式 (2.63) の $f(x, y)$ は各周波数成分の和で表される。

2.7 2D-CWPT の方向選択性

2D-CWPT を用いて得られた各ウェーブレット係数 (周波数成分) $d_{j, k_x, k_y}^{RI, (n, m)}$ 等に対して、従来の 2D-CDWT と Kingsbury の計算式を適用する。2D-CWPT に適用する場合、以下の式 (2.94)-(2.99) で表される。

$$D_{j, n_x, n_y}^{R0, (n, m)} = \frac{d_{j, n_x, n_y}^{RR, (n, m)} + d_{j, n_x, n_y}^{II, (n, m)}}{2}, \quad (2.94)$$

$$D_{j, n_x, n_y}^{I0, (n, m)} = \frac{d_{j, n_x, n_y}^{IR, (n, m)} - d_{j, n_x, n_y}^{RI, (n, m)}}{2}, \quad (2.95)$$

$$D_{j, n_x, n_y}^{R1, (n, m)} = \frac{d_{j, n_x, n_y}^{RR, (n, m)} - d_{j, n_x, n_y}^{II, (n, m)}}{2}, \quad (2.96)$$

$$D_{j, n_x, n_y}^{I1, (n, m)} = \frac{d_{j, n_x, n_y}^{IR, (n, m)} + d_{j, n_x, n_y}^{RI, (n, m)}}{2}. \quad (2.97)$$

$$\left| D_{j, n_x, n_y}^{0, (n, m)} \right| = \sqrt{(D_{j, n_x, n_y}^{R0, (n, m)})^2 + (D_{j, n_x, n_y}^{I0, (n, m)})^2}, \quad (2.98)$$

$$\left| D_{j, n_x, n_y}^{1, (n, m)} \right| = \sqrt{(D_{j, n_x, n_y}^{R1, (n, m)})^2 + (D_{j, n_x, n_y}^{I1, (n, m)})^2}. \quad (2.99)$$

ただし、式 (2.94)-(2.97) の計算は、それぞれのインデックス (n, m) において、個々に行う必要がある。また、2D-CWPT においても、 $|D_{j, n_x, n_y}^{0, (n, m)}|$ 等を AVDC と呼ぶこととする。例として、

Middle layer と定義する．そして，最も低い周波数帯域のもの (n or $m = 2$) を Inner layer とする．Fig. 2.13 から，2D-CDWT の6方向よりも多くの方向性エッジの検出が可能であることがわかる．また，Fig. 2.15 に Fig. 2.13 の各ウェーブレット係数を計算する各 MW を示すが，この図も各検出方向の MW が構成されていることが確認できる．モデル信号と MW から，2D-CWPT の方向選択性における検出方向の増加が確認された．次章では，方向選択性の原理およびその評価方法について述べる．

第3章 方向選択性の原理の検討およびそれに基づく評価法の提案

本章では，各周波数領域のウェーブレット，およびウェーブレット・パケット関数から方向選択性が得られる原理についてまず検討する．次に，検討した原理に基づき方向選択性の検出方向・角度範囲を定量評価する手法を提案する．結果として，ヒルベルト変換ペアのウェーブレットから実数部が \cos ，虚数部が \sin 関数で近似され，特定方向のウェーブレットが構成されることが確認された．また，周波数によって，ウェーブレットの方向が一意に決定されることがわかり，その関係を基にした評価手法がウェーブレットが検出する方向，角度範囲を正確に計算できることが確認された．

3.1 はじめに

前章では，DWT の基本的な理論を述べた後，2D-CDWT・CWPT とその方向選択性について述べた．画像の方向性特徴は，物体の形状・模様・姿勢等の重要な情報の元とすることが期待できるため，方向選択性を用いた様々な画像処理アプリケーションの構築に期待出来る^{[18],[21],[28]–[25]}．しかし，前章で紹介した，各々手法の方向選択性は，その特性が曖昧な部分も多い．Kingsbury らは，2D-CDWT で得られる方向成分は $\pm 75, \pm 45, \pm 15[\text{deg}]$ としているが，その解析的な根拠は曖昧である^{[24],[26]}．同様に，これまでの 2D-CDWT は周波数特性は既知であるが，方向成分が担当する角度範囲については，評価が十分ではない．そこで本章では，方向選択性の検出方向・角度範囲の基礎評価を行い，2D-CWPT の方向選択性の特性を明らかにする．

3.2 方向選択性の原理の検討

式 (2.94)-(2.97) から方向成分が計算される計算原理について検討する．式 (2.94)-(2.97) 中の $RR \sim II$ の添え字が付いた係数 $d_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)}$ 等はウェーブレット・パケット係数である．CDWT や CWPT において高速アルゴリズムを用いる場合，これらの係数は式 (2.89)，(2.92) に示すような，フィルタリングによって求められるが，式 (3.1)，(3.3) に示すように，入力画像とウェーブレット・パケット関数の内積の演算によっても計算可能である．

$$d_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)} = \langle f, \psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)} \rangle, \quad (3.1)$$

$$\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)}(x, y) = \psi_{j,n_x}^{R,m}(x) \psi_{j,n_y}^{R,n}(y), \quad (3.2)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)} = \langle f, \psi_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)} \rangle, \quad (3.3)$$

$$\psi_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)}(x, y) = \psi_{j,n_x}^{I,m}(x) \psi_{j,n_y}^{I,n}(y). \quad (3.4)$$

ただし $\langle f, \psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)} \rangle$ 等は2次元平面上に定義された関数 $f(x, y)$, $\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)}(x, y)$ の内積を表し、次のように計算される.

$$\langle f, \psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \overline{\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)}(x, y)} dx dy \quad (3.5)$$

また式 (3.1), (3.3) は RR , II の例であるが、それ以外の RI , IR でも同様に成立する. 式 (3.1), (3.3) を式 (2.94) に代入すると、式 (3.8) が得られる.

$$D_{j,n_x,n_y}^{R0,(n,m)} = \frac{\langle f, \psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)} \rangle + \langle f, \psi_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)} \rangle}{2} \quad (3.6)$$

$$= \langle f, \frac{\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)} + \psi_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)}}{2} \rangle,$$

$$\therefore D_{j,n_x,n_y}^{R0,(n,m)} = \langle f, \psi_{j,n_x,n_y}^{R0,LH} \rangle, \quad (3.7)$$

$$\psi_{j,n_x,n_y}^{R0,LH}(x, y) = \frac{\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)}(x, y) + \psi_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)}(x, y)}{2}. \quad (3.8)$$

式 (3.8) から、方向成分 $D_{j,n_x,n_y}^{R0,(n,m)}$ 等は入力画像と、2つの2次元ウェーブレット・パケット関数 $\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)}$, $\psi_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)}$ 等の和もしくは差との内積によって得られることがわかる. そして式 (3.1), (3.3) より、これら2つの2次元ウェーブレット・パケット関数は、2組のヒルベルト変換ペアのウェーブレット・パケット関数 $(\psi_{j,n_x}^{R,m}(x), \psi_{j,n_x}^{I,m}(x))$, $(\psi_{j,n_y}^{R,n}(y), \psi_{j,n_y}^{I,n}(y))$ により構成される. そして、これらのヒルベルト変換ペアのウェーブレット・パケット関数は、Fig. 2.5 から、原点に対称と反対称の形状を持つことが分かっている^{[42][43]}. 2次元の $\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)}$, $\psi_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)}$ においても、平面上で、対称と反対称のウェーブレット・パケット関数が構成されている. Fig. 3.1 から、 $\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(2,2)}$, $\psi_{j,n_x,n_y}^{II,(2,2)}$ が、対称と反対称のウェーブレット・パケット関数を構成していることが確認できる.

式 (3.1), (3.3), (3.8) において、 $\psi_{j,n_x,n_y}^{R0,(n,m)}(x, y)$ 等を簡略化して $\psi^{R0}(x, y)$ 等で表すと、 $\psi^{R0}(x, y)$ は、2つのヒルベルト変換ペア $(\psi^{R,m}(x), \psi^{I,m}(x))$, $(\psi^{R,n}(y), \psi^{I,n}(y))$ を用いて式 (3.9) で表される.

$$\psi^{R0}(x, y) = \frac{1}{2}(\psi^{R,m}(x)\psi^{R,n}(y) + \psi^{I,m}(x)\psi^{I,n}(y)). \quad (3.9)$$

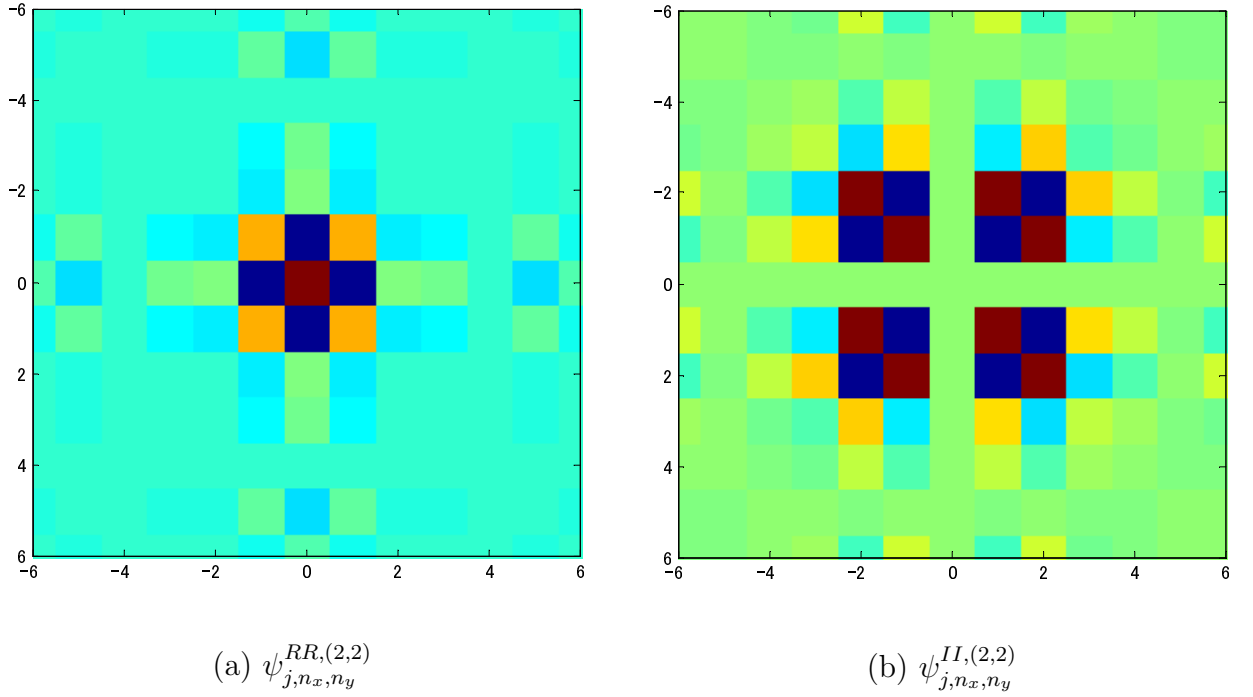


Fig. 3.1 2-Dimensional Meyer Wavelet($\psi_{j,n_x,n_y}^{RR,(n,m)}$, $\psi_{j,n_x,n_y}^{II,(n,m)}$)

次に、実数部と虚数部に、対称と反対称の形状を持つ CDWT の MW について考察する。CDWT の多くは、シフト不変性を高精度に得るためにヒルベルト変換ペアの MW を採用している^{[18][21][22][42]}。ヒルベルト変換ペアの実数部と虚数部には、式 (3.10) の関係が成り立つ。これは、式 (2.14) をフーリエ変換することで得られる。

$$\hat{\psi}^I(\omega) = \begin{cases} i\hat{\psi}^R(\omega), & \omega < 0 \\ -i\hat{\psi}^R(\omega), & \omega > 0. \end{cases} \quad (3.10)$$

また、ウェーブレットは直流成分 ($\omega = 0$) を含まないので、 $\hat{\psi}^R(0) = \hat{\psi}^I(0) = 0$ が成り立つ。

ところで本論文に用いる CDWT は Meyer の直交ウェーブレットを基礎に設計されているため、MW の実数部、虚数部のそれぞれは、座標 $1/2$ を中心に対称、反対称となる。ここで MW のフーリエ変換をシンプルな関数で表すために、これらの MW を $-1/2$ 平行移動して、対称中心を原点 0 に移した $\psi^R(x)$, $\psi^I(x)$ を考える (このように MW を平行移動して CDWT に適用しても、支障なく変換、逆変換が可能で、また完全シフト不変性が保たれることは文献^[22]で証明されている。またこのように一律に $-1/2$ ほど平行移動した実数部、虚数部の MW を基に構成された、2次元ウェーブレットや2次元ウェーブレット・パケット関数が、オリジナルの MW より構成されたものと同じ形状を持つことは明らかである)。ここで $\psi^R(x)$ に、式 (2.1) のフーリエ変換を適用すると、Fig. 3.2(a) のような実数値関数 $\hat{\psi}^R(\omega)$ が得られ、また $\psi^I(x)$ にフーリエ変換を適用すると、同図 (b) のような純虚数値関数 $\hat{\psi}^I(\omega)$ が得られる。

Fig. 3.2 を見ても分かるように、 $\hat{\psi}^R(\omega)$ は、原点を中心にした対称の実数値関数であるため、後述するように $\psi^R(x)$ は \cos 関数の線形結合で近似できる。一方、これも後述するが、 $\hat{\psi}^I(\omega)$ は原点を中心に反対称の純虚数値関数であるため、 $\psi^I(x)$ は \sin 関数の線形結合で近似できる。

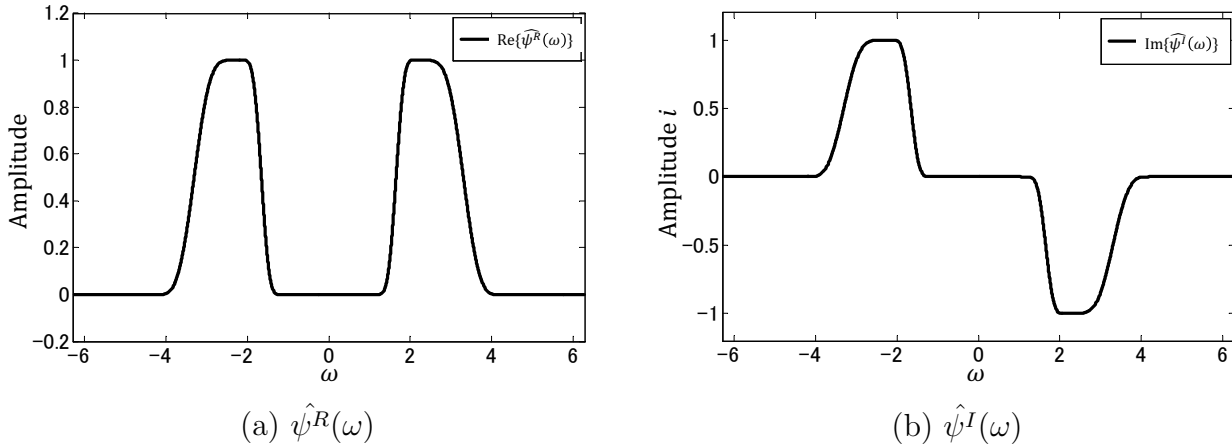


Fig. 3.2 The Fourier transforms of the real and imaginary parts of the MW $\psi^R(x)$, $\psi^I(x)$

ここで問題の単純化のため、ヒルベルト変換ペアを \cos 関数と \sin 関数のペアに置き換えて検討する．すなわち $(\psi^{R,m}(x), \psi^{I,m}(x))$ を $(\cos(\omega_1 x), \sin(\omega_1 x))$ に、また $(\psi^{R,n}(y), \psi^{I,n}(y))$ を $(\cos(\omega_2 y), \sin(\omega_2 y))$ に置き換えると、式 (3.11) が得られ、加法定理を利用し、整理すると式 (3.12) が得られる．ここで、 ω_1 は、 $\hat{\psi}(\omega_x, \omega_y)$ (2次元ウェーブレットの周波数特性) の ω_x 軸上の定数である．同様に ω_2 は ω_y 軸上の定数である．

$$\psi^{R0}(x, y) = \frac{1}{2}(\cos(\omega_1 x) \cos(\omega_2 y) + \sin(\omega_1 x) \sin(\omega_2 y)), \quad (3.11)$$

$$\psi^{R0}(x, y) = \frac{1}{2} \cos(\omega_1 x - \omega_2 y), \quad (3.12)$$

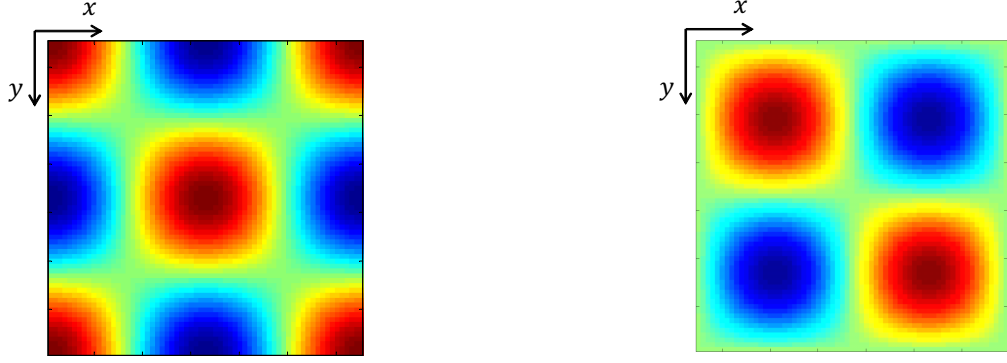
ただし ω_1, ω_2 は、 $-\pi \leq \omega_1 < \pi$, $-\pi \leq \omega_2 < \pi$ を満たす実数定数とする．式 (3.11) の右辺第1項の例を Fig. 3.3(a) に示し、第2項の例を同図 (b) に示す．そして同図 (c) に $\psi^{R0}(x, y)$ を示す．

これらの図からも、Fig. 3.3(a) の $\cos(\omega_1 x) \cos(\omega_2 y)$ と、Fig. 3.3(b) の $\sin(\omega_1 x) \sin(\omega_2 y)$ を用いて、式 (3.11) により合成された関数 $\psi^{R0}(x, y)$ が、Fig. 3.3(c) で表されるように、45[deg] 方向にのみ、振幅の変化がある方向性の波形となっていることが確認できた．次に、関数 $\psi^{R0}(x, y)$ は式 (3.12) で表すことができるが、その関数値は -0.5 から 0.5 の値域となる．そのため関数値が、その範囲内の特定の値 $\Psi^{R0} (-0.5 \leq \Psi^{R0} \leq 0.5)$ を持つ領域を考える．すると式 (3.12) より式 (3.13) が得られる．

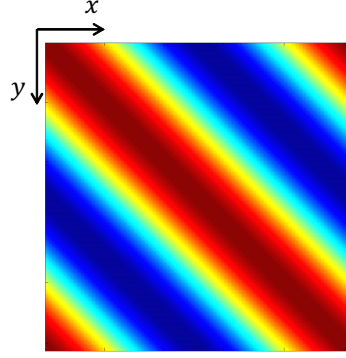
$$y = \frac{\omega_1}{\omega_2} x - \frac{\cos^{-1}(2\Psi^{R0}) + 2\pi k}{\omega_2}, \quad (3.13)$$

ただし k は、繰り返しを表すパラメータ (整数) である．1つの k と振幅 $2\Psi^{R0}$ につき、1つの直線の式が一意に定まり、その傾きはすべて一定の値 ω_1/ω_2 となる．そのため、振幅が一定の方向 (直線の法線方向) にのみ変化する波形となり、方向性の波形が構成されることがわかる． $\psi^{I0}(x, y)$, $\psi^{R1}(x, y)$, $\psi^{I1}(x, y)$ でも同じ理由で方向性の波形が得られる．以上のことから、 $\psi^R(x)$, $\psi^I(x)$ を \cos , \sin 関数に置き換えた場合の、方向性の波形が得られることを確認できた．

次に、本来の MW の実数部 $\psi^R(x)$ と虚数部 $\psi^I(x)$ を検討する．これらは対称と反対称の形状



(a) An example of ψ^{RR} based on cos function. (b) An example of ψ^{II} based on sin function.



(c) An example of $\psi^{R0}(x, y)$ based on cos and sin function.

Fig. 3.3 Example images based on cos and sin function.

をしたヒルベルト変換ペアであり、そのフーリエ変換は Fig. 3.2 (a), (b) のようになる。ここで $\omega \geq 0$ の領域に式 (3.14) で定義された関数 $F(\omega)$ を考える。

$$F(\omega) = \hat{\psi}^R(\omega), \quad \omega \geq 0 \quad (3.14)$$

すると Fig. 3.2 (a), (b) および式 (3.10) より、式 (3.15) の関係が成り立つ。

$$F(\omega) = \hat{\psi}^R(\omega) = \hat{\psi}^R(-\omega) = i\hat{\psi}^I(\omega) = -i\hat{\psi}^I(-\omega), \quad \omega \geq 0 \quad (3.15)$$

次に $\psi^R(x)$ は $\hat{\psi}^R(\omega)$ の逆フーリエ変換で表されるから、 $\psi^R(x)$ は式 (3.16) のように表される。

$$\begin{aligned} \psi^R(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}^R(\omega) e^{i\omega x} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{-\infty}^0 \hat{\psi}^R(\omega) e^{i\omega x} d\omega + \int_0^{\infty} \hat{\psi}^R(\omega) e^{i\omega x} d\omega \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{\infty} \hat{\psi}^R(\omega) e^{-i\omega x} d\omega + \int_0^{\infty} \hat{\psi}^R(\omega) e^{i\omega x} d\omega \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \hat{\psi}^R(\omega) (e^{-i\omega x} + e^{i\omega x}) d\omega \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) \cos(\omega x) d\omega. \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで正の実数定数 $\Delta\omega$ ($\Delta\omega > 0$) を用いて, 式 (3.17) で定義される数列 $\{F_k\}$ を考える.

$$F_k = F(k\Delta\omega), \quad (3.17)$$

ただし k は 0 以上の整数とする. そしてさらに式 (3.18) で定義される関数 $\psi_{\Delta\omega}^R(x)$ を考える.

$$\psi_{\Delta\omega}^R(x) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} F_k \cos(k\Delta\omega x). \quad (3.18)$$

以上のように \cos 関数の線形結合として表される関数 $\psi_{\Delta\omega}^R(x)$ は, 式 (3.16) の積分計算の近似計算であり, $\Delta\omega \rightarrow 0$ のとき $\psi_{\Delta\omega}^R(x) \rightarrow \psi^R(x)$ となる. 同じようにして $\psi^I(x)$ の近似計算は, \sin 関数の線形結合である式 (3.19) で表される.

$$\psi_{\Delta\omega}^I(x) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} F_k \sin(k\Delta\omega x). \quad (3.19)$$

そして $\Delta\omega \rightarrow 0$ のとき $\psi_{\Delta\omega}^I(x) \rightarrow \psi^I(x)$ となる. 以上のように, 対称と反対称の形状をしたヒルベルト変換ペア $\{\psi^R(x), \psi^I(x)\}$ は, それぞれ \cos 関数と \sin 関数の線形結合で近似計算されることが分かった. ここで式 (3.9) の中の, 2つのヒルベルト変換ペア $\{\psi^{R,m}(x), \psi^{I,m}(x)\}$, $\{\psi^{R,n}(y), \psi^{I,n}(y)\}$ について, 同様の近似計算を求める. すると式 (3.20)-(3.23) のようにまとめられる.

$$\psi_{\Delta\omega}^{R,m}(x) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} F_k^m \cos(k\Delta\omega x), \quad (3.20)$$

$$\psi_{\Delta\omega}^{I,m}(x) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} F_k^m \sin(k\Delta\omega x), \quad (3.21)$$

$$\psi_{\Delta\omega}^{R,n}(y) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} F_k^n \cos(k\Delta\omega y), \quad (3.22)$$

$$\psi_{\Delta\omega}^{I,n}(y) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} F_k^n \sin(k\Delta\omega y). \quad (3.23)$$

ただし数列 $\{F_k^m\}$, $\{F_k^n\}$ (k は 0 以上の整数) は, 式 (3.24), (3.25) のように $\omega \geq 0$ の領域に定義された関数 $F^m(\omega)$, $F^n(\omega)$ より得られる.

$$F_k^m = F^m(k\Delta\omega), \quad F^m(\omega) = \psi^{R,m}(\omega), \quad \omega \geq 0, \quad (3.24)$$

$$F_k^n = F^n(k\Delta\omega), \quad F^n(\omega) = \psi^{R,n}(\omega), \quad \omega \geq 0. \quad (3.25)$$

そして $\Delta\omega \rightarrow 0$ のとき $\psi_{\Delta\omega}^{R,m}(x) \rightarrow \psi^{R,m}(x)$, $\psi_{\Delta\omega}^{I,m}(x) \rightarrow \psi^{I,m}(x)$, $\psi_{\Delta\omega}^{R,n}(y) \rightarrow \psi^{R,n}(y)$, $\psi_{\Delta\omega}^{I,n}(y) \rightarrow \psi^{I,n}(y)$ となる. 従って, 式 (3.20), (3.23) および式 (3.9) より, $\psi^{R0}(x, y)$ の近似計算 $\psi_{\Delta\omega}^{R0}(x, y)$

は式 (3.26) のように求められる.

$$\begin{aligned}
\psi_{\Delta\omega}^{R0}(x, y) &= \frac{1}{2} \left(\psi_{\Delta\omega}^{R,m}(x) \psi_{\Delta\omega}^{R,n}(y) + \psi_{\Delta\omega}^{I,m}(x) \psi_{\Delta\omega}^{I,n}(y) \right) \\
&= \frac{(\Delta\omega)^2}{2\pi^2} \left(\sum_{k=0}^{\infty} F_k^m \cos(k\Delta\omega x) \sum_{l=0}^{\infty} F_l^n \cos(l\Delta\omega y) + \sum_{k=0}^{\infty} F_k^m \sin(k\Delta\omega x) \sum_{l=0}^{\infty} F_l^n \sin(l\Delta\omega y) \right) \\
&= \frac{(\Delta\omega)^2}{2\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} F_k^m F_l^n \left(\cos(k\Delta\omega x) \cos(l\Delta\omega y) + \sin(k\Delta\omega x) \sin(l\Delta\omega y) \right) \\
&= \frac{(\Delta\omega)^2}{2\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} F_k^m F_l^n \cos(k\Delta\omega x - l\Delta\omega y). \tag{3.26}
\end{aligned}$$

$\Delta\omega \rightarrow 0$ のとき $\psi_{\Delta\omega}^{R0}(x, y) \rightarrow \psi^{R0}(x, y)$ となり, $\psi^{R0}(x, y)$ は, 方向性の波形を表す式 (3.26) で近似される. また近似計算のボトルネックになる 2 つのヒルベルト変換ペア $\{\psi^{R,m}(x), \psi^{I,m}(x)\}$, $\{\psi^{R,n}(y), \psi^{I,n}(y)\}$ のフーリエ変換は, Fig. 3.2 (a), (b) と同様, 関数値が 0 でない領域の長さが 2π 前後に限られた関数であり, $\Delta\omega$ を十分に小さくした, これらの逆フーリエ変換の近似計算は, 工学的には十分な精度があると考えて問題ないと思われる (実際に $\Delta\omega = 2\pi/1000$ における, これらの逆フーリエ変換の, 近似計算の誤差は 1% 以下に抑えられることが確認できた). 従って $\psi^{R0}(x, y)$ 等は, 式 (3.26) で表されるような, \cos 関数もしくは \sin 関数の線形結合の方向性の波形に, ほぼ等しいと考えられる. 以上のことは ψ^{I0} , ψ^{R1} および ψ^{I1} についても同様に確認できる.

以上のことから, 式 (3.26) 等のような 2 次元のウェーブレットもしくはウェーブレット・パケット関数 (以後, 2D-W と表記) が, 特定方向の波形の近似で得られることが確認された. このような 2D-W は, 内積計算によって, 信号・画像から, 2D-W の持つ方向の振幅のみを抽出し, それ以外の方向の振幅を削除する. そのため, 方向選択性の計算によって, 画像から特定方向のエッジや不連続線のみが強調される事が確認された.

3.3 方向選択性の新たな評価手法の提案

前節では, ヒルベルト変換ペアの関係にある 2D-W が得られる原理を検討した. 本節では, この原理を基に新たな方向選択性の評価手法を提案する.

本研究では, 1 次元, もしくは 2 次元の信号に対してフーリエ変換を施し, さらに得られた関数値の絶対値を取る関数を, その信号の周波数特性と呼ぶことにする. ところで前節の Fig. 3.3 では, \cos 関数と \sin 関数を用いて方向性の波形が得られた. また, 同図 (c) は傾き ω_1/ω_2 の直線で構成されている. ここで, 波形の方向は直線の法線方向となる $\tan^{-1}(-\omega_2/\omega_1)$ と定義する. なお, ω_1 が 0 の場合は, $90[\text{deg}]$ とする. Fig. 3.3(c) の周波数特性は, Fig. 3.4(a) で表される. Fig. 3.3(c) が \cos 関数, \sin 関数を用いて作成されているため, 単一の周波数にピーク (インパルス) を持つ周波数特性となる. Fig. 3.4(b) は, 同図 (a) のインパルス信号のピークが得られる座標の位置を示している. Fig. 3.4(a),(b) の座標系は ω_y 軸が反転しており, 一般的な座標系と

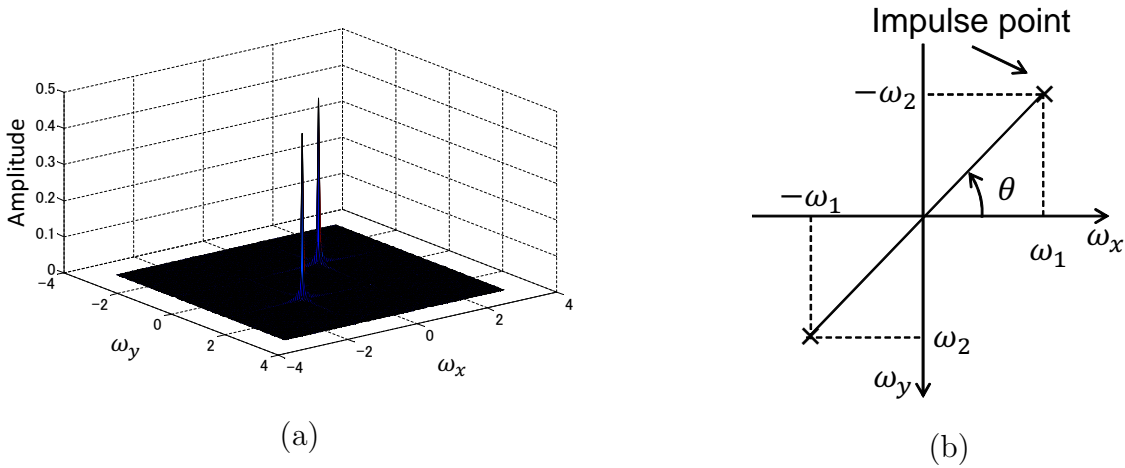


Fig. 3.4 The Frequency characteristics of directional images based on cos and sin functions.

異なる．画像の座標系は左上を原点とし， y 軸が下方向を向いている．画像の座標系と統一するため，本論文では周波数領域の座標系を同図 (a),(b) のようにした．ここで，インパルスが得られる座標の原点に対する角度 θ も波形の方向と同様に，式 (4.1) で与えられる．そのため，周波数特性と波形の方向には一定の関係があり，周波数特性から波形の方向が計算可能であることが確認できる．これを利用し，2D-W が検出する方向と角度範囲を計算により評価する．

$$\theta = \begin{cases} 180p - 90, & \omega_1 = 0, \quad p \in \mathbf{Z} \\ \tan^{-1}(-\omega_2/\omega_1), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.27)$$

Fig. 3.4 では，元画像が cos 関数，sin 関数を用いて作成されているため，周波数特性はインパルスとなった．一方で 2D-W の周波数特性は，特定の周波数帯域に有限の振幅を持つ．例として，2D-CWPT のレベル $j = -2$ の 2D-W ($n = 2, m = 2$) の周波数特性を Fig. 3.5(a) に示す．提案する評価手法では，Fig. 3.5(a) の 2 次元平面上に，原点と角度 θ を成す直線を考える．そして，この直線上の周波数特性の値を，直線に沿って積分する．この積分の式は以下で与えられる．

$$E_v(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \hat{\psi}^{R0}(r \cos \theta, r \sin \theta) \right| dr, \quad (3.28)$$

各 θ で式 (3.28) を計算し，得られた $E_v(\theta)$ をプロットしたものが Fig. 3.5(b) である．次に，Fig. 3.5(b) の最大値を計算し，最大値の半分より大きい値を持つ範囲を角度範囲 $\Delta\theta$ と定義し，角度範囲の中心を検出方向 θ_c と定義する．同様に ψ^{R0}, ψ^{R1} の各 2D-W においても $E_v(\theta)$ を計算し，角度範囲と検出方向を計算する．検出方向 θ_c と角度範囲 $\Delta\theta$ は周波数特性上では，Fig. 3.5(c) のように表される．

次に，提案する評価手法により得られた 2D-W の検出方向 θ_c と角度範囲 $\Delta\theta$ が，実際の解析により得られる結果と一致するかを検証する．これが一致すれば，2D-W の検出方向と角度範囲の評価方法としての有効性が確認できる．今回は，図 3.6(a) のような特定角度の線分を持つ $512 \times 512[\text{pixel}]$ のモデル画像を用意し，同図 (b) に示す方法により，実際の角度範囲と検出方向を計算した．まず (a) の線分の法線方向を θ_r と定義する．このモデル画像に対して，2D-CWPT

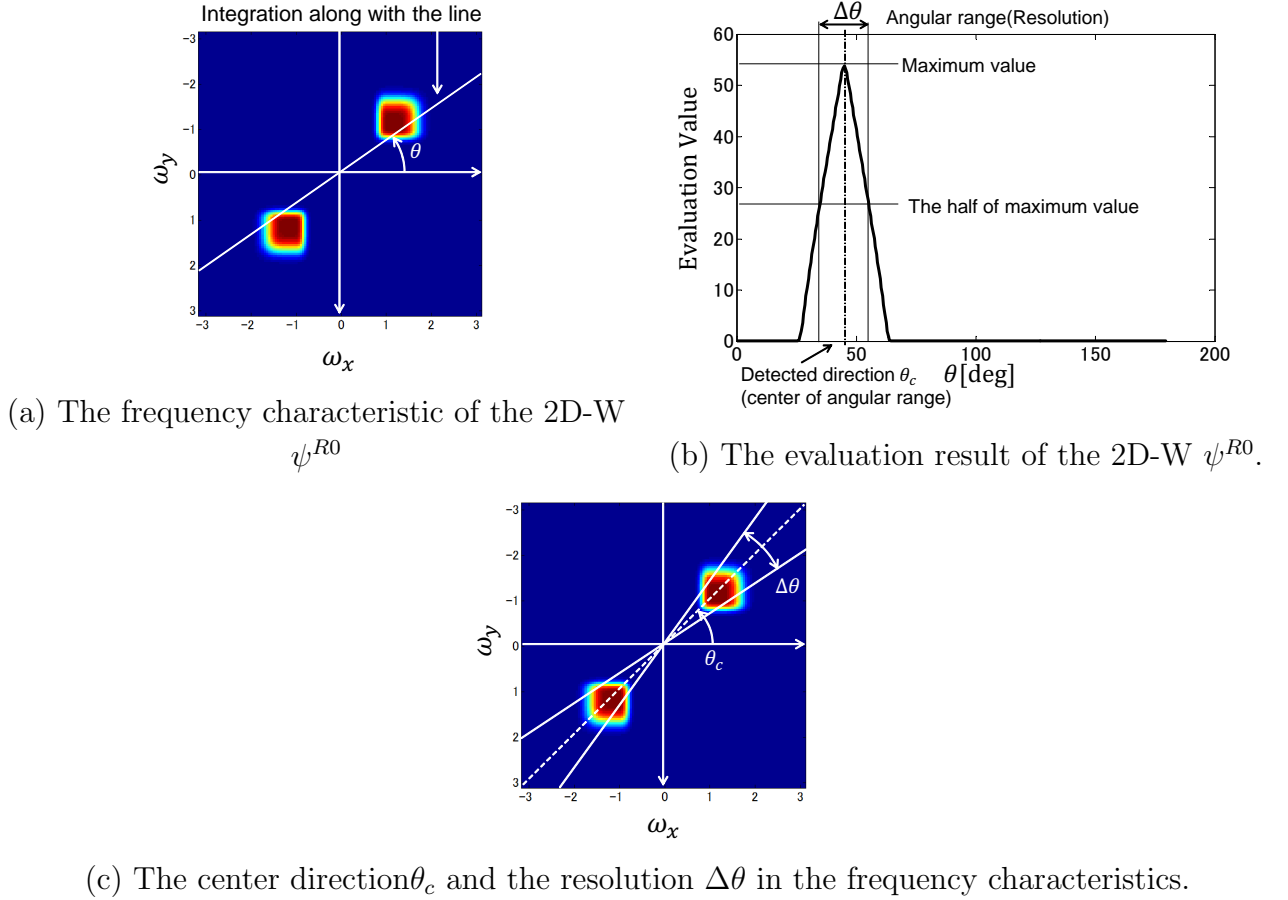


Fig. 3.5 The evaluation method and its result for the 2D-W ψ^{R0} .

を適用する．そして式 (2.99) から，各方向成分 $|D_{j,(n_x,n_y)}^{0,(n,m)}|$, $|D_{j,(n_x,n_y)}^{1,(n,m)}|$ を計算する．その後，各 $|D|$ で別々に，係数の総和を計算する．計算した総和を θ_r に対する方向成分の実際の応答とした．そして θ_r を $0 \sim 180[\text{deg}]$ の範囲で変更し，同様の処理を繰り返し，各 θ_r に対する応答を計算した．その結果の一例を同図 (c) に示す．同図 (c) は，各 θ_r の $|D_{j,(n_x,n_y)}^{0,(2,2)}|$ の方向成分に対して，実際の応答を計算した結果である．この計算により，各角度 θ_r のモデル画像に対し，各 2D-W がどの程度の強さでエッジを検出するかを計算できる．同図 (c) と，評価手法を用いて計算した Fig. 3.5(b) の結果は，類似した波形であることが確認できる．次に，Fig. 3.6(c) の結果においても，最大値から半分の値を持つ角度範囲を $\Delta\theta$ とし， $\Delta\theta$ の中心を検出方向 θ_c とした．

最後に，提案する評価手法の妥当性を検証するため，モデル画像を使った結果との誤差を計算した．誤差の計算には，2D-CWPT のレベル -2 までの 30 個の 2D-W を用いた．その結果，検出方向 θ_c の平均誤差は $0.6[\text{deg}]$ であり，角度範囲 $\Delta\theta$ の平均誤差は $1.1[\text{deg}]$ であった．角度範囲の平均が $18.9[\text{deg}]$ のため，これと比較して十分小さいものと考えられる．そのため，周波数特性から実際の 2D-W の $\Delta\theta, \theta$ を評価手法により計算可能であることが確認された．以上のように，提案する評価方法の有用性が確認された．また，提案する評価方法により，2D-CWPT の方向選択性の検出方向と角度範囲を明らかにし，定量的な画像処理が可能になると考えられる．さらに，評価手法を基に周波数特性を設計し，任意の検出方向と角度範囲を抽出する画像

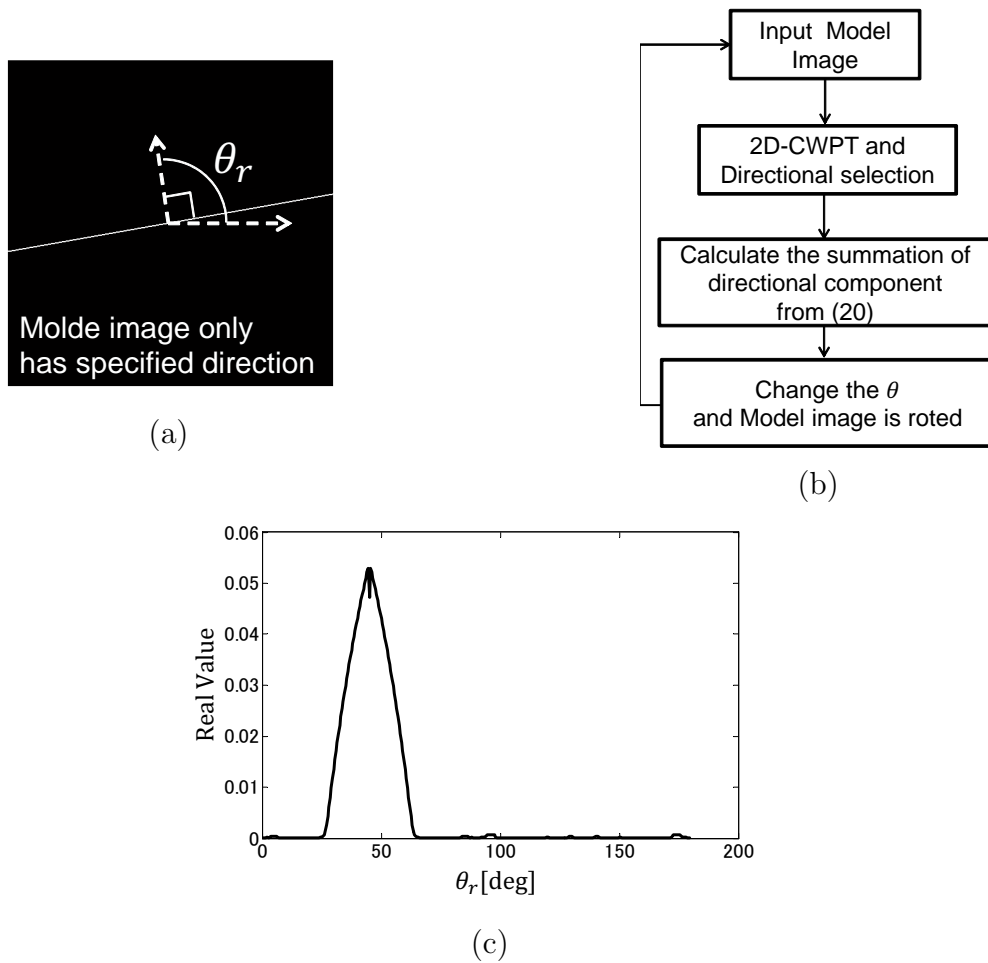


Fig. 3.6 Test and result, where (a) model image that has specified direction, (b) calculation method of real direction and resolution using model image, (c) energy of directional component using model image in each direction.

処理が可能であると考えられる。

3.4 本章のまとめおよび次章への展開

本章では、2D-CDWT、2D-CWPT の方向選択性の原理について検討した。得られた結果は以下の通りである。

1. ヒルベルト変換ペアの関係にある、実数部のウェーブレットと虚数部のウェーブレットのフーリエ変換がそれぞれ、対称、反対称の形状を持つことに着目し、実数部を \cos 、虚数部を \sin に置き換えた。その結果、 \cos , \sin を Kingsbury の計算式に代入すると、特定方向の波形を構成することを確認した。
2. 実数部のウェーブレット、虚数部のウェーブレットが、 \cos , \sin で近似可能であることを確認し、 \cos , \sin に置き換えた場合と同様に、特定方向の波形から 2D-W が構成されていることを確認した。また、解析する画像は特定方向の波形から成る 2D-W と内積を計算

されるため、特定方向のエッジを検出していることを確認した。

3. \cos , \sin の場合、方向の向きは、 $\tan^{-1}(\omega_2/\omega_1)$ で与えられ、方向-周波数の関係を明らかにした。また、その関係を利用し、2D-W が検出する方向、角度範囲を評価する手法を提案した。実際の画像から得られる結果と比較し、評価手法の誤差および妥当性を確認した。

上記の結果から、1章で述べた問題点1の検討を行った。そのため、問題点1から問題点2に展開する。次章や5章では、これらの原理、評価方法を基に、任意の検出方向と角度範囲を検出可能な新たな複素数離散ウェーブレット変換を提案する。これは、1章で述べた問題点2に対応する。

第4章 方向選択性の設計による新たな方向性特徴抽出手法の提案

本章では，前章で検討した原理，方向-周波数の関係を利用し，任意の方向成分を抽出可能な方向選択性を提案する．これは，1章の問題点2に対応する．まず，提案手法では，予め，方向-周波数の関係から検出方向・角度範囲に対応する周波数帯域を計算しておき，フィルタの周波数特性を調節する．その後，2D-CWPTに設計したフィルタを付与し，所望の方向成分を計算する．その結果，任意の方向・角度範囲の方向成分を抽出でき，モデル画像から方向性エッジを検出できることを確認した．また，提案手法と従来手法 (2D-CDWT, 2D-CWPT 等) を比較するため，半導体ウェーハの欠陥検査に応用し，提案手法が従来手法より，高精度に欠陥の検出が可能であることを確認した．

4.1 はじめに

2D-CDWT, 2D-CWPT の方向選択性は，画像から特定方向の不連続線や輪郭等の方向性特徴を検出する^{[24],[25]}．この時，検出する方向や角度範囲は，任意に設計出来，対象となる画像に合わせて，変更出来る事が望ましい^{[26],[35],[36]}．多くの方向性特徴を抽出することにより，詳細な形状情報が得られ，高精度な特徴量の計算や画像計測に期待が出来る．前章では，方向選択性の原理を検討し，方向成分の検出方向・角度範囲はその周波数特性によって決定されることが確認された．そこで，本章では，2D-CWPT を基に，方向を調節するフィルタを付与し，抽出する検出方向と角度範囲の設計手法を提案する．

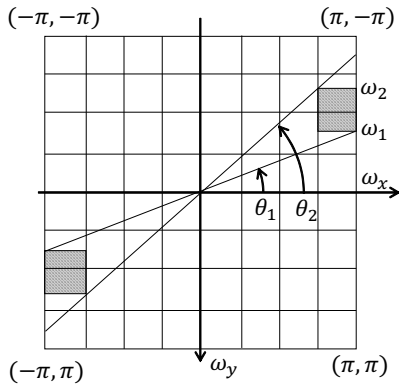
4.2 1次元非分離型フィルタを用いた方向選択性の改善方法

本節では，周波数特性を設計したフィルタを設計し，方向や角度範囲の設計が可能かを検討する．そして，画像から任意の方向性特徴が得られるかを検討する．

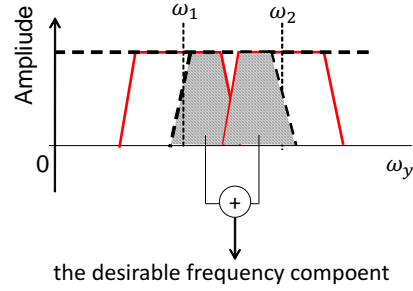
まず始めに，前節の検討結果，周波数と波形の方向には，以下の関係があることが確認された．

$$\theta = \begin{cases} 180p - 90, & \omega_1 = 0, \quad p \in \mathbf{Z} \\ \tan^{-1}(-\omega_2/\omega_1), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.1)$$

上記の式は，空間領域での方向 θ が周波数領域でのスペクトル ω_{y1}, ω_{x1} によって決定されることを示している．そのため，ある波形が周波数領域で，任意の角度範囲 $[\theta_1, \theta_2]$ の範囲に，スペクトルがあれば，その波形は， $[\theta_1, \theta_2]$ の各方向の波形の線形結合で表現され， θ_1 から θ_2 の方向を持つ．さらに，この波形は， θ_1 から θ_2 の方向成分のみを抽出するフィルタとして利用で



(a) The directional components with angular range from θ_1 to θ_2

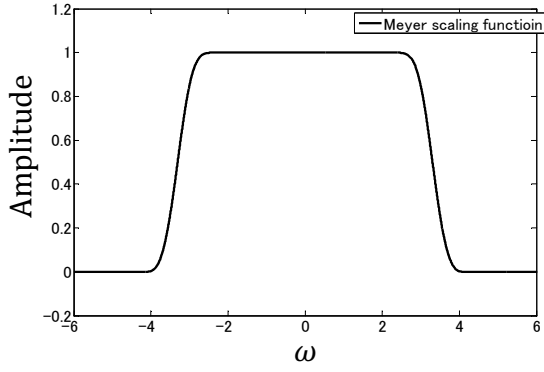


(b) The directional components with angular range from θ_1 to θ_2

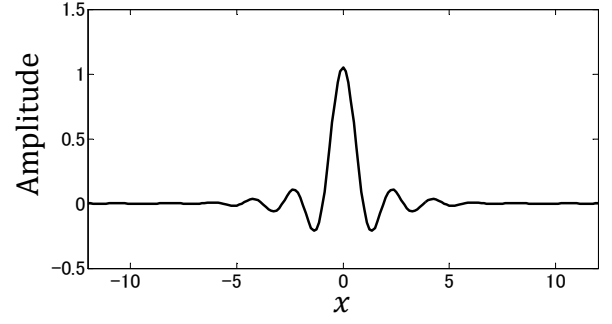
Fig. 4.1 Fourier directional component that has desirable angular width from θ_1 to θ_2 .

きると考えられる。また、エッジや境界、不連続線等の画像特徴は、高い周波数帯域に多く含まれるため、高い周波数帯域で、 θ_1 から θ_2 方向の周波数成分の抽出を考える。

一方で2D-CWPTは、高周波成分から方向成分を計算し、方向性エッジを抽出する。そこで、その方向成分の周波数特性を調節し、任意の角度範囲の方向成分を抽出する手法を提案する。Fig. 4.1(a)は、2D-CWPTで得られる各方向成分を周波数領域で示したものである。ここで、各方向成分の周波数特性を調節し、同図(a)斜線部の周波数成分を抽出すれば、 θ_1 から θ_2 の角度範囲の成分となる事がわかる。そのため、同図(b)のように、斜線部の領域を持つ方向成分を取り出し、それらに周波数特性を設計したフィルタを適用する。それぞれフィルタを適用した後、それらの成分を足しあわせ、斜線部の成分を構成する。ここで、Fig. 4.1(a)は最も高い周波数帯域である、Outside layerにフィルタを適用しているが、Middle layer, Inner layerをそれぞれ選択すれば、同じ方向であっても、異なるスケールの方向成分を計算する。Fig. 4.1(a)の場合、斜線部を構成する方向成分は、 $D_{2,n_x,n_y}^{R0,(2,4)}$, $D_{2,n_x,n_y}^{I0,(2,4)}$ および $D_{2,n_x,n_y}^{R0,(3,4)}$ と $D_{2,n_x,n_y}^{I0,(3,4)}$ である。そのため、これらの方向成分にフィルタを適用する。フィルタを適用する成分が決定した後、フィルタを適用する軸を決める。今回は、手法の計算の単純化のため、1次元のフィルタを ω_x もしくは ω_y 軸に適用する。フィルタを適用する方向成分のインデックスが、 $n < m$ (例えば、(3,4), (2,4), (1,4)等)の時、フィルタは、 ω_y 軸に適用する。一方で、フィルタを適用する方向成分のインデックスが $n > m$ (例えば、(4,3), (4,2), (4,1)等)の時、フィルタは、 ω_x 軸に適用する。Fig. 4.1(a)の場合は、 $n < m$ であるため、 ω_y 軸にフィルタを適用することとなる。そのため同図(b)では、 ω_y 軸にフィルタを適用している。方向成分のインデックスが(4,4)の場合は、例外の処理をする。(4,4)と(4,3)が選択されている場合、フィルタは ω_x 軸に適用し、一方で、(4,4)と(3,4)が選択されている場合、フィルタは ω_y 軸に適用する。上記のプロセスによって、角度範囲 $[\theta_1, \theta_2]$ に対応する新たな方向成分が計算される。その方向成分は、 ω_y 軸上で $[\omega_2, \omega_1]$ の範囲を持つため、 ω_1 にカットオフ周波数を持つローパスフィルタを適用し、 ω_2 にカットオフ周波数を持つハイパスフィルタを適用する。



(a)Meyer scaling function in frequency domain.



(b)Meyer scaling function in space domain.

Fig. 4.2 Meyer scaling function in frequency and space domain.

4.2.1 フィルタの設計

次に、提案手法に適用するフィルタの設計方法について述べる．提案手法では、Meyer のスケーリング関数を基にローパスフィルタ、ハイパスフィルタを設計する．Meyer のスケーリング関数は、式 (4.2)，(4.3) で定義されている．

$$\hat{\phi}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq (1 - \Delta)\pi \\ 0, & |\omega| \geq (1 + \Delta)\pi, \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\nu(x) = x^4(35 - 84x + 70x^2 - 20x^3).$$

$$\hat{\phi}(\omega) = \cos \left[\frac{\pi}{2} \nu \left(\frac{1 - \Delta}{2\Delta} \left\{ \frac{|\omega|}{(1 - \Delta)\pi} - 1 \right\} \right) \right], (1 - \Delta)\pi < |\omega| < (1 + \Delta)\pi \quad (4.3)$$

$$|\hat{\phi}(\omega - \pi)|^2 + |\hat{\phi}(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (4.4)$$

ここで、式 (4.2) は、周波数領域で通過域と阻止域を示している．そして、式 (4.3) は、通過域から阻止域へ遷移する過渡領域を示している．Meyer のスケーリング関数の過渡領域は、自由度があり、式 (4.4) を満たすものであれば良いが、これに対し、Daubechies が提案したものが、式 (4.3) である．Fig. 4.2 に Meyer のスケーリング関数を示す．また同図 (b) は (a) を逆フーリエ変換した結果である．

次に、この Meyer のスケーリング関数を、周波数領域で、縮小し、新たな周波数特性を作成する．スケーリング関数の縮小処理を式 (4.5)，(4.6) に示す．ここで、 l_1 は縮小パラメータである．

$$DF_{l_1}^L(\omega) = \hat{\phi}\left(\frac{\omega}{l_1}\right), \quad (4.5)$$

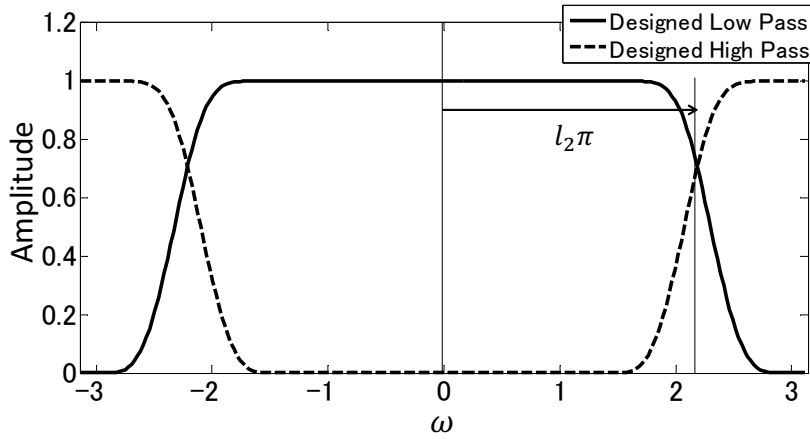


Fig. 4.3 Frequency characteristic of the designed low-pass filter $DF_{l_1}^L$ and high-pass filter $DF_{l_1}^H$.

Meyer のスケーリング関数は、通常 π にカットオフ周波数を持つが、縮小の処理により、 $l_1\pi$ にカットオフ周波数を持つこととなる。

これを利用し、縮小したスケーリング関数をローパスフィルタ $DF_{l_1}^L$ として利用する．加えて、ハイパスフィルタ $DF_{l_1}^H$ は、式 (4.5) のローパスフィルタを利用して式 (4.6) で計算する．

$$DF_{l_1}^H(\omega) = \sqrt{1 - (DF_{l_1}^L(\omega))^2}. \quad (4.6)$$

Fig. 4.3 は、式 (4.5), (4.6) から計算したローパス/ハイパスフィルタの周波数特性を示す．ここで、縮小パラメータは、 $l_1 = 0.7$ と設定した．同図から、縮小パラメータの設定によって、カットオフ周波数 $l_1\pi (\simeq 2.2)$ のローパスフィルタ、ハイパスフィルタが得られていることが確認できる．

次に、縮小パラメータ l_1 の設定方法であるが、それは、抽出する方向とフィルタを適用する成分 (インデックス) によって決定される．まず、抽出する方向と Layer から Fig. 4.1 中の ω_1 を計算しておく．次に方向成分は、ウェーブレット係数と同様に各分解レベルがあり、ダウンサンプリングが用いられている．ダウンサンプリングを行うとその成分のサンプリング間隔、周波数特性が変化するため、各方向成分の分解レベルを考慮し、縮小パラメータを決定しなければならない．また、CWPT では、インデックス n もしくは m が偶数の成分に、フィルタを適用する時、ハイパスフィルタから低周波成分が得られ、ローパスフィルタから高周波成分が得られた．これはダウンサンプリングによって、フィルタの正規化周波数 1 から 2 の範囲の周波数特性が画像に適用されるためである^[46]．そのため、縮小パラメータの決定には、 n, m が偶数・奇数であるかも考慮しなければならない．まず、 n もしくは m が奇数の時 (通常処理) の場合について述べる．デジタルフィルタは信号が有限長であるため、周波数領域で 2π の周期を持つが、 j 回のダウンサンプリングによって、周期が 2π から $2^j 2\pi$ へと変化する^[56]．そのため、ダウンサンプリングの式 (2.49) から、元の画像における ω_1 の周波数は、 ω_{down} へと移されることがわかる．

$$\omega_1 = 2^j \omega_{down} + 2^j 2\pi k \quad (4.7)$$

ここで、 k は、周波数領域での繰り返しパラメータである．式 (2.49) では k は 0 から番号が割り振られているため、インデックス n, m とは以下の関係となる．

$$\begin{aligned} n &= k - 1 \\ m &= k' - 1 \\ \text{ただし, } k, k' &\in \mathbf{Z} \end{aligned}$$

ω_1 の周波数特性を得る際には、ダウンサンプリングされた方向成分に対し、 ω_{down} にカットオフ周波数を設定すれば良いことがわかる．そのため、フィルタの縮小パラメータ l_1 は、以下の式となる．

$$l_1 = \frac{\omega_1}{2^j} - 2\pi(n - 1) \quad (4.8)$$

この式では、インデックスを n としたが、 m の場合も同様である．

次に、 n もしくは m が偶数の時は、正規化周波数が 1 から 2 の範囲にフィルタを適用することとなる．正規化周波数が 1 から 2 の範囲の周波数特性は、周波数領域での繰り返しから、0 から 1 の範囲の周波数特性を反転した特性を持つ．そのため、式 (4.8) を l_1 で反転させ、整理すると、

$$l_1 = 2\pi(n - 1) - \frac{\omega_1}{2^j} \quad (4.9)$$

が得られ、縮小パラメータ l_1 が得られる．

設計したフィルタの適用例として、Fig. 4.3 のフィルタを使用する場合、式 (4.10) から (4.13) を計算する．ここで、 $F_D^{R,L}, F_D^{I,L}, F_D^{R,H}$ は $F_D^{I,H}$ 、フィルタ適用後の方向成分であるが、これらを FDC(Filtered Directional Components) と呼ぶこととする．また l_2 は ω_2 に対応したカットオフ周波数である．

$$F_{D,2}^{R,H} = \sum_{k_y} D_{2,n_x,k_y}^{R0,(3,4)} D F_{l_1}^H(n_y - k_y), \quad (4.10)$$

$$F_{D,2}^{I,H} = \sum_{k_y} D_{2,n_x,k_y}^{I0,(3,4)} D F_{l_1}^H(n_y - k_y), \quad (4.11)$$

$$F_{D,2}^{R,L} = \sum_{k_y} D_{2,n_x,k_y}^{R0,(2,4)} D F_{l_2}^L(n_y - k_y), \quad (4.12)$$

$$F_{D,2}^{I,L} = \sum_{k_y} D_{2,n_x,k_y}^{I0,(2,4)} D F_{l_2}^L(n_y - k_y). \quad (4.13)$$

FDC は、2D-CWPT と同様に、実数部と虚数部からその絶対値 (Absolute-FDC, AFDC) を式 (4.14), (4.15) から計算できる.

$$AF_D^H = \sqrt{(F_D^{R,H})^2 + (F_D^{I,H})^2}, \quad (4.14)$$

$$AF_D^L = \sqrt{(F_D^{R,L})^2 + (F_D^{I,L})^2}. \quad (4.15)$$

さらに、各フィルタを適用して得られた AFDC を足しあわせ、 $AF_D^{\theta_1\theta_2}$ を得る. 最終的に得られた $AF_D^{\theta_1\theta_2}$ が θ_1 から θ_2 の角度範囲の方向性特徴を示すことが期待できる. 次節にて、その設計例を示す.

$$AF_D^{\theta_1\theta_2} = AF_D^H + AF_D^L. \quad (4.16)$$

4.2.2 方向選択性の設計例と議論

前節では、フィルタの設計法について述べた. 本節では、設計例とその結果について議論する.

まず始めに、Fig. 4.1(a) の $\theta_1 = 20[\text{deg}]$, $\theta_2 = 40[\text{deg}]$ の場合を考える. Fig. 4.1(a) の斜線部は FDC および AFDC から得られる. 同図では、 $j = -2$ の 2D-CWPT で得られた Outside layer の方向成分に適用する. そのため、 $\theta_1 = 20[\text{deg}]$, $\theta_2 = 40[\text{deg}]$ から、 $\omega_1 = 0.364$, $\omega_2 = 0.629$ となる. そして、フィルタを適用する成分は、 $D_{2,n_x,n_y}^{R0,(2,4)}$, $D_{2,n_x,n_y}^{I0,(2,4)}$ および $D_{2,n_x,n_y}^{R0,(3,4)}$, $D_{2,n_x,n_y}^{I0,(3,4)}$ に ω_y 軸にフィルタを適用する. フィルタの縮小パラメータは (2.4) に対して、0.544 であり、(3,4) に対しては、0.517 となる. そして、 $F_D^{R,H}$, $F_D^{I,H}$, $F_D^{R,L}$ および $F_D^{I,L}$ を計算する. インパルス画像 (画像の中心の画素値が1それ以外が0の画像) を入力し、FDC のみを再構成した結果を Fig. 4.4 に示す. なお、FDC からウェーブレット係数に戻す際には、式 (2.80), (2.83) の $D_{2,n_x,n_y}^{R0,(2,4)}$, $D_{2,n_x,n_y}^{I0,(2,4)}$ および $D_{2,n_x,n_y}^{R0,(3,4)}$, $D_{2,n_x,n_y}^{I0,(3,4)}$ を FDC に置き換えて計算する. 一方で、Fig. 4.5 は、AFDC を計算し、それらを足し合わせた $AF_D^{\theta_1\theta_2}$ である. 入力画像は Fig. 2.8 のモデル画像である. Fig. 4.4 から、設計したフィルタを加えたことにより、所望の周波数特性が得られている事が確認できる. また、Fig. 4.5 から、モデル画像においても、設計した方向の方向性エッジが得られている事が確認できる.

次の設計例として、 $\theta_1 = 80[\text{deg}]$, $\theta_2 = 100[\text{deg}]$ の場合を考える. Fig. 4.6 は、 $\theta_1 = 80[\text{deg}]$, $\theta_2 = 100[\text{deg}]$ の場合の周波数特性の例である. この場合は、 $j = -2$ であり $(n, m) = (3, 1)$ の $D_{3,1}^{R0}$, $D_{3,1}^{I0}$ および $D_{3,1}^{R1}$, $D_{3,1}^{I1}$ にフィルタを適用する. ここでは、 $\omega_1 = 0.088$, $\omega_2 = -0.088$ である. 設計するフィルタは実数であるため、周波数特性が ω_y もしくは ω_x 軸に対称である. そのため、 ω_1 もしくは、 ω_2 が負の場合は、その絶対値を取ることとする. $\omega_2 = -0.088$ の場合は、 $\omega_2 = 0.088$ としてフィルタを作成する. そして、フィルタの縮小パラメータはいずれの方向成分に対しても、0.353 に設定する. これらのフィルタを適用した結果を Fig. 4.7 に示す. また、この例では、 $R0, I0$ と $R1, I1$ の方向成分にまたがって、フィルタを適用するが、 $R0, I0$ の各成分と $R1, I1$ の各成分にフィルタを適用する場合も、縮小パラメータの計算式やフィルタを適用

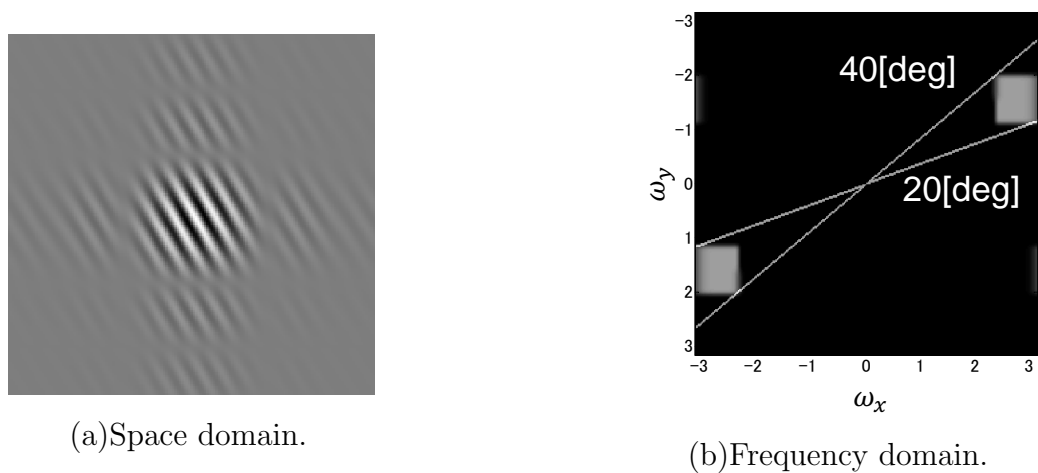
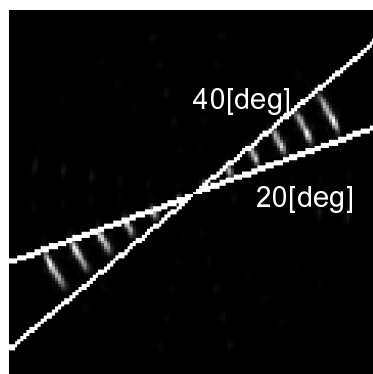
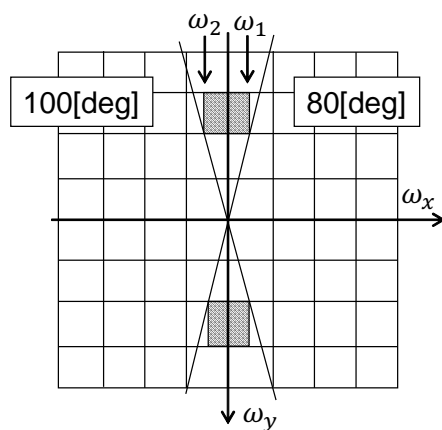
Fig. 4.4 Impulse response of designed $\theta_1 = 20[\text{deg}]$, $\theta_2 = 40[\text{deg}]$.

Fig. 4.5 Results of the detected directional component using the designed filter.

Fig. 4.6 Frequency characteristic of designed directional component ($\theta_1 = 80[\text{deg}]$, $\theta_2 = 100[\text{deg}]$).

する計算は変わらない．これについても，フィルタが実数であり， ω_x もしくは ω_y に対称な周波数特性を持つためである．

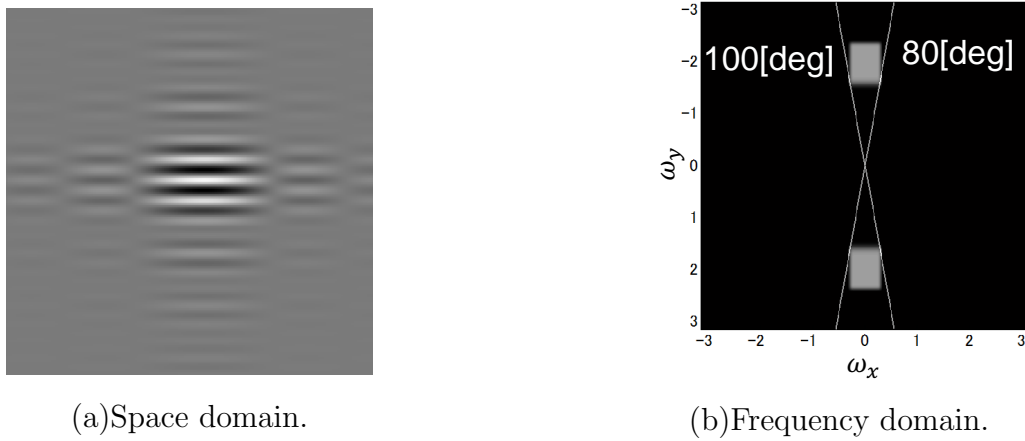


Fig. 4.7 Impulse response of designed $\theta_1 = 80[\text{deg}]$, $\theta_2 = 100[\text{deg}]$.

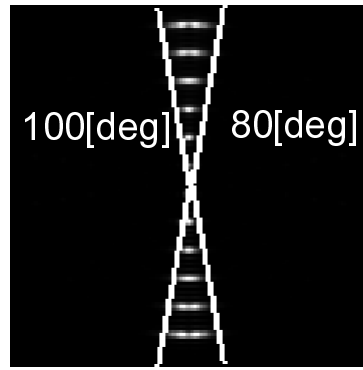


Fig. 4.8 Directional component detected from model image with angular width $[80, 100]$.

Fig. 4.7 は、Fig. 4.4 と同様の方法でインパルス画像を分解し、再構成した結果である。さらに、Fig. 4.8 は、モデル画像を入力し、各 AFDC を足しあわせた結果である。Fig. 4.7, 4.8, から $j = -2$ の Middle layer において、FDC を計算可能であり、 $[80, 100][\text{deg}]$ の方向性エッジを検出できていることが確認できる。

最後の設計例として、 -10 から $10[\text{deg}]$ の場合を示す。この場合、 $[0, 10][\text{deg}]$ の方向成分を計算した後、 $[170, 180][\text{deg}]$ の方向成分を計算し、それらを足し合わせる。この設計例では、Fig. 4.9 のように $\theta_1 = 0[\text{deg}]$, $\theta_2 = 10[\text{deg}]$ の角度範囲に周波数特性を持ち、 $j = -2$ で、Inner layer に、フィルタを適用する。まず始めに、 $\theta_1 = 0[\text{deg}]$, $\theta_2 = 10[\text{deg}]$ の場合、設計したローパスフィルタを、 $D_{1,2}^{R0}$, $D_{1,2}^{I0}$ の方向成分に適用する。ここで、 ω_1 は 0.044 であり、フィルタの縮小パラメータは 0.176 である。フィルタを設計した後、FDC を計算する。Fig. 4.10 に、 0 から $10[\text{deg}]$ のインパルス応答を示す。インパルス応答の計算は、Fig. 4.4, 4.7 と同様である。Fig. 4.10 から、 0 から $10[\text{deg}]$ の範囲に振幅を持った周波数特性が得られている。しかし、 $0[\text{deg}]$ 以下の方向にも、振幅が見られる。この誤差を考えると、今回は $10[\text{deg}]$ に設定したフィルタを適用したのみであるため、フィルタを適用する前の方向成分が元々持っていたものと考えられる。また、Fig. 2.13 中の Inner layer を見ても、 $D_{1,2}^{R0}$, $D_{1,2}^{I0}$ の絶対値は、 $0[\text{deg}]$ 以下の方向性エッジも抽出している。この原因として、 $D_{1,2}^{R0}$, $D_{1,2}^{I0}$ 等の Inner layer にある方向成分は、低周波成分を含むため、スケーリング関数とウェーブレット・パケット関数から構成されるためであると考え

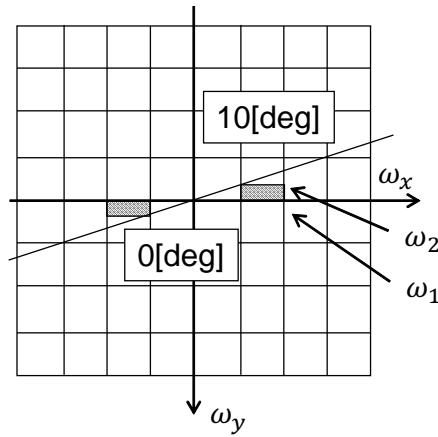
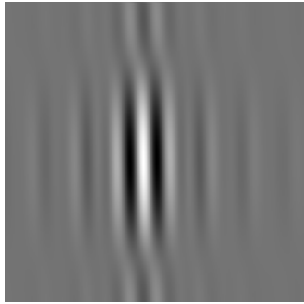
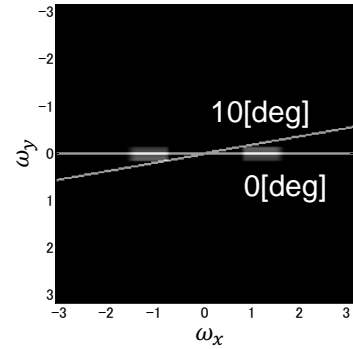


Fig. 4.9 Frequency characteristics of the directional components from 0 to 10[deg].



(a) Space domain.



(b) Frequency domain.

Fig. 4.10 Impulse response of designed $\theta_1 = 0[\text{deg}]$, $\theta_2 = 10[\text{deg}]$.

られる．スケーリング関数の実数部と虚数部はヒルベルト変換ペアではないため，3章で検討したような方向選択性の原理に従わない．そのため，厳密に方向性の波形を構成できず，誤差に起因したと考えられる．

次に， $\theta_1 = 170[\text{deg}]$, $\theta_2 = 180[\text{deg}]$ の場合であるが，Fig. 4.11 に， $j = -2$ の Inner layer から $[170\ 180]$ の角度範囲の成分を抽出する場合の周波数特性を示す．同図より，設計したローパスフィルタを適用する成分は， $D_{1,2}^{R1}$, $D_{1,2}^{I1}$ である．Fig. 4.12 に，フィルタを適用し，再構成した結果を示す．Fig. 4.12 は，Fig. 4.10 等と同様に，インパルス画像を入力したものである．Fig. 4.12 から，設計したフィルタに応じた周波数特性を抽出できている事が確認できる．

最後に， $[0\ 10][\text{deg}]$ で，設計したローパスフィルタを適用した結果と， $[170\ 180][\text{deg}]$ で設計したローパスフィルタを適用した結果を足しあわせ， $[-10\ 10][\text{deg}]$ を抽出する FDC を構成する．新たに足しあわされた FDC を，Fig. 4.13 に示す．ここで同図 (a) は，組み合わせられた FDC のインパルス応答を計算したものであり，同図 (b) は，モデル画像に適用し，AFDC を計算した結果である．Fig. 4.13(a) から，方向成分を組み合わせても， $[-10, 10][\text{deg}]$ の範囲の所望の周波数特性を得られる事が確認できる．また，モデル画像に適用し，方向性エッジを得る場合でも，方向成分を組み合わせることで，その角度範囲の調節が可能であることが確認できる．そのため，別々のフィルタから得られた方向成分を組み合わせることで，新たな方向成分を抽出する

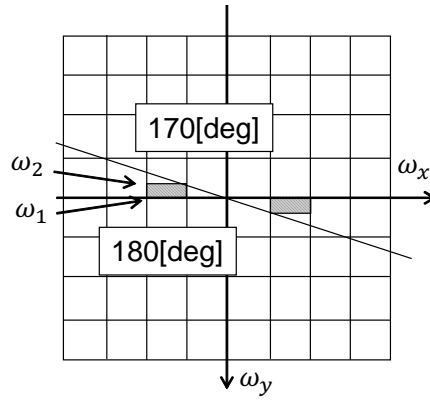
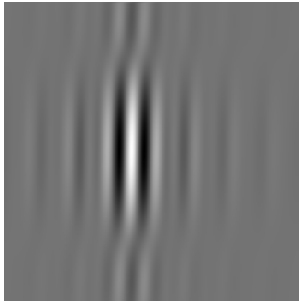
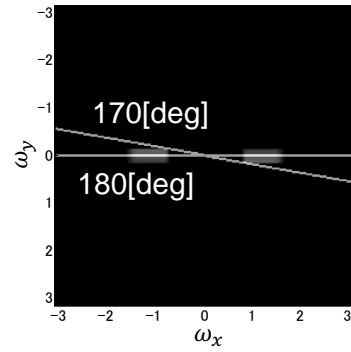


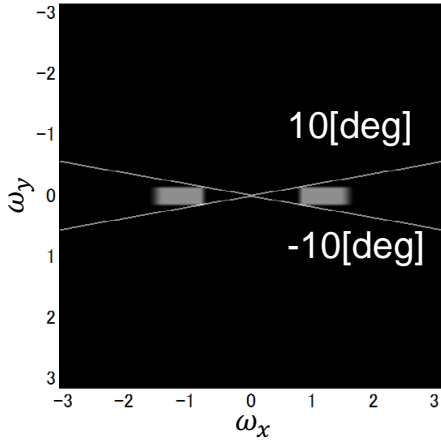
Fig. 4.11 Frequency characteristic of the directional component from 170 to 180.



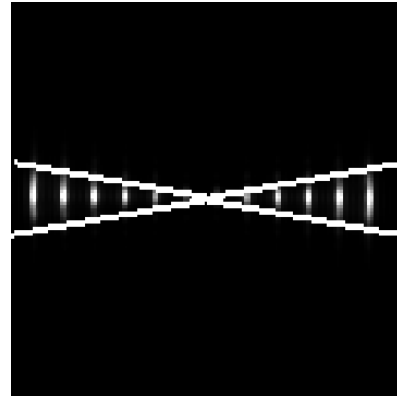
(a)Space domain.



(b)Frequency domain.

Fig. 4.12 Impulse response of designed $\theta_1 = 170[\text{deg}]$, $\theta_2 = 180[\text{deg}]$.

(a)Frequency domain.



(b)Model image result.

Fig. 4.13 Directional component using the circle model image $[-10, 10]$.

フィルタとなることがわかる．この点から，提案手法は，線形性が成り立っていることが確認できる．これは，従来の2D-CDWTが線形な変換であり，方向調節するフィルタも線形なフィルタであるためと考えられる．

上記の設計例から，周波数特性を設計したフィルタを，2D-CWPTから計算した方向成分に

付与することにより、任意の角度範囲の方向性エッジを抽出可能であることも確認された。

4.3 提案手法の評価

前節では、方向成分にフィルタを付与し、周波数特性を調節することで、所望の角度範囲の成分を抽出出来ることが確認された。次に本節では、提案した設計法が、持つ設計精度を3章で提案した評価手法を利用して明らかにする。

まず、抽出する角度範囲を設定する。今回は、 $[-10\ 10]$, $[10\ 30]$, $[30\ 50]$, ... $[150\ 170]$ [deg] に設定し、9方向の方向成分を計算する。各々の θ_1 , θ_2 を決め、前節と同様にインパルス画像を入力しFDCを計算する。その後、FDCを再構成し、Fig. 4.4(a)のようなインパルス応答を得る。3章では、各ウェーブレットの周波数特性を基に、各ウェーブレットが抽出する方向・角度範囲を求めていたが、本節では、Fig. 4.4(a)のようなFDCの再構成結果を評価手法に適用する。評価手法では、FDCの周波数特性を計算した後、周波数領域で各 θ 毎に、周波数特性の積分を計算し、評価値 $E(\theta)$ を求める。Fig. 4.14に、一例として $[30\ 50]$ [deg]の評価結果を示す。同図は、Outside LayerのFDCを計算した場合である。Fig. 4.14から、 $[30\ 50]$ に設計したFDCの角度範囲は 12.5 [deg]であった。また検出方向については、 40 [deg]となっており、設計誤差は見られなかった。ここから、 7.5 [deg]の誤差があることが確認出来る。さらに、分解レベル-2の場合の3つのLayer(Outside, Middle, Inner)毎に、9方向のFDCを計算し、計算した全てのFDCに対して同様の処理を適用し、誤差を計算した。その結果、平均誤差は、 4.5 [deg]であった。各FDCの角度範囲は 20 [deg]に設計しているため、この設計方法では、誤差 24.6% の誤差があることが確認された。同様に検出方向の誤差を計算した結果、平均 1.58 [deg]の誤差があることが確認された。

従って、本章の提案手法では、任意の方向成分を抽出可能であるが、その方向成分の角度範囲には設計誤差が多いことが確認された。次節では、提案手法と従来手法(2D-CDWT, 2D-CWPT等)を比較するため、各手法を半導体欠陥検査に適用し、欠陥検出精度を比較する。

4.4 提案手法の応用：半導体ウェーハの画像欠陥検査

前節では、提案手法が、所望の角度範囲のAFDC(方向性エッジ)を得ることが確認された。本節では、提案手法の応用として、半導体ウェーハの画像欠陥検査を検討する。

4.4.1 応用分野の背景

近年、半導体デバイスはウェーハの巨大化と共に構造の微細化が進み、複雑かつ高精度な製造工程が要求される。そのため、不良品が製造される可能性が増加し、製品の検査において目視検査が困難となることが指摘されている^{[1],[3],[57]}。すなわち、従来行われている目視での検査には、検査員間で検査精度にばらつきが生じ、製品の品質が一定とならないだけでなく、検査コストも大きくなるという問題がある。そのため、欠陥を高精度かつ高速に検出するための自動

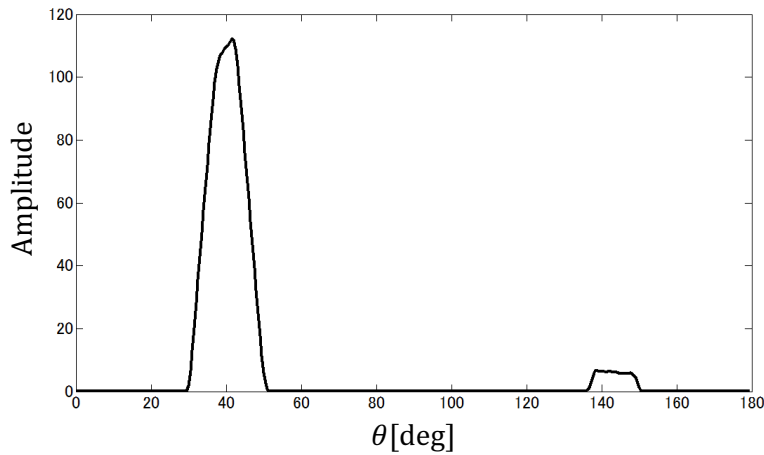


Fig. 4.14 The evaluation result at FDC which has angular range $[30\ 50][\text{deg}]$.

外観検査システムの開発が必要である^[57]。自動外観検査では、近年のカメラの高精度化と画像処理技術の発展により、マシンビジョンによる製品の欠陥検査が多くの工業製品で研究・実用化されている^{[59][60][61]}。半導体デバイスにおいてマシンビジョンを利用した欠陥検査を実現する場合は、回路基盤の画像から欠陥の検出や抽出が必要となる。しかし、欠陥はその製品毎に大きさや形状が異なり、種類も多い。そのため、外観検査に用いる画像処理手法は多種の欠陥に対して、頑健な欠陥検出が必要である。従来の画像処理手法では、製品画像のパターン情報等から欠陥を検出するフーリエ変換を使った手法やガボール関数等のフィルタリングによるエッジ検出手法を用いたものがある^[58]。しかし、フーリエ変換を用いる場合は、テクスチャ等の特定パターンを持つものに用途が限られる。また、ガボール関数等のフィルタバンクを用いる場合は、計算量が大きく、検査時間が長くなってしまう。そこで前節で提案した手法は、2D-CWPTにフィルタを適用するため、計算量が小さく、さらに、シフト不変性を実現しつつ、多くの方向性特徴を抽出可能であるため、有用な画像特徴を抽出可能であると考えられる。そのため、提案手法による画像欠陥検査を検討し、提案手法の有効性を検討する。

通常、正常な半導体ウェーハは、規則的にパターンニングされ、画像上では縦もしくは横の模様やエッジが多いと考えられる。一方で異常部位では、形状は決まっておらず、規則的な形状・模様は少ないと考えられる。例えば、Fig. 4.15(a)に、精密工学会が公開している欠陥を持つ半導体ウェーハのサンプルを示す^[62]。同図(a)の画像は、左部は縦・横の回路パターンが見られるが、画像中央には、斜め方向に汚れが見られる。同様に、同図(b)には、画像右部に黒い斜めの傷が見られ、画像中央には回路パターンが見られる。そこで、提案手法では、回路パターンとそれ以外の汚れ等の分離を狙い、4つの方向成分 ($[-10, 10]$, $[10, 80]$, $[80, 100]$ および $[100, 170]$ $[\text{deg}]$) を抽出することとする。これらの角度範囲に対応したフィルタを設計し、2D-CWPTと組み合わせ、各々のAFDCを計算する。その結果をFig. 4.16および4.17に示す。Fig. 4.16(a)は、Fig. 4.15(a)の画像に対し、 $[-10, 10][\text{deg}]$ の範囲のAFDCを計算した結果であり、同図(b)は、 $[100, 170][\text{deg}]$ の範囲のAFDCを計算した結果である。また同図(c)は、 $[80, 100][\text{deg}]$ の

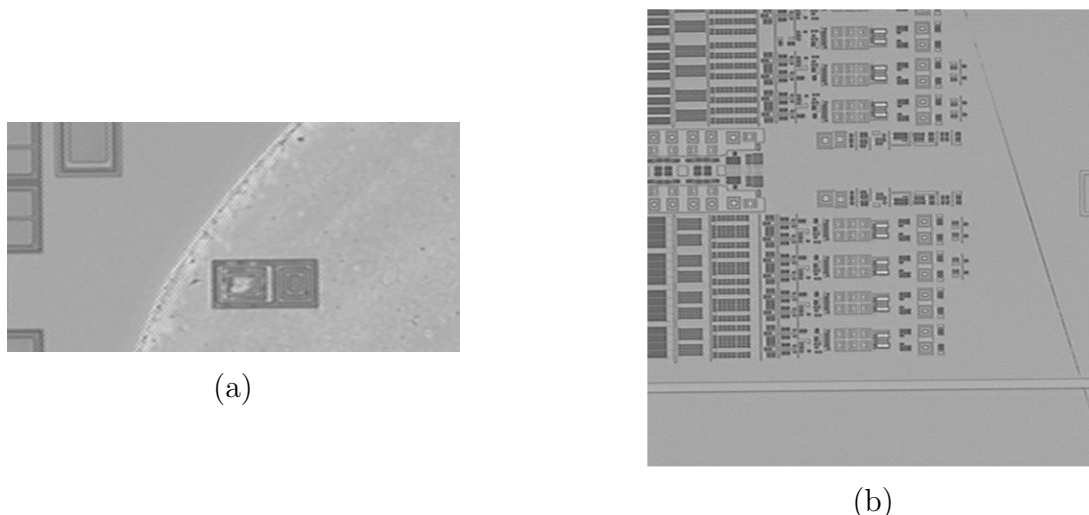


Fig. 4.15 Semiconductor circuits with defects.

範囲のAFDCである．ここで，同図は全て，分解レベル $j = -2$ であり，Outside layer にフィルタを適用した結果である．Fig. 4.16 から，(a),(c) では，回路パターンの縦・横のエッジや不連続線が検出されている事が確認できる．一方で (b) では，斜め方向エッジとして，画像中の汚れの成分が強く検出されていることがわかる．そのため，提案手法を適用し，画像の回路パターンと汚れを別々の成分として抽出可能であることが確認できる．Fig. 4.17 の (a) から (c) は，Fig. 4.15(b) に対し，Fig. 4.16 と同様の処理をした結果である．Fig. 4.17(a) では， $[-10, 10][\text{deg}]$ の範囲の縦方向のエッジ等が検出されている．また同図 (c) では，横方向のエッジが検出されている．これらの (a)，(c) は回路パターンに対応していることが確認できる．同図 (b) は， $[100, 170][\text{deg}]$ の範囲のAVDCを計算した結果であり，画像右側にある欠陥を検出している．その一方で画像左側の回路パターンも検出してしまっていることが確認できる．

次に，Fig. 4.18, 4.19 に，従来手法の2D-CWPTでFig. 4.15の画像を処理した結果を示す．今回，2D-CWPTの分解レベルは $j = -2$ とした．Fig. 4.18(a) は，2D-CWPTで計算されたAVDCの中で，水平方向に近いものである．また同図 (b) は， $135[\text{deg}]$ 方向となる， $n = 2, m = 2$ のAVDCである．また同図 (c) は垂直方向に近いAVDCである．同図 (b) は，画像中央部の欠陥の領域に強く反応しているが，同図 (a)，(c) においても，欠陥領域が検出されていることがわかる．Fig. 4.16 に示した提案手法の結果と比較すると，提案手法は，水平，垂直方向のAVDCにおいて，欠陥部分は検出されていない．そのため，提案手法は対角成分で欠陥のみを抽出し，2D-CWPTよりも高精度に欠陥を分離できると考えられる．Fig. 4.19(a) から (c) は，Fig. 4.15(b) を2D-CWPTで処理した結果である．Fig. 4.19(b) は，画像右側の欠陥を検知しているが，画像左側の回路部分も検出していることが確認できる．これは，Fig. 4.15(b) の欠陥以外の回路部分は，細い点・線が多いため，パルス状の波形を構成しているためだと考えられる．パルス状の波形は，広い周波数帯域に振幅を持ち，欠陥部分の周波数帯域と重複し，各AVDCでの分離が困難になったと考えられる．また，同図 (a)，(c) は，2D-CWPTから得た水平・垂直成分であるが，どちらの成分においても，欠陥部分を検出せず，回路部分をわずかに検出していることが確認できる．

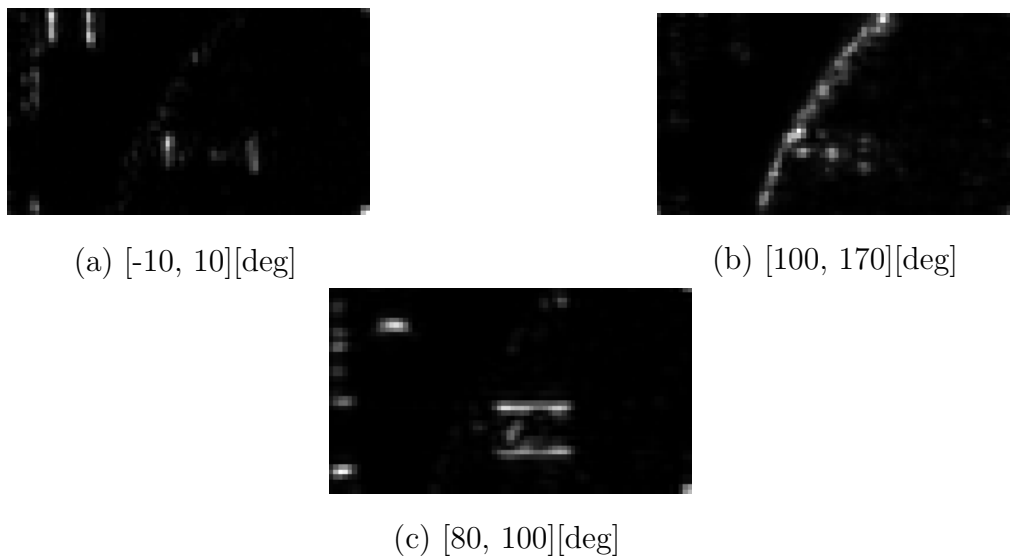


Fig. 4.16 AVD-directional components obtained by the designed directional filter at Fig. 4.15(a).

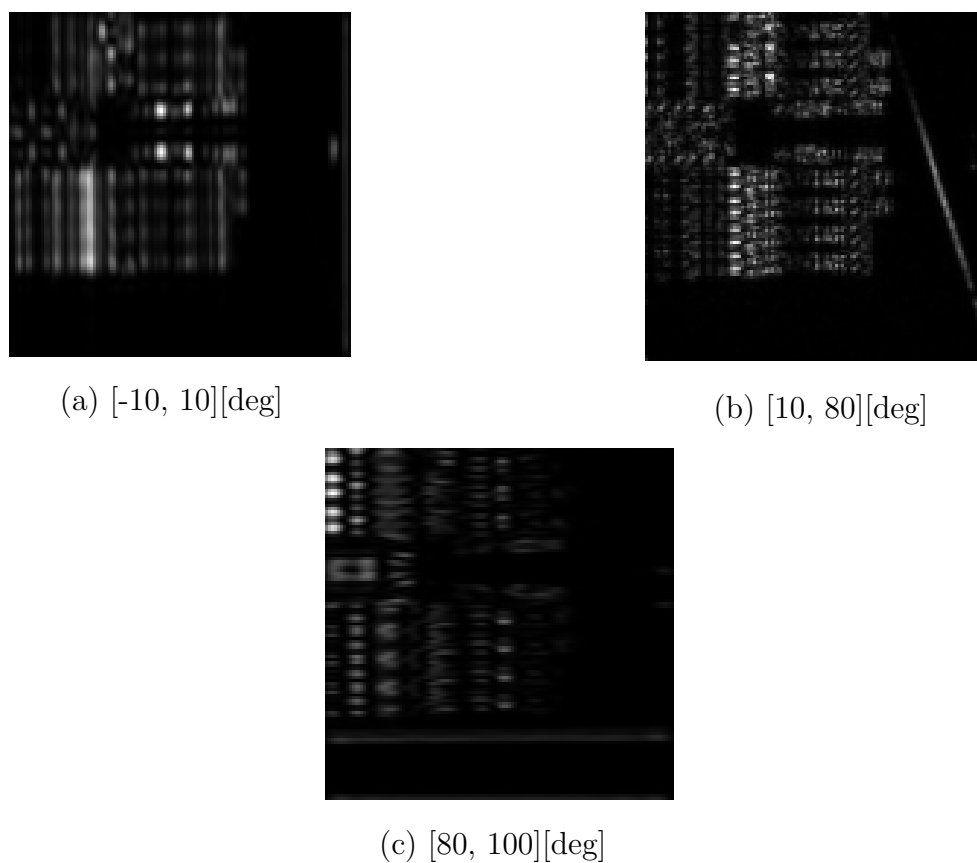


Fig. 4.17 AVD-directional components obtained by the designed directional filter at Fig. 4.15(b).

Fig. 4.16 から 4.19 の結果から、Fig. 4.15(a) においては、提案手法、2D-CWPT で処理結果に違いが確認された。しかし、Fig. 4.15(b) においては、どちらの手法においても、AVDC が欠陥のみに反応しているものではなかった。次節では、提案手法とパターン認識手法を利用し、欠陥の認識について述べる。

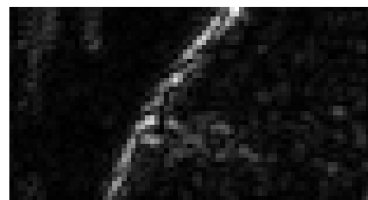
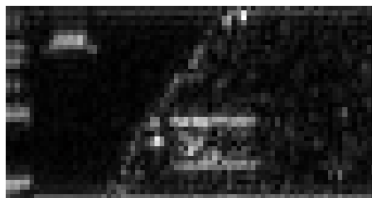
(a) AVDC of 2D-CWPT($n = 2, m = 1$)(b) AVDC of 2D-CWPT($n = 4, m = 4$)(c) AVDC of 2D-CWPT($n = 1, m = 2$)

Fig. 4.18 AVD-directional components obtained by 2D-CWPT at Fig. 4.15(a).

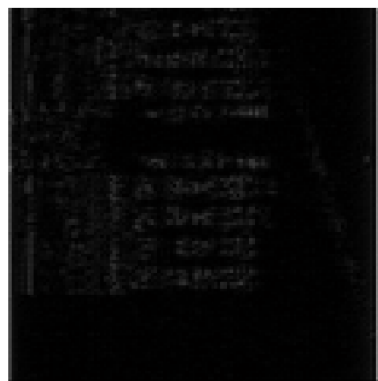
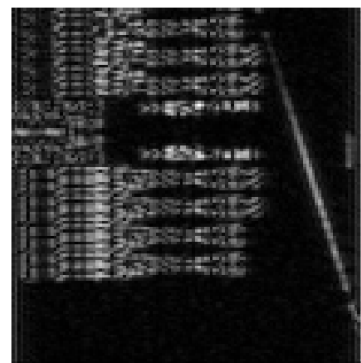
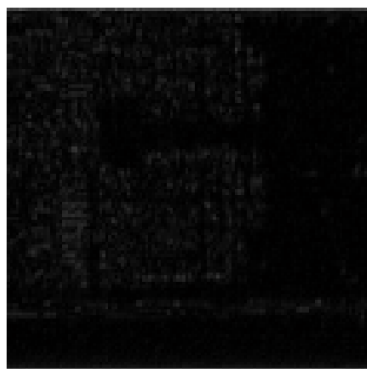
(a) AVDC of 2D-CWPT($n = 2, m = 1$)(b) AVDC of 2D-CWPT($n = 2, m = 3$)(c) AVDC of 2D-CWPT($n = 1, m = 2$)

Fig. 4.19 AVD-directional components obtained by 2D-CWPT at Fig. 4.15(b).

4.4.2 方向性エッジを利用した欠陥検査

前節では、提案手法から得る AFDC を利用して、回路パターンと汚れを別々の成分として分離可能であった。次に本節では、AFDC によって欠陥認識が可能かを検討する。欠陥の高精度

な認識が可能であれば、提案手法の特徴抽出手法としての有効性を確認できるとともに、自動欠陥検査の実現に期待が出来る。本論文では、パターン認識手法として、K-means 法を利用する。K-means 法には、AFDC から計算した特徴を入力し、各特徴ベクトルを分類する。その結果を利用して、欠陥の判定を行う^[32]。下記に示すのは、特徴ベクトルの計算と、欠陥認識のプロセスである。Fig. 4.20 に、下記のプロセスのフローチャートを示す。

- (a) 検査サンプルを一つ選択する。今回は、20 個の正常サンプル、20 個の異常サンプルを利用した。
- (b) 前節の提案手法を検査サンプルの画像に適用する。分解レベルは $j = -3$ とした。(ここで、提案手法が抽出する方向成分は、 $[-10, 10], [10, 80], [80, 100], [100, 170]$ [deg] に設定した。また、 $j = -3$ であるため、7 つの layer に分解される。そのため、最終的に 28 個の AFDC を出力する)
- (c) 特徴ベクトルを計算するため、Fig. 4.21 のように検査サンプルを 32×32 [pixel] の小領域に分割する。
- (d) Fig. 4.21 のように (c) の各小領域に対応するように、AFDC を小領域に分割する。(今回は $j = -3$ であるため、AFDC は 3 回ダウンサンプリングされている。そのため AFDC は 4×4 [pixel]($32/2^3$) の小領域に分割することになる。)
- (e) 検査サンプルの各小領域は、それに対応する 28 個の AFDC の小領域を持つ。各 AFDC の小領域毎の平均と分散を計算する。この平均と分散を特徴ベクトルとする。そのため、特徴ベクトルの次元は、28 個の平均と 28 個の分散から、56 次元となる。また特徴ベクトルは、検査サンプル各小領域 1 つに対して、1 つの特徴ベクトルを持つこととなる。
- (f) 検査サンプルの特徴ベクトルの一つを取り出し、正常クラスとのユークリッド距離 (以後、単に距離と呼ぶ) を計算する。ここで、正常クラスは予め学習のプロセスによって構成するものである。構成方法は K-means 法のアルゴリズムと共に後述する。
- (g) 取り出した特徴ベクトルと異常クラスとの距離を計算する。(異常クラスの構成方法についても同様に後述する。後述する方法では、正常クラス、異常クラスともに複数個構成する。)
- (h) 各クラスとの距離を計算した後、正常クラスとの距離の最小値 d_{no} と、異常クラスとの距離の最小値 d_{ab} を計算する。
- (i) 以下の式より、 d_{no} と d_{ab} の比を計算する。

$$\alpha = \frac{d_{ab}}{d_{no}}. \quad (4.17)$$

- (j) 距離比が閾値 α より大きければ、選択した特徴ベクトルに正常ラベルを付与する。一方で、 α より小さければ、異常ラベルを付与する。
- (k) 他の特徴ベクトルを選択し、(f)-(j) のプロセスを繰り返す。
- (l) 検査サンプルの全ての特徴ベクトルを分類し終えた後、次のサンプルに移り、検査サンプルの全てが終了するまで、同様のプロセスを繰り返す。

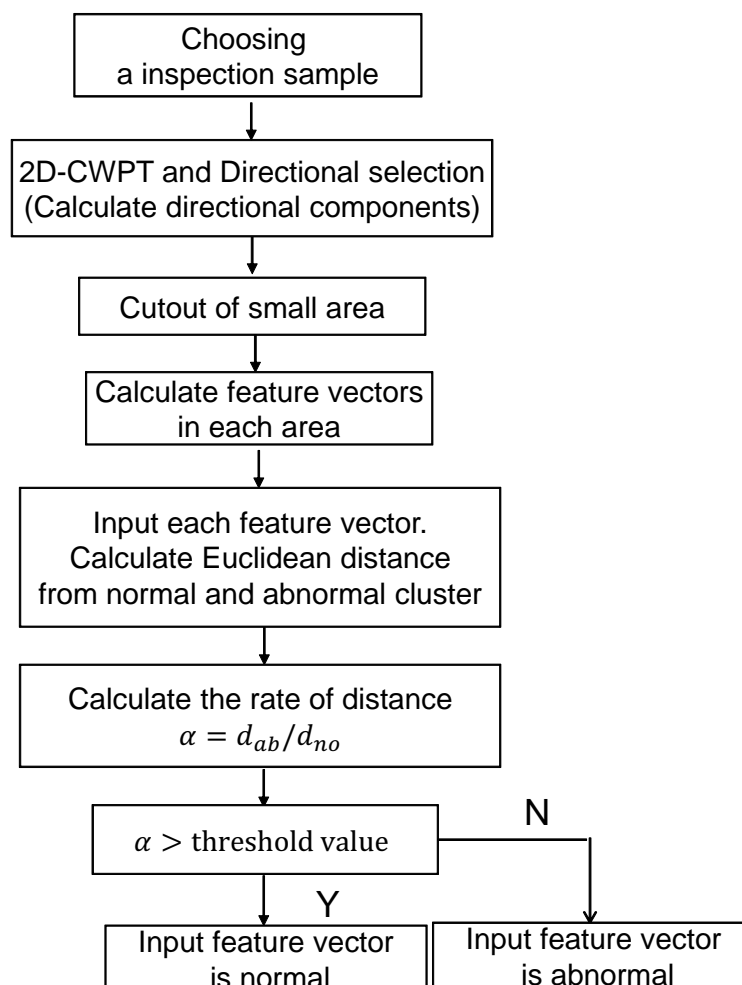


Fig. 4.20 The recognition process.

Inspection sample is divided
into small area

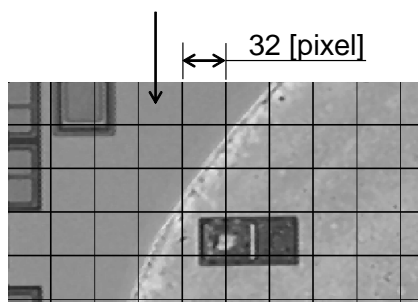


Fig. 4.21 Dividing the selected sample image into small areas.

4.4.3 K-means 法による，正常クラスと異常クラスの構成方法

次に，特徴ベクトルの判定に必要な正常クラスと異常クラスの構成方法について述べる．正常クラスと異常クラスを K-means 法の学習によって，作成する．以下にその手順を示す．

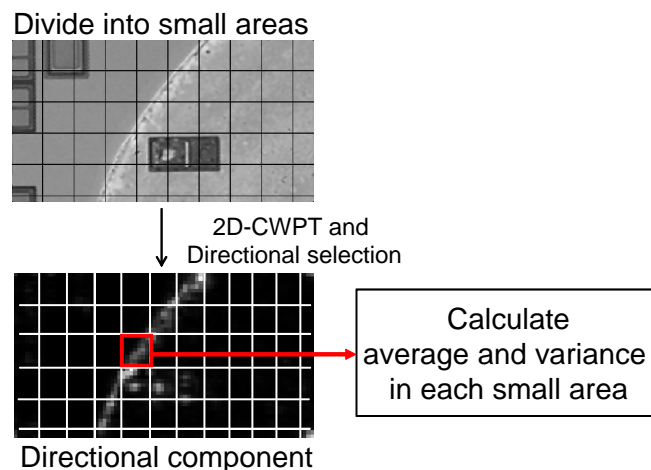


Fig. 4.22 The feature vector calculation process.

- (A) 欠陥認識のプロセスで選択されなかったサンプル (検査サンプル以外の 39 サンプル) に対し、(c),(d) の処理をし、特徴ベクトルを計算する。
- (B) 計算した特徴ベクトルに、ランダムにクラスを割り当てる。ここで、予めクラスの数設定しておく。今回、クラス数は 30 とした。
- (C) クラスを割り当てた後、各クラス内で、平均を計算し、クラスの重心を計算する。ここで、各クラスの平均は特徴ベクトルの各次元ごとに、計算する。
- (D) 各特徴ベクトルと、各クラスの重心との距離を計算する。
- (E) 各特徴ベクトルに割り当てられたクラスを、最も重心が近いクラスに修正する。
- (F) (C) から (E) のプロセスを、全ての特徴ベクトルが修正されなくなるまで繰り返す。

上記処理の結果として、各特徴ベクトルが所属するクラスを得られる。そして、得られた各クラスを正常クラスと異常クラスへ分類する。ここで、画像の各小領域には予め正常部位であるか、異常部位であるか決めておき、正常部位の特徴ベクトルには正常ラベル、異常部位の特徴ベクトルには異常ラベルを与えておく。そして異常ラベルを持つ特徴ベクトルが含まれるクラスを異常クラスとし、異常ラベルの特徴ベクトルが無いクラスを正常クラスとする。

4.4.4 認識結果と議論

本節では、前節で述べた欠陥検査方法の結果について述べる。実験条件として、欠陥判定の際に用いる閾値 α を 0.01 から 0.99 まで変化させて、実験を行った。欠陥検査では、検査サンプルの各特徴ベクトルを正常クラスと異常クラスに分類した後、検査サンプルの特徴ベクトルの内、一つでも、異常と判定された特徴ベクトルがあれば、その検査サンプルを異常とした。一方で、一つも異常サンプルと判定されなかった場合は、検査サンプルを正常とした。検査結果の例を Fig. 4.23 に示す。ここで図中の '×' マークは異常クラスに分類された小領域 (特徴ベクトル) を示している。全てのサンプルを検査した結果、異常サンプル 20 個の内、19 サンプルで、欠陥の認識が可能であり、1 サンプルを正常と誤判定した。また、正常サンプル 20 個の内、11

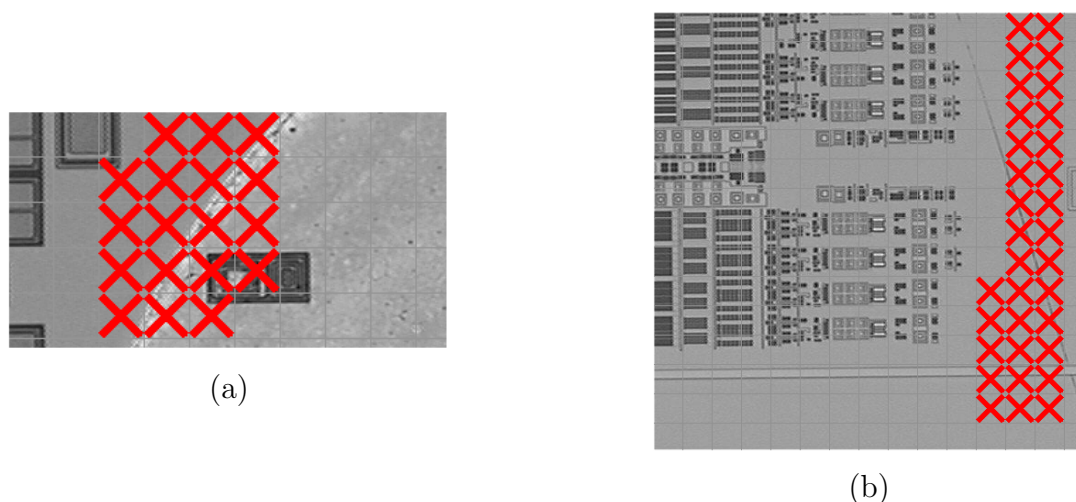


Fig. 4.23 Recognition results shown in each small area.

サンプルで正常として正しく判定し、9サンプルで、異常として誤判定してしまった。誤判定の原因として、特徴ベクトルの構成方法が考えられる。今回は小領域に分割し、その平均と分散を計算したが、欠陥の特徴的な部位は小領域の一部にしか存在せず、平均と分散を計算したことによって、AVDCで持っていた欠陥に係る特徴的な情報が特徴ベクトルに反映されなかったと考えられる。そのため、特徴ベクトルの構成方法の再検討が誤判定減少に必要であると考えられる。他にも、今回は‘×’が一つでもあれば、欠陥としたが、この判定基準を再考することで、誤判定の削減につながると考えられる。

さらに、提案手法との比較のため、欠陥検査精度を従来手法と比較した。この比較では、2次元の短時間フーリエ変換 (2-Dimensional Short Time Fourier Transform, 2D-STFT), 2D-CDWT, 2D-CWPT との比較を行った。2D-STFT の場合、画像を各ブロックに分割した後、離散フーリエ変換を適用する。その後、各ブロックの実数部と虚数部から振幅を計算し、そのブロックでの平均と分散を計算する。その平均と分散から特徴ベクトルを構成する。2D-CDWT の場合、検査サンプルを2D-CDWTで分解する。分解レベルは $j = -3$ である。そして、6方向のAVDCを計算した後、提案手法と同様に各AVDCを各ブロックに分割し、各AVDCの各ブロックで平均と分散を計算し、特徴ベクトルを計算する。2D-CDWTでは、 $j = -3$ であり、6個のAVDCを計算するため、36次元 ($3 \times 6 \times 2$) の特徴ベクトルとなる。最後に2D-CWPTの場合、 $j = -3$ で分解し、AVDCを計算する。そして、126個のAVDCを、各ブロックに分割し、平均と分散を計算する。2D-CWPTでは、特徴ベクトルは252次元 (126×2) の特徴ベクトルを構成する。

それぞれの手法で特徴ベクトルを計算した後、欠陥検査のプロセスに移る。なお、特徴ベクトルの計算方法は異なるが、K-means法の学習方法や各クラスの構成方法は全ての手法で同様である。Table 4.1は、各手法から得られた認識率(検査精度)である。同表から、提案手法が95%であり、最も高い認識率を示している。また提案手法は誤判定の割合も最も低い(45%)ことがわかる。次に、2D-CWPTの認識率が、80%、誤判定の割合が55%である。提案手法において、認識率は十分に高いと考えられ、従来手法から15%改善されているため、提案手法の有効性が確認出来る。しかし、誤判定については、いずれの手法も4割以上の割合であるため、

Table 4.1 Comparison of recognition results of each method.

Method	Number of recognition	Number of fault recognition
Proposed Method	19	9
2D-CWPT	16	11
2D-CDWT	14	11
2D-STFT	8	13

誤判定の削減が今後の課題となる。

各手法の結果から、欠陥検査精度としては誤判定の削減が課題として残るが、画像処理および特徴ベクトルの計算方法のベンチマークとして、提案手法の有効性が確認された。

4.4.5 本章のまとめおよび次章への課題

本章では、2D-CWPT から得られる方向選択性の設計手法を提案し、提案手法を半導体ウェーハ画像の欠陥検査へ応用し、その有効性を確認した。得られた結果は以下の通りである。

- 1 3章で検討した、波形の方向と周波数の関係を基に、2D-CWPT に適用するフィルタをスケーリング関数から設計した。スケーリング関数を周波数領域で縮小することにより、パラメータによって任意にカットオフ周波数を調節可能なフィルタを設計した。
- 2 設計したフィルタと 2D-CWPT を組み合わせ、2D-CWPT から任意の方向成分を抽出可能な手法を提案した。この提案手法が設計した角度範囲の方向性エッジを、いずれの layer からでも抽出可能であることを確認した。
- 3 提案手法を半導体ウェーハの欠陥検査に応用し、K-means 法と組み合わせることで、欠陥の認識が可能である事が確認された。従来手法と比較して認識率が最も高く、特徴抽出手法としての有効性が確認された。しかし、いずれの手法においても誤判定が多いことも課題として残ったため、特徴ベクトルの計算方法の再考や K-means 法以外のパターン認識手法の検討、パターン認識後の判定基準の検討が今後の課題となる。そのため、画像処理手法のベンチマークとして、提案手法の有効性を確認した。

次章への課題として、提案手法の設計誤差が挙げられる。本章で提案した手法は 3 章で提案した評価手法を利用すると角度範囲の平均誤差が 4.5[deg] であり、角度範囲の 24.6 % であった。角度範囲を小さくし、多くの方向性特徴を抽出する場合、角度範囲に対して、誤差が大きく、特徴量への変換や認識率に影響すると考えられる。そのため、次章にて、方向性特徴を抽出する新たな方向性ウェーブレット変換を提案する。

第5章 新たな方向性ウェーブレット変換の提案

本章では，2D-CDWT，2D-CWPT 任意の検出方向・角度範囲を抽出可能な方向選択性を実現するため，まず，周波数領域でくさび形のフィルタ (方向性フィルタ) を設計した．そして，方向性フィルタと 2D-CDWT を組み合わせた新たな方向性ウェーブレット変換を提案した．評価実験の結果から，方向性ウェーブレット変換は，前章の提案手法よりも正確に検出方向・角度範囲を抽出できることを確認した．さらに，医用画像処理へ応用し，CT 画像中の腫瘍検出に応用した．実際の腫瘍画像について，方向性ウェーブレット変換と従来手法について検出率を比較した．その後，腫瘍モデルを作成し，腫瘍モデルについても同様に検出率を比較を行った．その結果，方向性ウェーブレット変換は従来手法よりも高い検出率を示した．しかし，いずれの手法についても半径の小さい腫瘍モデルについては，検出率が低く課題が見られた．

5.1 はじめに

2D-CDWT，2D-CWPT の方向選択性は，画像から特定方向の不連続線や輪郭等の方向性特徴を検出するが，方向性エッジの検出方向や角度範囲等は，任意に設計できる事が望ましい^{[26][63]}．前章では，2D-CWPT を基に，検出方向・角度範囲を調節フィルタを付与し，任意の方向性エッジを得る手法を提案した．しかし，この手法では，1次元のフィルタを適用するため，構成できる周波数特性は限定されている．また，評価実験では，約 25 % の角度範囲の設計誤差も確認された．そのため本章では，2D-CDWT を基に，新たな 2次元の非分離型フィルタ (方向性フィルタ) を設計し，それを用いた方向性ウェーブレット変換を提案する．

5.2 新たな方向性フィルタの設計

本節では，まず方向性ウェーブレット変換の核となる方向性フィルタを設計方法について述べる．3章中の式 (4.1) から，周波数領域で角度 θ の方向に点対称に振幅が配置されたスペクトルは，空間領域では， θ 方向の波形を持つことが確認されている．そのため，任意の方向，角度範囲を検出するフィルタの周波数特性は，周波数領域で特定の角度範囲にスペクトルが配置されたフィルタとなる．例えば，Fig. 5.1(a) のように，特定の角度範囲 θ_1 から θ_2 までの斜線部にスペクトルを持てば，その角度範囲の方向性エッジ抽出するフィルタとなる．

Fig. 5.1(a) に示す周波数特性は，角度に応じて振幅が変化する関数であるため，本研究では式 (5.1) の角度 θ の関数から作成する．

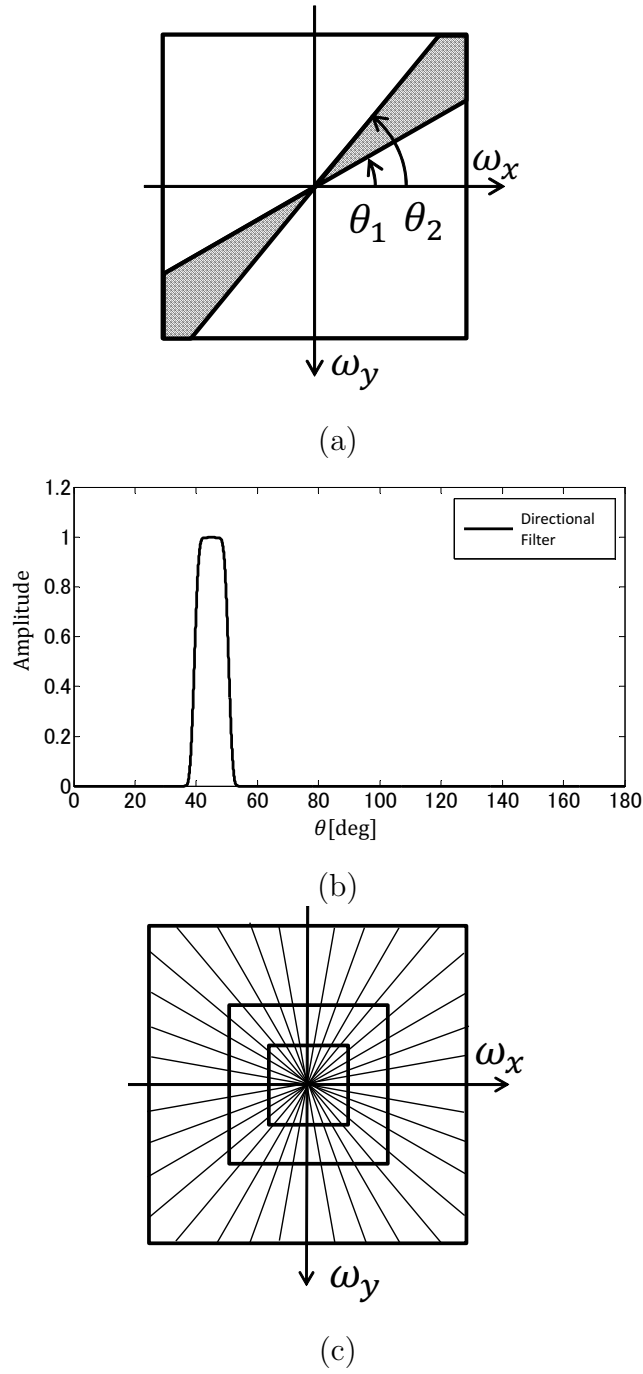


Fig. 5.1 The example of the filter that calculate directional components (a) The filter that detects angular range from θ_1 to θ_2 . (b) The designed directional filter using (5.1). (c) The frequency characteristic of designed filter corresponding to (a).

$$\hat{\psi}(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta < a \\ \cos\left[\frac{\pi}{2}\nu\left(\frac{1-\Delta}{2\Delta}\left\{\frac{|\theta-\theta_{shift1}|}{(1-\Delta)\pi} - 1\right\}\right)\right], & a \leq \theta < b \\ 1, & b \leq \theta < c \\ \cos\left[\frac{\pi}{2}\nu\left(\frac{1-\Delta}{2\Delta}\left\{\frac{|\theta+\theta_{shift2}|}{(1-\Delta)\pi} - 1\right\}\right)\right], & c \leq \theta < d \\ 0, & d \leq \theta \end{cases} \quad (5.1)$$

式 (5.1) の \cos 曲線の過渡領域には, 2D-CDWT で用いるスケーリング関数の過渡領域の曲線を角度 θ の関数として, 利用した^{[42] [43]}. また, 式 (5.1) 中の ν は, 以下の式を利用する.

$$\nu(x) = x^4(35 - 84x + 70x^2 - 20x^3), 0 \leq x \leq 1.$$

式 (5.1) には, θ_{shift1} , θ_{shift2} , a , b , c および d のパラメータがある. θ_{shift1} および θ_{shift2} のパラメータは \cos 曲線を平行移動するためのパラメータである. パラメータ a , b , c および d は \cos 曲線の端点を示している. パラメータ計算の一例として, 40 から 50[deg] の角度範囲を得たい場合, $(a+b)/2$ は $40 \cdot \pi/180$ (rad) であり, $(c+d)/2$ は $50\pi/180$ (rad) となる. その時, θ_{shift1} は, $-\pi$ から $40\pi/180$ (rad) までの移動量 ($40\pi/180 + \pi$) に設定する. 一方で θ_{shift2} は π から $50\pi/180$ (rad) までの移動量 ($\pi - 50\pi/180$) に設定する. これは, 通常のスケーリング関数は周波数領域で π および $-\pi$ にカットオフ周波数を持ち, この特性を, そのまま方向性フィルタの角度の関数として利用しているため, π および $-\pi$ からの平行移動となるためである. また, パラメータ a , b , c および d は, θ_{shift1} , θ_{shift2} と Δ によって \cos 曲線の長さが決定するため, そこから一意に計算される. また Δ は, 過渡領域の長さを示すパラメータであり, Δ が大きければ, 過渡領域が長くなり, 緩やかな曲線を構成する. 一方で, Δ が小さければ, 過渡領域が短く急峻な曲線となる. 不確定性原理から, 曲線が緩やかであれば, 空間領域での減衰率が高く, 局所的な波形となる. また曲線が急峻であれば, 空間領域での減衰率が小さく, 間延びした波形となる^{[4][64]}. Fig. 5.1(b) に設計した式 (5.1) を示す. ここで, 同図 (b) は Δ を $1/48$ に設定した. Fig. 5.1(c) は 40[deg] から 50[deg] の角度範囲に振幅を持つ周波数特性の例である. ここで, 周波数特性は ω_x , ω_y とともに, $-\pi$ から π の範囲で定義した. これは, 設計した周波数特性をフィルタとして利用する際に, 高速フーリエ変換を用いるためである. また, Fig. 5.1(c) において, 設計した角度範囲以外の領域の振幅は 0 である. そして, 周波数特性 $\psi(\omega_x, \omega_y)$ を高速逆フーリエ変換したものを方向性フィルタとする.

Meyer ウェーブレットや Haar ウェーブレット等の直交ウェーブレットを用いたウェーブレット変換では, MRA に使用するハイパス・ローパスフィルタは, 直交する. しかし, 異なる角度範囲を抽出する方向性フィルタは直交しない. そのため, 方向性フィルタを用いて直交基底を構成することは出来ない.

5.2.1 方向性フィルタを用いた新たな方向性ウェーブレット変換の提案

前節では, 任意の角度範囲を抽出する方向性フィルタを設計した. このフィルタの角度範囲を 10[deg] や 20[deg] 等, 細かい角度範囲を設定する事で, 多くの方向成分に分解可能であり, 多くの方向性特徴を得る事が期待できる.

従来の 2D-CDWT や 2D-CWPT では, 各分解レベルの高周波成分から方向成分が計算される. そのため, 多数の周波数帯域から, 方向成分が計算可能である. 画像特徴は, 方向の情報も重要であるが, 各レベルで表されるスケールの情報も重要となる. そこで, 多重解像度で解析する 2D-CDWT 等の利点を方向性ウェーブレット変換でも引き継ぐために, そこで, 従来の

2D-CDWT と設計した方向性フィルタを組み合わせることで、多くの方向成分を多重解像度で計算する．具体的な処理は以下に示される．提案する方向性ウェーブレット変換は以下の (1) から (5) の処理によって実現される．またこの処理は Fig. 5.2 に対応している．

- (1) 入力画像に 2D-CDWT の式 (2.67) の補間処理を適用し、 $c^{RR}, c^{RI}, c^{IR}, c^{II}$ のスケーリング係数を得る．
- (2) 各スケーリング係数に対し 2D-CDWT と同様のローパスフィルタを適用する． x, y の両軸に適用する．この処理では、通常の 2D-CDWT のようなダウンサンプリングは適用しない．この処理は、式 (5.2)-(5.5) で表される．

$$c_{j,n_x,n_y}^{RR} = \sum_{k_x,k_y} a_{n_x-k_x}^R a_{n_y-k_y}^R c_{k_x,k_y}^{RR}, \quad (5.2)$$

$$c_{j,n_x,n_y}^{RI} = \sum_{k_x,k_y} a_{n_x-k_x}^R a_{n_y-k_y}^I c_{k_x,k_y}^{RI}, \quad (5.3)$$

$$c_{j,n_x,n_y}^{IR} = \sum_{k_x,k_y} a_{n_x-k_x}^I a_{n_y-k_y}^R c_{k_x,k_y}^{IR}, \quad (5.4)$$

$$c_{j,n_x,n_y}^{II} = \sum_{k_x,k_y} a_{n_x-k_x}^I a_{n_y-k_y}^I c_{k_x,k_y}^{II}. \quad (5.5)$$

- (3) ローパスフィルタを適用して得られた低周波成分と元のスケーリング係数の差分を計算する．ここで、 c_{j,n_x,n_y}^{RR} の係数 $1/2$ は、元画像と振幅を揃えるための係数である．DWT や CDWT 等のローパスフィルタはダウンサンプリングによって振幅が元の $1/2$ (2 のダウンサンプリングの場合) になる．これを考慮し、フィルタの振幅を調節しているが、この手法では、差分の計算の時点では、ダウンサンプリングを適用していないため、 $1/2$ をかける．

$$d_{j,n_x,n_y}^{RR} = c_{k_x,k_y}^{RR} - \frac{1}{2} c_{j,n_x,n_y}^{RR}, \quad (5.6)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI} = c_{k_x,k_y}^{RI} - \frac{1}{2} c_{j,n_x,n_y}^{RI}, \quad (5.7)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{IR} = c_{k_x,k_y}^{IR} - \frac{1}{2} c_{j,n_x,n_y}^{IR}, \quad (5.8)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{II} = c_{k_x,k_y}^{II} - \frac{1}{2} c_{j,n_x,n_y}^{II}. \quad (5.9)$$

上記の計算によって高周波成分を計算する．そして、低周波成分にはダウンサンプリングを適用する．

- (4) 式 (5.10) から (5.13) に示すように、(3) で計算した高周波成分に対し、方向性フィルタを

適用し、各方向成分を計算する．ここで、 DIR は方向性フィルタを示す．

$$d_{j,n_x,n_y}^{RR,\theta_1,\theta_2} = \sum_{k_x,k_y} DIR^{\theta_1,\theta_2}(n_x - k_x, n_y - k_y) d_j^{RR}(k_x, k_y), \quad (5.10)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{RI,\theta_1,\theta_2} = \sum_{k_x,k_y} DIR^{\theta_1,\theta_2}(n_x - k_x, n_y - k_y) d_j^{RI}(k_x, k_y), \quad (5.11)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{IR,\theta_1,\theta_2} = \sum_{k_x,k_y} DIR^{\theta_1,\theta_2}(n_x - k_x, n_y - k_y) d_j^{IR}(k_x, k_y), \quad (5.12)$$

$$d_{j,n_x,n_y}^{II,\theta_1,\theta_2} = \sum_{k_x,k_y} DIR^{\theta_1,\theta_2}(n_x - k_x, n_y - k_y) d_j^{II}(k_x, k_y). \quad (5.13)$$

- (5) 次のレベルでは、(2) から (3) の処理を再帰的に繰り返す．レベル-1 以降の処理では、スケーリング係数 c_{n_x,n_y}^{RR} に代わり、ダウンサンプリングした低周波成分 (c_{j,n_x,n_y}^{RR}) を入力とする．

上記のプロセスにより、各レベルの方向成分と低周波成分が得られる．方向成分 $RR \sim II$ に分かれており、2D-CDWT や 2D-CWPT 等と同様に、実数部と虚数部から方向成分の絶対値を計算できる．この手法の場合、AVDC の式は以下の式で表される．

$$|d_{j,n_x,n_y}| = \sqrt{(d_{j,n_x,n_y}^{RR,\theta_1,\theta_2})^2 + (d_{j,n_x,n_y}^{RI,\theta_1,\theta_2})^2 + (d_{j,n_x,n_y}^{IR,\theta_1,\theta_2})^2 + (d_{j,n_x,n_y}^{II,\theta_1,\theta_2})^2}. \quad (5.14)$$

$$(5.15)$$

そして、AVDC は 2D-CDWT と同様に方向性エッジや特定方向の不連続な線を検出する．また、Fig. 5.2 は RR のみを示しているが、他の RI , IR , II においても同様の処理である．使用する方向性フィルタも同じものを使用する．周波数領域で方向性ウェーブレット変換は、画像を Fig. 5.3 のように、各方向成分へ分解する．Fig. 5.3 は、各方向成分の角度範囲を $10[\text{deg}]$ づつに設定した場合である．Fig. 5.3 の場合は 18 個の方向成分、AVDC を得ることができる．

方向性ウェーブレット変換と従来の 2D-CDWT や 2D-CWPT の違いは、高周波成分の計算方法である．従来の 2D-CDWT や、2D-CWPT および 4 章の提案手法も x, y に分離した 1 次元のフィルタを利用しているが、一方で、方向性ウェーブレット変換は 2 次元非分離の方向性フィルタを利用している．このフィルタを採用することで、任意の角度範囲の方向成分の抽出に期待できる．しかし、このフィルタは、非分離型のフィルタであり、2 次元の畳み込みを計算するため、従来の 2D-CDWT よりも計算量が多い．関連手法と比較すると、ガボールフィルタや Curvelet 変換は、ダウンサンプリングを適用しないため、計算量が提案手法よりも多い^[40]．さらに、Contourlet 変換と異なり、方向性ウェーブレット変換は戸田らの提案する CDWT を基にしているため、シフト不変性を持つ．(Contourlet 変換は、基本的に実数型であるため、シフト不変性は持たない^[38]) 方向性ウェーブレット変換の適用例を Fig. 5.4(a)～(f) に示す．Fig. 5.4 では、入力画像として、Fig. 2.8 を用い、各レベルの各方向成分を計算した．今回、分解レベルは -2 とした．Fig. 5.4(a)-(f) はいずれもレベル -2 の AVDC を示している．Fig. 5.4 のそれぞ

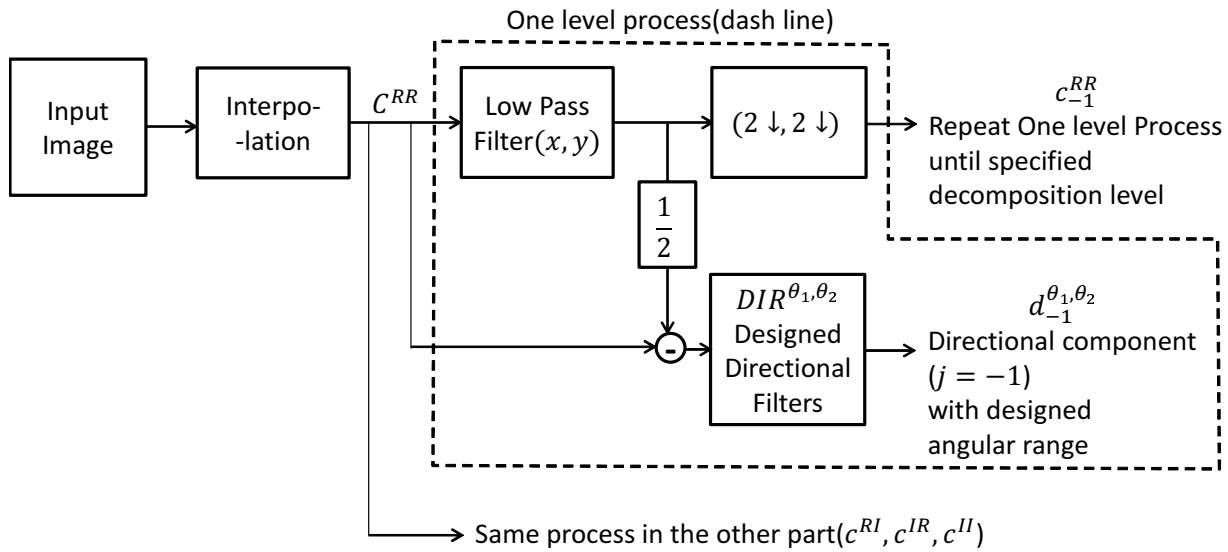


Fig. 5.2 The proposed directional selection based on designed directional filters and the CDWT.

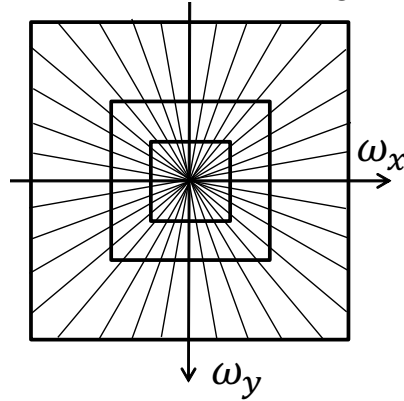


Fig. 5.3 The frequency characteristics of directional components by using the proposed method.

れの画像から，方向性ウェーブレット変換が，方向性フィルタで設計した角度範囲に従い，各方向のエッジを検出していることが確認できる．また，従来の2D-CWPTは，3章の評価手法を利用すると，AVDCが持つ角度範囲の平均は，18.9[deg]である．それに対し，方向性ウェーブレット変換では，Fig. 5.4(a)-(f)のように，10[deg]等，細かい角度範囲に設定し，AVDCを検出可能であった．

次に，3章で提案した評価手法を利用し，方向性ウェーブレット変換が抽出する角度範囲の誤差を計算した．Fig. 5.5に評価手法の評価値 $E(\theta)$ を示す．同図は，Fig. 5.4で，[40, 50][deg]の方向成分を計算した時の，評価値である．この場合の，角度範囲の誤差は，0[deg]であり，検出方向の誤差も0[deg]であった．さらに，角度範囲10[deg]の18個の方向成分の評価値 $E(\theta)$ を計算し，検出方向・角度範囲の設計誤差を計算した．その結果，角度範囲の設計誤差は0.08[deg]であり，角度範囲に対して0.8%となった．また，検出方向の誤差は0.27[deg]であった．前章で提案した手法同様の評価を行ったところ，角度範囲の誤差が約24%であり，検出方向の誤差は，1.58[deg]であった．そのため，方向性ウェーブレット変換は4章で提案した方向調節フィ

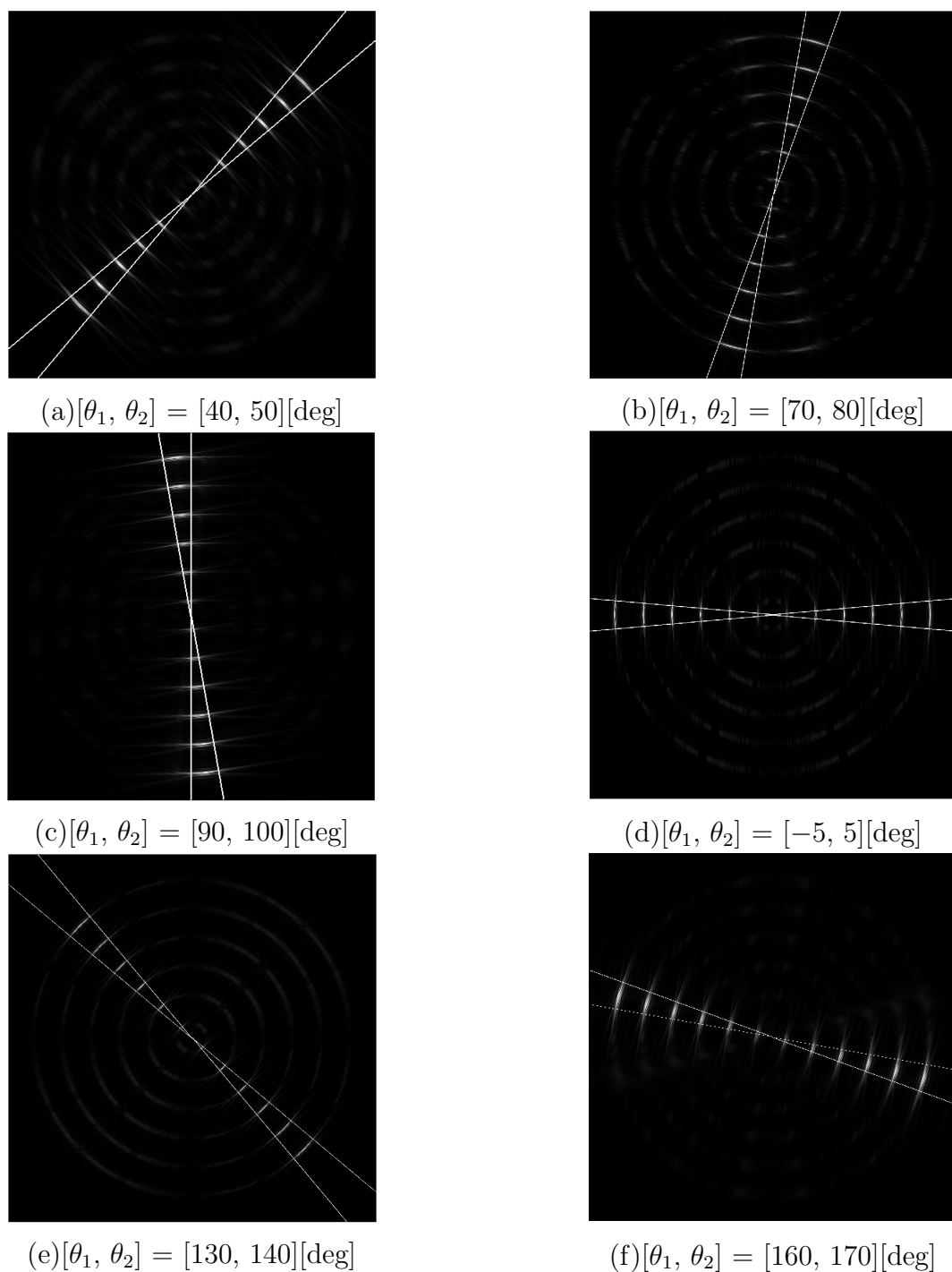


Fig. 5.4 The result of directional edges with designed angular range by using the proposed method.

ルタを付与する手法よりも、設計誤差が小さく、高精度に方向成分を弁別可能な手法であることが確認出来る．4章の手法と比べて設計誤差が小さくなった理由として、抽出される周波数特性の差異が挙げられる．4章の提案手法は、1次元のフィルタを2D-CWPTに加える．そのため、最終的に得られる方向成分は、Fig. 4.1(a)の斜線部のように、四角形の領域に振幅を持つ．この四角形の領域は、同図(a)の θ_1 から θ_2 の領域の全てをサポートしてはいない．一方で、方

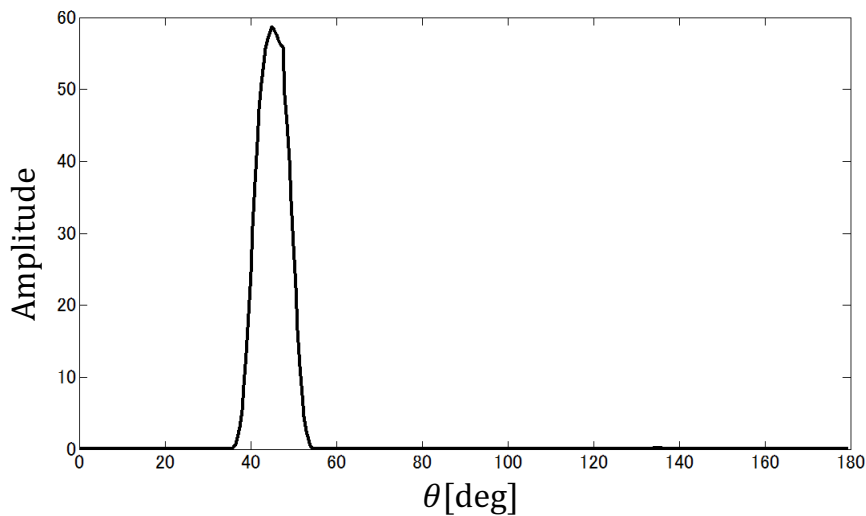


Fig. 5.5 The evaluation result of directional components at [4050] by using Directional Wavelet Transform.

方向性ウェーブレット変換は、2次元の方向性フィルタを構成しており、方向性フィルタは、周波数領域えくさび形の領域に振幅を持ち、角度範囲 θ_1 から θ_2 の領域全てをサポートする。そのため、4章の提案手法は θ_1 から θ_2 の範囲の全ての成分を捉えることはできず、設計誤差が発生する一方で、方向性ウェーブレット変換は誤差が小さくなったと考えられる。

5.3 従来手法との比較

次に、提案する方向性ウェーブレット変換と、従来手法との比較を行う。本節では、従来手法として、Steerable フィルタ、2D-CDWT、さらに近年ウェーブレット変換の発展形として利用されている Curvelet 変換と比較を行う。Steerable フィルタについては、ガボールフィルタを Steerable フィルタとして利用した。

2D-CDWT は、その分解プロセスから、抽出する方向成分が限定されており、多数の方向性特徴を得ることが出来ない。一方で、方向性ウェーブレット変換、ガボールフィルタ、Curvelet 変換は、理論的に任意の方向成分を計算可能である。(ただし、どの手法においても、角度範囲を狭くするほど、フィルタ長が長くなる上に、画像の解像度も必要となるため、現実的には、20～30 方向程度までとなる。)

画像処理手法の優劣を決定する上で、方向性特徴を得ることの他に、直交性(冗長性)が重要な指標となる。これは、パターン認識やビジョンの諸問題において、情報表現の冗長性なるべく圧縮することが効率の良い分類、圧縮が可能となるためである^[65]。この直交性において、従来の DWT は、直交基底を構成している。2D-CDWT や 2D-CWPT は、実数部で計算される各成分は互いに直交しており、虚数部で計算される各成分も互いに直交している。しかし、解析する実数の信号を実数と虚数の2つの信号で表現するためであり、2倍の冗長性がある^[66]。

Table 5.1 The redundancy at each method.

Method	Directional WT	Curvelet	Gabor Filter(Steerable Filter)
Redundant	15.8	43.1	2495.6

しかし、ガボールフィルタや Curvelet 変換、方向性ウェーブレット変換は、多数の方向性特徴を得る代わりに、直交性を失っている。特に Curvelet 変換は解析に用いる関数の性質から冗長性が大きい事が問題点とされている^[67]。そこで、冗長性(直交性)について比較を行う。

5.3.1 冗長性の定義

一般に冗長性は、基底間の内積を計算する。2つの基底間の内積の計算結果が小さい程、直交に近いと考えられるため、方向性ウェーブレット変換や Curvelet 変換では、各分解レベル、方向、およびそれらが x, y 軸にシフトした関数が基底として扱われる。そのため、本論文では冗長性として以下の式 (5.16) を用いる。

$$R = \sum_{j,j'} \sum_{k,k'} \sum_{\theta,\theta'} \langle \psi_{j,k}^{\theta}, \psi_{j',k'}^{\theta'} \rangle \quad (5.16)$$

$$\text{ただし, } j \neq j', k \neq k', \theta \neq \theta', \quad (5.17)$$

式 (5.16) では、各レベル、各シフト、各方向の ψ とそれ以外のパラメータの ψ との内積を計算し、足し合わせることで、冗長性を計算する。方向性ウェーブレット変換、Curvelet 変換の分解レベルは -1 とし、方向の数は9方向 ($\theta = 0, 20, 40, \dots, 160$) とした。Curvelet 変換のプログラムは Candes の Web サイトにて公開されているものを利用した^[68](参照日:2014年12月22日)。ガボールフィルタについては式 (5.18) を利用した。

$$G = \exp\left(-\frac{x_{\theta}^2}{\sigma_x^2} + \frac{y_{\theta}^2}{\sigma_y^2}\right) \exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda x_{\theta}}\right) \quad (5.18)$$

ここで、 x_{θ}, y_{θ} は、以下の式を用いた。

$$\begin{pmatrix} x_{\theta} \\ y_{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

フィルタのパラメータとして、中心周波数 λ は、2.7 を利用した。この中心周波数に対応して、 σ_x は1とし、 σ_y は $2\sigma_x$ とした。ガボールフィルタにおいても方向の数が他の手法と同数となるように、 $\theta = 0, 20, 40, \dots, 160$ と変化させ、9方向のフィルタを冗長性の計算に利用した。各手法の冗長性 R を計算した結果を表. 5.1 に示す。

表 5.1 から、ガボールフィルタ、Curvelet 変換、方向性ウェーブレット変換の順で冗長性が高いことが確認できる。ガボールフィルタの冗長性が極めて高いが、これは、ガボールの MW

が過剰基底を構成するためであると考えられる．一方で Curvelet 変換，方向性ウェーブレット変換は直交ウェーブレットである Meyer ウェーブレットを基に構成されている．そのため，ガボールフィルタよりも冗長性が抑えられたと考えられる．また，方向性ウェーブレット変換と Curvelet 変換にも冗長性に差が見られるが，Curvelet 変換で用いる Meyer ウェーブレットと CDWT で用いるものは異なる^{[67][22]}．Curvelet 変換は，2次元の周波数領域で半径方向と原点周りの回転方向に窓関数を設定し，それぞれが各方向・スケールに対応する MW となる．そのため，CWT(連続ウェーブレット変換)に近い処理である．方向性ウェーブレット変換は，従来の CDWT と同様に， ω_x , ω_y 方向へのローパスフィルタと組み合わせているため，従来の DWT・CDWT と処理過程が近い．このような違いから，冗長性の差異が発生したと考えられる．

5.4 医用画像処理への応用

本節では，方向性ウェーブレット変換の有効性を検討するため，医用画像処理に応用する．検討する病変として肺内部に腫瘍を持つ CT 画像の病変部位認識を検討し，その有効性を検討する．また，本論文では，腫瘍の検出ではなく，単純な腫瘍の検出を目的とする．そのため，CT 画像上に浸潤影として表れる腫瘍や腫瘍の良性・悪性判別は本研究では対象としない．

応用の社会的背景として，近年の先進諸国の高齢化から，肺がんによる死亡者数の増加に伴い，X 線 CT が多く診断に利用されている．CT による診断の利点は，体内を広範囲に短時間で撮影できることに加え，薄いスライスにより詳しく診断でき，単純 X 線写真では見逃されるような腫瘍の検出が可能な点である．CT 画像診断により肺がんの早期発見がなされれば，その後の 10 年生存率は 9 割に達するという報告もされている^[32]．また，近年の CT，MRI の普及も進んだことから，現代医療の中で，画像診断は基本的であり，必要不可欠なものとなっている^{[69][70]}．他にも脳における未破裂動脈瘤の検出や心臓における血管の狭窄の検出等においても画像診断への期待が大きい^{[71][72]}．一方で，一人の医師が読影する画像の枚数は，増加し，負担増が危惧されている^[73]．そこで，画像処理，画像認識技術を利用した病変部位の自動鑑別やコンピュータ支援診断 (Computer Aided Diagnosis, CAD) が注目されている^{[74][75][76]}．そこで，本研究で提案する方向性ウェーブレット変換が画像処理手法として，実際の応用に耐えうるかを検討するため，CT 画像からの病変部位検出に適用する．

今回は年齢・性別を問わず，腫瘍を持つ患者 6 名から，腫瘍がある CT 画像 6 枚 (Tumor Sample)，腫瘍が無い CT 画像 (Normal Sample) を 6 枚選択し，計 12 枚の画像を検出対象として利用した．各 CT 画像を方向性ウェーブレット変換によって処理し，処理結果から特徴ベクトルを計算する．そして，計算した特徴ベクトルを，サポートベクターマシン (Support Vector Machine, SVM) に入力し，CT 画像内の腫瘍を認識する．また，方向性ウェーブレット変換以外にも従来の CDWT，ガボールフィルタにおいても，同様の実験を行い，認識結果や認識率を比較検討する．

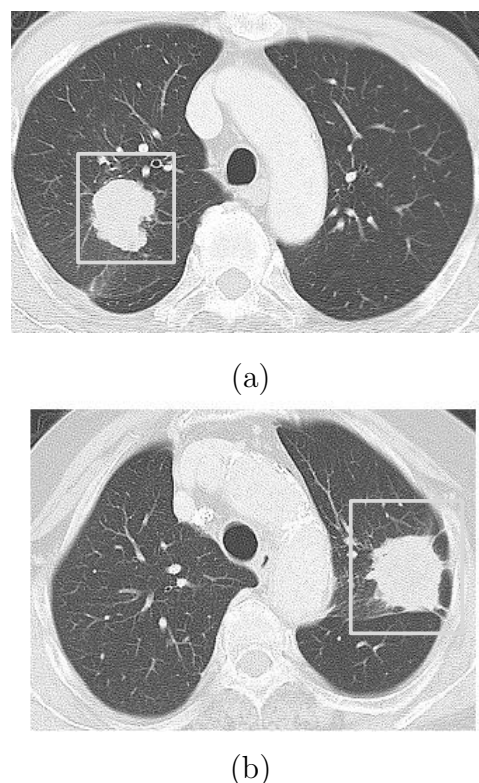


Fig. 5.6 The example of medical images that have the tumor in the lung area.

5.4.1 胸部 CT 画像への方向性ウェーブレット変換の適用

Fig. 5.6(a), (b) に腫瘍部位がある胸部 CT 画像の例を示す. 同図 (a) の画像サイズは, 256×320 [pixel], 同図 (b) は 256×352 [pixel] である. この画像の肺野内にマークした白くギザギザの辺縁形状を持つ白い塊が腫瘍である^{[69][70]}.

Fig. 5.7(a) に, Fig. 5.6 のそれぞれの画像を方向性ウェーブレット変換した結果を示す. Fig. 5.7(a) 右は, 分解レベル-2 の提案手法を適用し, $160[\text{deg}]$ から $180[\text{deg}]$ までの AVDC を計算した結果を示している. 同図 (a) 左は, 分解レベル-2, $90[\text{deg}]$ から $110[\text{deg}]$ の AVDC を計算した結果である. それぞれに用いる方向性フィルタのタップ数は 16×16 (縦 \times 横) 点とした. フィルタのタップ数は大きければ, フィルタの周波数特性を高精度に再現出来る. しかし, タップ数が長い場合, 画像上で広い範囲で畳み込み積分を行うため, 局所特徴が抽出されにくいと考えられる. そのため, 一般に画像処理ではタップ数が長いフィルタは利用しない. 方向性フィルタにおいても, 方向性特徴の抽出結果を検討し, 16 点とした. 一方で Fig. 5.7(b) のそれぞれの, 2D-CDWT を適用した結果を示している. 2D-CDWT も分解レベルは-2 とし, 同図 (b) 右は, $|D_{-2}^{1HL}|$ を計算した結果であり, 同図 (b) 左は $|D_{-2}^{0LH}|$ を計算した結果である. それぞれの処理結果から, マークした腫瘍のエッジ (輪郭) で, 高い振幅が得られている事がわかる. Fig. 5.7(a) および Fig. 5.7(b) の結果を比較すると, どちらの手法も腫瘍部位を検出しているが, 腫瘍部位以外では, 2D-CDWT は腫瘍部位以外にも検出している部分が多いのに対し, 一方で, 方向性ウェーブレット変換は, 2D-CDWT と比較して, 腫瘍部位以外に検出している部分が少ない. そのため方向性ウェーブレット変換は, 2D-CDWT よりも, 腫瘍部位とそれ以外の正常部分を

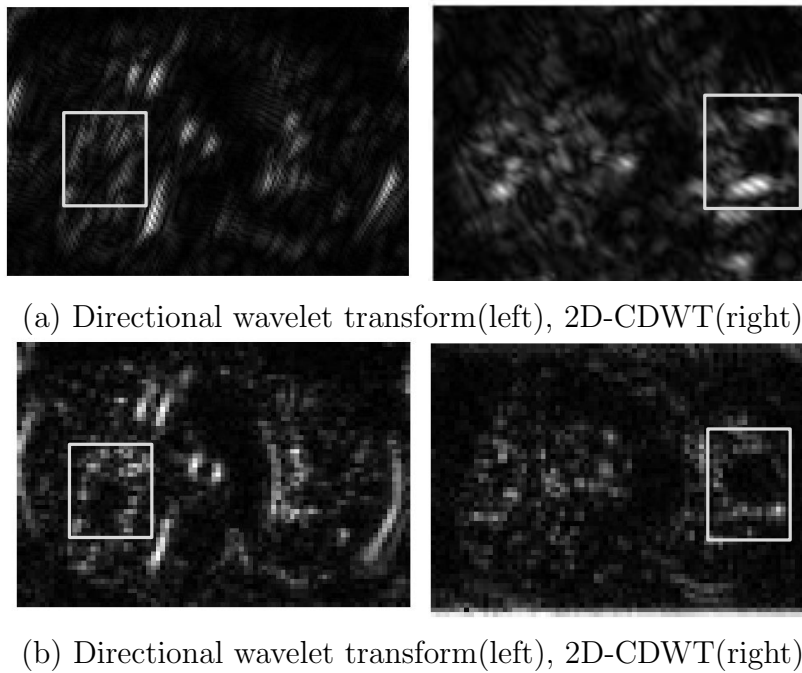


Fig. 5.7 The processing result.(a)Processing results by using proposed method,(b)Processing results by using CDWT.

鮮明に分離出来ることが確認出来る。

5.4.2 特徴ベクトルの計算

Fig. 5.7(a) から，方向性ウェーブレット変換を用いて腫瘍のエッジ等を検出可能であることを確認した．また，従来の 2D-CDWT と比較して，腫瘍のみを検出し，その他の部位の検出は少ない事が確認された．次に，腫瘍の認識のために，AVDC から特徴ベクトル（特徴量）を計算する．作成した特徴ベクトルを SVM（識別器）に入力し，腫瘍部位の認識結果を結果を得る．本研究では以下の方法で特徴ベクトルを計算する．

1. 入力された画像に提案する方向性ウェーブレット変換を適用する．今回は，レベル-4 までの変換を行う．さらに，各レベルで 9 方向（各方向成分が $20[\text{deg}]$ の角度範囲であり，その方向が $0, 20, 40, \dots, 160[\text{deg}]$ ）の AVDC を計算する．レベル-4，9 方向のため，変換結果として 36 枚の画像（各 AVDC）と低周波成分が得られる．
2. 各 AVDC の画像を，予め設定したブロックに分割する．今回は， $16 \times 16[\text{pixel}]$ のブロックに分割する．ここで，各レベルの AVDC はダウンサンプリングされているため，レベル毎に各画像サイズは異なる．
3. 各 AVDC の各ブロックの中で数値が大きい順に 3 点取り出す．取り出した点を特徴点とする．ここで，特徴点と同位置の他の方向成分の数値も取り出す．36 枚の画像があるため，取り出した特徴点 1 つにつき，36 個の数値を取り出すこととなる．これを 36 次元の

特徴ベクトルとする。

4. 全ての AVDC(36 枚) の全てのブロックで、特徴点を取り出し、特徴ベクトルを計算する。
2. では、AVDC をブロックに分割するが、ブロックサイズが一定で、画像サイズがレベルによって異なるため、元画像における各ブロックが担当する範囲はレベルによって異なる。これは、例えばレベル-2 の方向成分の $N \times N[\text{pix}]$ のブロックは、元画像では、 $2N \times 2N$ の領域に相当し、レベル-3 では、 $4N \times 4N$ の領域に相当することを意味する。そのため、様々な大きさのブロックから特徴点を計算するため、腫瘍の大きさの変化に対応した特徴点を計算可能であると考えられる。ブロック計算の腫瘍検出プロセスにおける役割は、局所的に振幅の高い特徴点の取得である。本実験のような医用画像を単純に画像全体から振幅の高い点を取得すると、人体と肺野の境界(肺胸膜)や、気管と人体の境界に特徴点が集中し、腫瘍部位が特徴点として選択されない。同様の理由で、ブロックサイズが腫瘍のサイズに比べて大きすぎる場合は、腫瘍から取得する特徴点の数が少なくなってしまう。一方で、ブロックサイズが小さすぎる場合は、識別に重要でない特徴点が増加し、学習・識別のノイズとなることが予想される。そのため、腫瘍以外の人体の組織と腫瘍が異なるブロックとなるようにサイズを調節する必要がある。今回の実験ではブロックのサイズを $16[\text{pix}]$ とした。これは、腫瘍の大きさに比べて小さいため、腫瘍部位から均一に特徴点を取得できる。また、後述する分離度が最も高くなるように、設定したものである。

次に、計算した特徴ベクトルを基に腫瘍認識を行うための、ラベルを付与する。ラベルは、腫瘍ラベルとそれ以外の正常ラベルを設定し、SVM の学習に利用する。腫瘍ラベルの付与には、医師に画像を提示し、腫瘍部位の領域 (Region of Interest, ROI) を回答して頂いた。そして、上記方法で計算した特徴ベクトル (特徴点) の内、医師が示した ROI 内にある特徴ベクトルに、腫瘍ラベルを付与した。ROI 外の特徴ベクトルには、正常ラベルを付与した。腫瘍が無い画像の場合は得られた特徴点全てに正常ラベルを付与した。

5.4.3 サポートベクターマシンの概要

特徴ベクトルを計算した後、それらを SVM に入力し、それぞれを分類するが、ここで SVM の概要について説明する^[77]。SVM に限らずパターン認識手法では、識別規則を学習のアルゴリズムによって決定する。SVM の学習アルゴリズムでは、学習データ (教師データ) として、所属するクラスが既知の各サンプルを利用し、各クラスの識別境界を求める。一般に、各サンプルが線形分離可能な場合、全てのサンプルを正しく識別する境界が複数存在する。そのような識別境界の周囲には、サンプルが存在しない領域 (マージン) が存在する。Fig. 5.8 に学習プロセスの概要を示すが、マージンは、同図中の識別境界と平面 H_1, H_2 との距離となる。SVM では、このマージンを最大にする識別境界を求めることが、SVM の学習の目的となる。この最大化に対して、ラグランジュの未定定数法等を利用し、線形計画問題として識別境界を求める。

Fig. 5.8 は、各サンプルが線形分離可能な場合を示しているが、実際のサンプルを適用する際には、線形分離不可能な場合も多くある。そのような場合には、各サンプルに対し非線形の

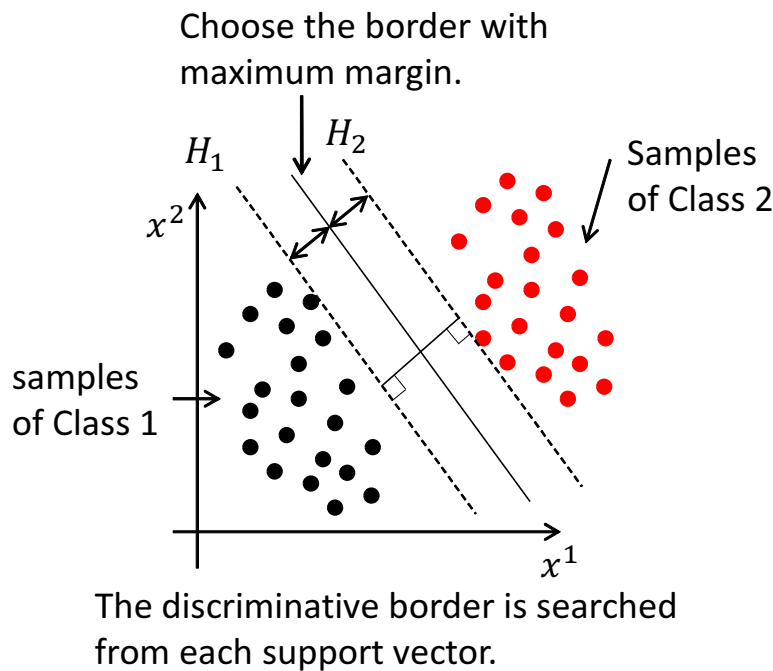


Fig. 5.8 The learning process of SVM.

カーネル関数を用いて、各サンプルを非線形変換する．そして、非線形変換した結果を利用して、変換後の空間にて、線形識別境界を求める．これは、変換前の空間では非線形な識別境界となる^[77]．この処理をカーネルトリックと呼び、カーネル関数には多項式型カーネルやガウシアン型カーネルがある．

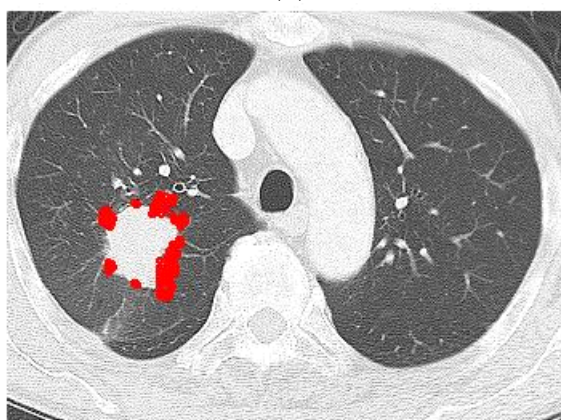
5.4.4 腫瘍部位の認識と位置・大きさの計算

次に、特徴ベクトルとそのラベルを SVM に入力し、学習・分類による画像認識実験を行う．画像認識実験は、以下の手順で行う．

1. 今回使用する 12 枚の CT 画像の内、1 枚を検査画像として、選択する．それ以外の画像は、SVM の学習用画像とする．
2. 検査画像および学習用画像のそれぞれから前述の方法で特徴ベクトルを計算する．
3. 学習用画像から得られた特徴ベクトルと医師が指定したラベルを SVM に入力・学習し、識別モデルを計算する．SVM では、ガウシアン型カーネル ($\gamma = 1$) を使い、コストパラメータは 1 とした．また、SVM の前処理として、特徴ベクトルの数値は各次元で最大値が 1、最小値が 0 となるように線形化した．
4. 検査画像から得た特徴ベクトルを、手順 3. で学習した識別モデルに入力し、各特徴ベク



(a)



(b)

Fig. 5.9 The results of from (1) to (4) in recognition process.

トルの認識結果を計算する．その結果として，各特徴ベクトルが腫瘍もしくは正常のラベルのどちらであるかが計算される (Fig. 5.9(a)).

5. 検査サンプルを変更し，1. から 4. を全てのサンプルの検査が終了するまで繰り返す．

上記処理によって，Fig. 5.9(a),(b) のような，特徴ベクトルの分類結果が得られた．同図中の赤く示された点が腫瘍と認識された特徴点（特徴ベクトル）である．赤く示された点が，腫瘍部位付近に多く見られることから，腫瘍に対応する特徴ベクトルの認識が確認出来る．また，腫瘍辺縁に特徴点が多いことから，各 AVDC で検出した方向性エッジが認識に寄与している事が確認できる．また，同図の検出された特徴点を見ると，輪郭上だけでなく，輪郭の周囲にも検出された特徴点が存在している．これは，Fig. 5.7(a) に示す変換結果において，腫瘍のエッジ部分がある程度の幅を持ってピークを形成しているためだと考えられる．提案手法で利用する方向性フィルタおよびローパスフィルタは，特定の周波数帯域に制限されているため，フィルタの振幅が大きい部分である半値幅（本論文では周波数領域の半値幅と区別するためフィルタ幅と呼ぶこととする）を持つ．そのため，フィルタの応答やその絶対値もある程度の幅を持ち，輪郭周辺の特徴点も腫瘍候補として検出されたと考えられる．

次に、この結果を基に、腫瘍の有無、位置および大きさの計算を以下の投票処理にて行う。また大きさの計算には、分類結果に加え、方向性ウェーブレット変換で計算された低周波成分も利用する。以下の投票処理手順では、例として Fig. 5.9(a) を処理する。

1. 検査画像と同じサイズの配列を用意する。配列の初期値は全て 0 である。(以後、投票画像と呼ぶ)
2. Fig. 5.9(a) の分類結果で腫瘍ラベルが得られた点 (同図赤点) の一つを選択し、その 24 近傍の領域に 1 を足す。
3. 全ての赤点で同様の処理を繰り返す。近傍の領域が重複する場合は、現在の値にさらに 1 を足す。この手順 3. の処理を Fig. 5.4.4 に示す。(この処理により、赤点が密集し、重複する領域が多い場合は投票数が大きくなり、画像の値が大きくなる。一方で分類結果の誤検出のような孤立した点では重複する領域が少ないため、値が小さくなる。このような差別化を狙って投票処理を行う。)
4. Fig. 5.11(a) の投票処理結果を得る。
5. 投票画像に対し、閾値処理を行い、投票数が多い点のみを残す。今回、閾値は 8 とした。閾値処理の結果を Fig. 5.11(b) に示す。
6. 閾値以上の点がある場合、その画像に腫瘍の疑いがあるものとし、閾値以上の全ての点の座標の平均値を取り、腫瘍の位置とした (Fig. 5.4.4)。また、閾値以上の点がある場合、画像に腫瘍有りと判定する。一方で、閾値以上の点がない場合は、その画像に腫瘍がないと判定する。
7. 腫瘍の位置を計算後、腫瘍の大きさの計算処理に移る。手順 6. で計算した腫瘍の位置とその周辺の領域に対応する低周波成分を切り出す。低周波成分は、 $c_{-1,x,y}^{RR}$, $c_{-1,x,y}^{RI}$, $c_{-1,x,y}^{IR}$ および $c_{-1,x,y}^{II}$ の各々の自乗和の平方根である。切り出した低周波成分は Fig. 5.4.4 である。
8. 切り出した低周波成分に閾値処理を適用する。閾値は、切り出した低周波成分の中の最大値の半分とした。
9. 閾値処理後、2 値画像に対し、0 に囲まれた 1 の点 (8 近傍が全て 0 で中心が 1 の点) を削除し、その後、モルフォロジ演算のオープニング処理を適用する。この処理は、孤立点の削除と、腫瘍と肺野の外側の人体部分と分離させるための処理である。
10. オープニング処理後の画像に対し、腫瘍の位置の座標を含む白い領域のみを残し、それ以外の白い領域は削除する。ここで、オープニング処理の回数は 1 回とした。

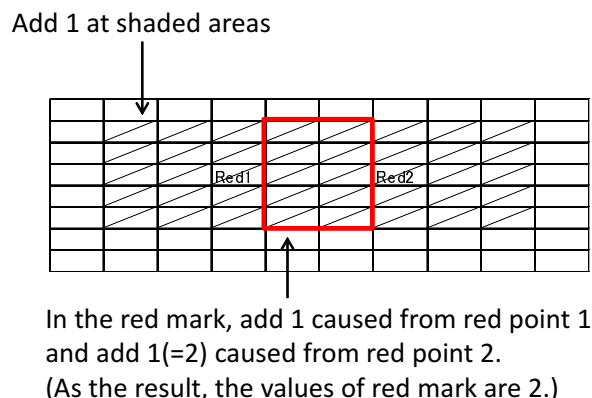


Fig. 5.10 The voting process at the overlapping region.

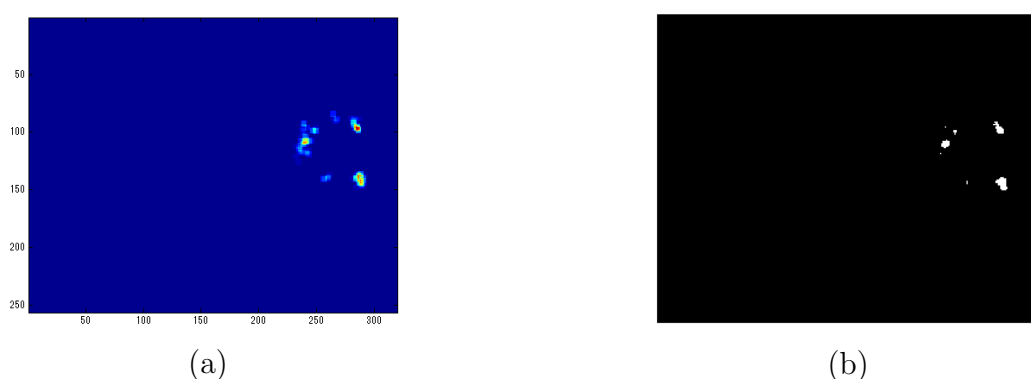


Fig. 5.11 The voting process image.(a)Vote image,(b)Vote image after thresholding.

11. 残った領域を腫瘍の領域とし，その面積（画素数）を腫瘍の大きさとした．

Fig. 5.14(a) に，オープニング処理結果，同図 (b) に手順 11. の処理し，投票画像を閾値処理した結果を示す．最後に，Fig. 5.14 から得られた結果を利用し，元の検査画像に対し，腫瘍の位置を‘×’で示し，腫瘍の領域を赤線で示す．その結果を，Fig. 5.15 に示す．Fig. 5.15 から，腫瘍の位置，領域を正確に捉えられている事が確認できる．腫瘍の位置については，手順 6. の処理にて，計算した座標が，ROI の内部であるかを判定し，ROI 内ならば，検出可 (Detect) とし，ROI 外ならば検出不可 (Not Detect) とした．

次に，方向性ウェーブレット変換と従来手法である 2 次元複素数離散ウェーブレット変換 (2D-CDWT)，ガボールフィルタと検出結果を比較する．2D-CDWT，ガボールフィルタによる腫瘍認識の場合も，SVM のパラメータやカーネル関数は提案手法と同様のものを用いた．2D-CDWT は，戸田らの提案する CDWT を用い^[22]，分解レベルは方向性ウェーブレット変換と同様に-4 とした．特徴ベクトルの計算には，式 (2.79) から AVDC を計算した後，方向性ウェーブレット変換と同様の方法で計算した．2D-CDWT の場合は，各レベルで 6 つの AVDC を計算するため，特徴ベクトルの次元は 24 次元 (4 レベル× 6 方向) である．

冗長性の評価と同様に Steerable フィルタとしてガボールフィルタを利用した．ガボールフィルタについては，冗長性の計算と同様に式 (5.18) を利用した．

Calculate the average of
each white point



Take the average point
as the position of the tumor(x)

Fig. 5.12 The calculating process about tumor position.

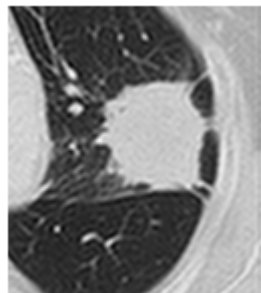


Fig. 5.13 The low frequency area of around the tumor position.



(a)



(b)

Fig. 5.14 (a)The opening processed image,(b)Result of process 11..

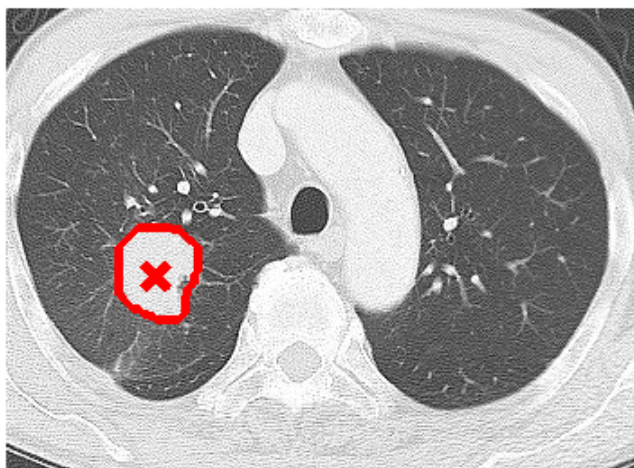
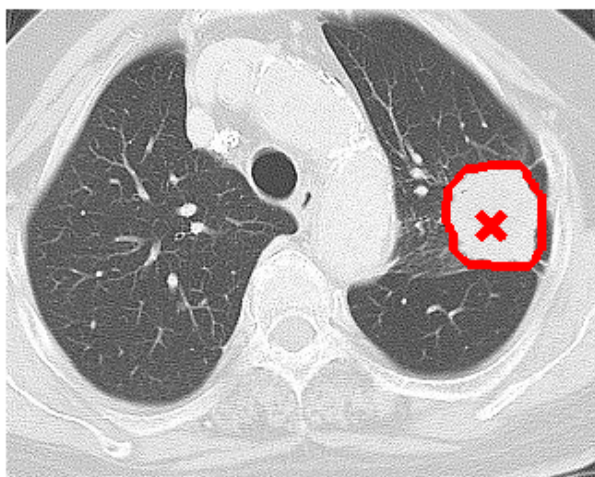


Fig. 5.15 The calculation results of the tumor positions and the sizes.

フィルタのパラメータとして, 中心周波数 λ は, 2,7,4,8,16 を利用した. この中心周波数に対応して, σ_x は 1, 2, 4, 8 とし, σ_y は $2\sigma_x$ とした. θ は, 0[deg] から 10, 20, 30[deg] と 10[deg] 刻

Table 5.2 The tumor detection result.

Method	Tumor Sample		Normal Sample	
	Detect	Not Detect	Detect	Not Detect
Proposed method	5	1	0	6
2D-CDWT	4	2	0	6
Gabor Filter	1	5	0	6

みで、18 方向のフィルタを適用した．ガボールフィルタの場合は各 θ のフィルタを適用し、得られた結果の絶対値を計算し、変換結果とした．特徴ベクトルの計算は、その他の手法と同様である．また、18 方向で、4 スケール (4 つの ψ で計算) のガボールフィルタを適用したため、特徴ベクトルの次元は 72 次元となる．

5.4.5 結果と考察

実験を行った 3 つの手法の検出率を表 5.2 に示す．この結果から、方向性ウェーブレット変換が、最も検出率が高い事が確認できる．また腫瘍の無い正常サンプルからの誤検出は 3 つのどの手法からも確認されなかった．次に、2D-CDWT、ガボールフィルタという順で高い検出率が得られた．ここで、ガボールフィルタは、提案手法と 2D-CDWT に比べ、18 方向の方向性特徴を計算しているため、他と比べて多くの方向性特徴を抽出しているにも関わらず認識結果は最も低い．

検出結果の差異の原因として、各手法から得られる変換結果の冗長性および方向性特徴の数が挙げられる．冗長性について、ガボールフィルタでは、過剰基底を構成するため、変換後の各成分は直交しない．一方で CDWT は直交ウェーブレットを基に構成されている．方向性ウェーブレット変換は、CDWT を基に構成されているが、各方向成分は直交しない．しかし、表 5.1 から、方向性ウェーブレットは、ガボールフィルタよりも冗長性が低い．画像表現として、直交な画像表現は、画像の情報が重複せず、統計的に独立な成分を分離しやすい^[65]．また、方向成分の数が多いほど、腫瘍の形状情報が詳細に得られると考えられる．方向性ウェーブレット変換は、直交変換ではないが、方向の数は多い．そのため、変換の冗長性が低く、方向成分の数が多いため、高い認識率を示したと考えられる．方向性ウェーブレット変換と 2D-CDWT を比較すると、冗長性は 2D-CDWT の方が低いですが、方向性ウェーブレット変換の方が、方向性特徴を多く得られるため、冗長性よりも方向性特徴が腫瘍の検出に寄与したためだと考えられる．

次に、各特徴ベクトルと検出結果を考察する．パターン認識において、サンプル (特徴ベクトル) を 2 クラスに分類する時、クラス内のサンプルで、分散が小さく、一方でクラス間の分散は大きいこと (クラス 1 とクラス 2 が離れている) が望ましい．そこで、クラス内分散および、クラス間分散を利用して、分離度が定義されている^{[78][79]}．画像処理の閾値を決める場合等にも分離度を利用するが、その場合は 1 次元のヒストグラムから、分離度を計算するが、多次元の特徴ベクトルの場合は、式 (5.20) を用いる．

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{T}}^{-1} \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{B}} \quad (5.20)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{T}}^{-1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^m)(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^m)^T \quad (5.21)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{B}} = \frac{n_1 n_2}{N} (\bar{\mathbf{x}}^1 - \bar{\mathbf{x}}^2)(\bar{\mathbf{x}}^1 - \bar{\mathbf{x}}^2)^T \quad (5.22)$$

$$\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}) \quad (5.23)$$

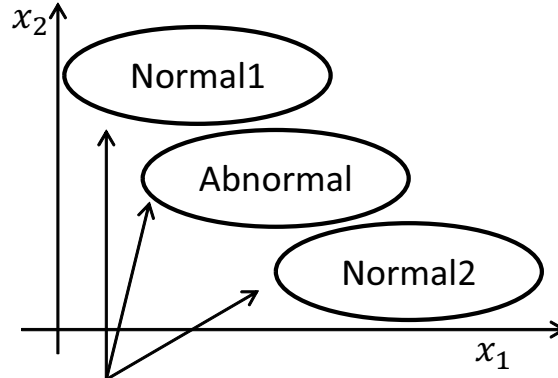
ここで、 \mathbf{x}_i は多次元の特徴ベクトルであり、 D は特徴ベクトルの次元である。 $\mathbf{S}_{\mathbf{B}}$ はクラス間分散行列である。また、 $\mathbf{S}_{\mathbf{T}}$ はベクトル全体における分散行列である。 n_1 は腫瘍部位の特徴ベクトルの数 (サンプル数) である。 n_2 はそれ以外の正常クラスの特徴ベクトルの数である。 $\bar{\mathbf{x}}^1$ は、腫瘍部位の特徴ベクトル平均ベクトル、 $\bar{\mathbf{x}}^2$ は、正常部位の平均ベクトル、 $\bar{\mathbf{x}}^m$ が、特徴ベクトル全体の平均ベクトルである。そして、行列 $\hat{\mathbf{A}}$ の最大固有値 λ_{max} を分離度として定義する。ここで、 λ_{max} は、クラス間分散が全体の分散に占める割合を与える。そのため分離度は0から1の範囲の規格化された値となる。

実験を行った3つの手法で、それぞれ λ_{max} を計算した。その結果、方向性ウェーブレット変換の分離度が、0.0605であり、2D-CDWTの場合は、0.035であった。さらに、ガボールフィルタの場合は0.039であった。この結果から、方向性ウェーブレット変換は、認識結果と分離度が共に最も高い値となり、分離度が認識結果を裏付ける結果であった。しかし、2D-CDWTは、分離度がガボールフィルタよりも低い、認識率はガボールフィルタよりも高い。そのため、分離度が認識結果に必ずしも寄与しないことがわかる。

その原因としては、(1) 特徴ベクトルは分離されているが、SVM(識別部)のパラメータ設定等が最適ではない。(2) 分離度の計算では分布の重なりを考慮していないため、クラス間の距離が離れていても、分布同士の重なりが大きい。(3) 特徴ベクトルの空間内で、分類はできているが、実際の特徴ベクトルが多クラスであり、2つ以上のクラスの特徴ベクトルを1つのクラスとして計算したため、正確な分離度を計算できない。等が考えられる。(2)は、実際の分離度に比べ、認識率が高くない場合等に当てはまる。(3)は、実際の分離度に比べ、認識率が高い場合に当てはまる。また(3)の例として、Fig. 5.16のような場合、特徴ベクトルの空間上で、分離されていても、Normalクラスが2つあり、クラス内分散が大きくなってしまう。また、Normal1とNormal2の間に、Abnormalクラスがあるため、クラス間分散に利用する平均の差が小さくなる。そして、分離度が小さくなってしまう。ガボールフィルタの認識率が低かった原因として、(2)が考えられ、2D-CDWTの分離度が低かった原因として(3)が考えられる。そのため、今後の課題として、特徴ベクトルの評価には、分離度だけでなく、確率分布の距離やベイズ誤り率等、複数の指標を用いることが必要である。

5.5 腫瘍モデルを用いた認識率の比較

前節の腫瘍認識実験では、方向性ウェーブレット変換の認識率が高くその有効性が確認された。しかし、認識に利用した画像が6枚と少ない。そのため、認識結果に偏りがあり、一般性



Each classes are separated.
 But there are more than one normal classes.
 The variance of Normal class becomes big.
 The variance between the normal classes
 and the abnormal class becomes big

Fig. 5.16 The inaccuracy of the separation metrics.

が十分にあるとは言えない．そこで，腫瘍を模擬したモデルを作成し，多数のサンプルで認識実験を行うことで，手法間の有意差を検討する．

5.5.1 腫瘍モデルの作成方法および実験に用いるデータセット

本研究で認識対象となる肺の腫瘍は，CT 画像上に円形の陰影として表れる^[80]．一般に腫瘍の悪性が高くなるにつれて，腫瘍に刺状突起 (スピキュラ) が発生し，形状が不整に近づき，円形から崩れる．そこで，腫瘍モデルとして円・楕円を基に腫瘍モデルを作成する^[81]．まず，辺縁が不整な円を用意するため，半径 r の関数を以下の式を用いて準備する．

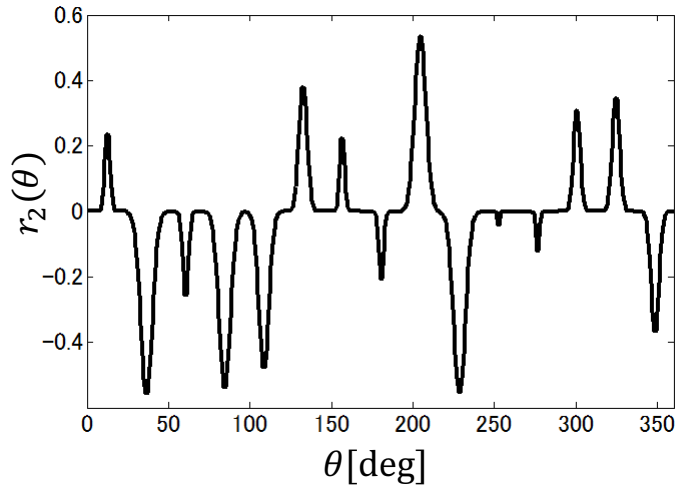
$$r(\theta) = r_{base} + r_2(\theta) \quad (5.24)$$

ここで， r_{base} は，腫瘍の元となる円形の半径を示し， r_2 は突起や溝を示すための関数である． r_2 の式を以下に示す．

$$r_2\theta = \text{sgn}(\text{rand}(n)) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{(\theta - \text{shift})^2}{2}\right), \quad \frac{360(n-1)}{N} \leq \theta \leq \frac{360n}{N} \quad (5.25)$$

$$(5.26)$$

$$\text{shift} = \frac{360(n-0.5)}{N} \quad (5.27)$$

Fig. 5.17 The sample of r_2 function

$r_2(\theta)$ 中の, θ は, x_c, y_c を中心とした時の座標の角度である. $r_2(\theta)$ は, 以下の式で表され, 式中の N は予め指定した突起の数となる. sgn は, 符号関数であり, -1 から 1 の範囲の乱数 $\text{rand}(n)$ の符号を返す関数である. これにより, 上に凸の正規分布と下に凸の正規分布を用意し, 腫瘍の突起は溝を示す. 正規分布の分散 σ^2 については, 乱数とした. n は 1 から N までの整数を示す. shift は, 正規分布を平行移動させるためのパラメータである. $r_2\theta$ は, 各 n の正規分布を N まで結合させた関数となる. Fig. 5.17 に $r_2(\theta)$ の関数の例を示す.

次に, r を利用し, 腫瘍モデルの 2 値画像を以下の式から作成する.

$$T_{img} = \begin{cases} 1 & (x - x_c)^2 + (by - y_c)^2 < r(\theta) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5.28)$$

ここで, x_c, y_c は腫瘍の中心座標であり, 今回は $512 \times 512[\text{pixel}]$ の画像の中心を x_c, y_c とした. θ は, (x_c, y_c) を座標の原点とした時における, x 軸と点 (x, y) がなす角度である. b は楕円の程度を表すパラメータであり, b が大きいほど, x 軸の直径に対し y 軸の直径が小さくなり, x 軸方向に細長い楕円となる. ここまでの処理の流れを Fig. 5.18 に示す.

さらに, 上記の式から得られる T_{img} に対し, 分散 0.5 , 平均 0 のホワイトノイズを付加する. その後, 2 値画像の輪郭を平滑化させるために, ガウシアンフィルタを適用した. ガウシアンフィルタの σ_g は $r_{base}/10$ とした. 腫瘍モデル画像を多数用意するため, 突起 (溝) の数 n を 15 から 20 の範囲で変化させる. r_{base} は, $r_{base} = 10, 20, \dots, 100$ まで, 変化させ, b は $b = 1, 2, 3, 4$ と変化させる. さらに, 斜めに配置された円もデータセットに含めるため, 画像全体を $\theta_{rotate} = 0, 10, 20, \dots, 170[\text{deg}]$ と回転させる. 画像の回転処理については回転行列を利用する. 画像を回転させる際には, 補間処理が必要となるが, 今回は簡単のため線形一次補間を行った. これらのパラメータを変化させ, 合計 4320 個の腫瘍モデルを作成した. 腫瘍モデルの一例を Fig. 5.19 に示す. Fig. 5.19(a) に示す腫瘍モデル画像は, $r_{base} = 80[\text{pixel}]$ とし, $N = 20$, $b = 2$, $\theta_{rotate} = 0[\text{deg}]$ とした場合の一例である. 同図 (b) は, $r_{base} = 50[\text{pixel}]$ とし, $N = 20$, $b = 3$, $\theta_{rotate} = 110[\text{deg}]$

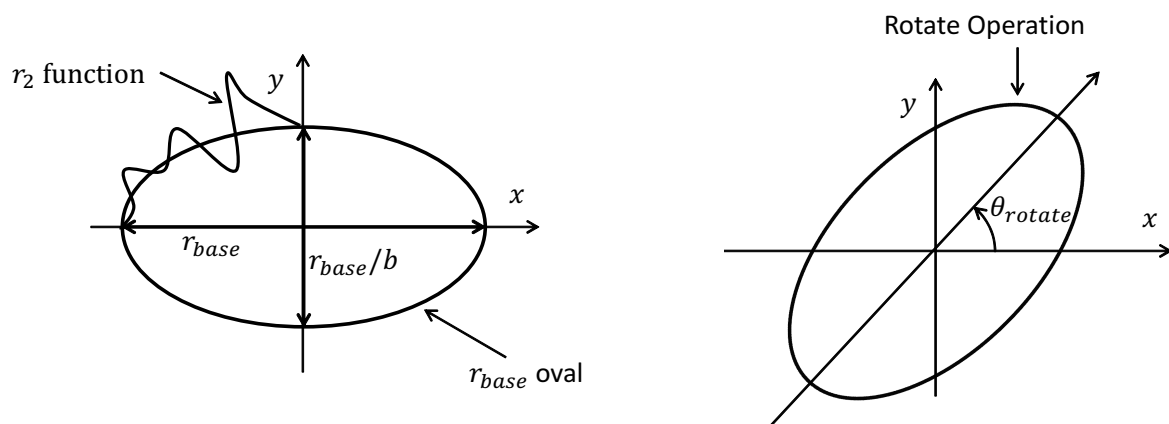


Fig. 5.18 The make process of model tumor

とした場合、同図 (c) は、 $r_{base} = 50[\text{pixel}]$ とし、 $N = 20$, $b = 1$, $\theta_{rotate} = 0[\text{deg}]$ とした場合、同図 (d) は、 $r_{base} = 100[\text{pixel}]$ とし、 $N = 20$, $b = 4$, $\theta_{rotate} = 30[\text{deg}]$ とした場合の例である。作成した腫瘍モデル全てに対し、認識実験を行った。次節にて、認識実験の方法および、結果について述べる。

5.5.2 腫瘍モデルの認識実験および結果

前節で作成した腫瘍モデルから、仮想した腫瘍を検出するため、実際の腫瘍の認識実験と同様に、学習用データから、識別器を作成する。本節の実験では、学習用データとして、性別・年齢をしていない患者7名から、合計52枚の胸部CT画像を利用する。学習用データの各画像に対し、方向性ウェーブレット変換、2D-CDWT、およびガボールフィルタで処理し、各々の手法で別々に特徴ベクトルを計算する。変換やフィルタ処理、特徴ベクトルの計算に必要なパラメータは、実際の腫瘍画像を処理した時と同様のものを使用する。計算した特徴ベクトルをSVMに入力・学習し、識別モデルを得る。SVMの学習に用いるパラメータについても、実際の腫瘍画像を認識した時と同じパラメータを使用した。

次に、前節で作成した腫瘍モデル画像の一つを選択し、各手法で変換・フィルタ処理を行い、特徴ベクトルを計算する。計算した特徴ベクトルを学習後の識別モデルに入力し、各特徴ベクトルの識別結果を得る。識別結果の一例を Fig. 5.20 に示す。同図 (a), (c), (d) の結果は、腫瘍の周辺に検出した特徴点が多く存在し、良好な検出結果と言える。一方で同図 (b) の腫瘍の位置は腫瘍モデル内に示されているが、検出した候補点が少ない。そのため同図 (b) のような大きさのサンプルでは、検出不可となるパターンもあると考えられる。また、各サンプルでの検出された点は、いずれも突起の先端や溝の最深部に多く存在している。このような点は、単一方向成分だけでなく複数の成分で高い振幅が得られる点である。また、実際の画像の腫瘍以外の部位では、このような突起部分は腫瘍候補点として検出されていないため、SVMでは、複数の方向成分が高い値を持つ特徴ベクトルを腫瘍候補として、判定していると考えられる。

特徴ベクトルの識別結果を得た後、実際の腫瘍モデルを判定した時と同様の処理を行い、腫

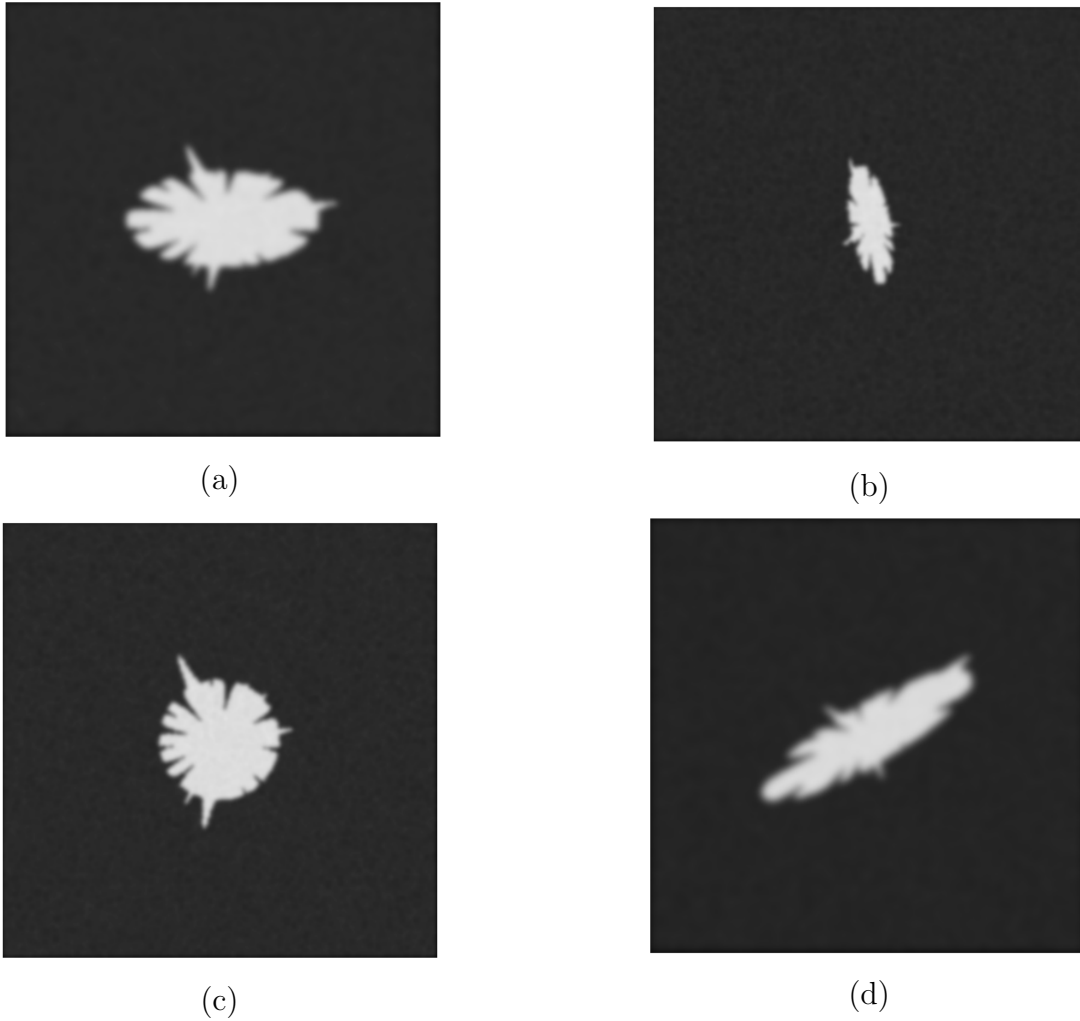


Fig. 5.19 The model tumors

瘤の有無と位置を判定する．まず，投票処理を行い，その後投票画像に閾値処理を適用する．閾値処理後に，腫瘤の位置を計算する．そして，腫瘤の位置の正解・不正解を判定する．検出可・検出不可の判定基準として，腫瘤モデル作成時に利用した T_{img} を用いる．計算した腫瘤の位置における T_{img} の画素値が1ならば，腫瘤内を示していると判定し検出可とした．一方で計算した腫瘤の位置における T_{img} の画素値が0ならば，腫瘤外を示したと判定し，検出不可とした．

1つのサンプルで検出可・検出不可を判定した後，他のサンプルにおいても同様の処理を繰り返し，全てのサンプルで検出結果を計算するまで，繰り返す．以上の処理から，検出率を計算した結果を表5.3に示す．なお，本研究では，方向性ウェーブレット変換，2D-CDWTについて，サンプル数は，4320個である．一方で，ガボールフィルタは計算量，特徴ベクトルの分類処理時間が，他の2手法と比較して，極端に大きくなるため720サンプルのみの腫瘤モデルを使用した．

次に，各腫瘤の半径 r_{base} 別の認識率を，Fig. 5.21 に示す．また，画像の回転処理 θ_{rotate} ごとの認識率を Fig. 5.22 に示す．Fig. 5.21 に示すように，方向性ウェーブレット変換の認識結果が最も高く，2D-CDWT，ガボールフィルタの順に，認識率が下がる事が確認できる．これ

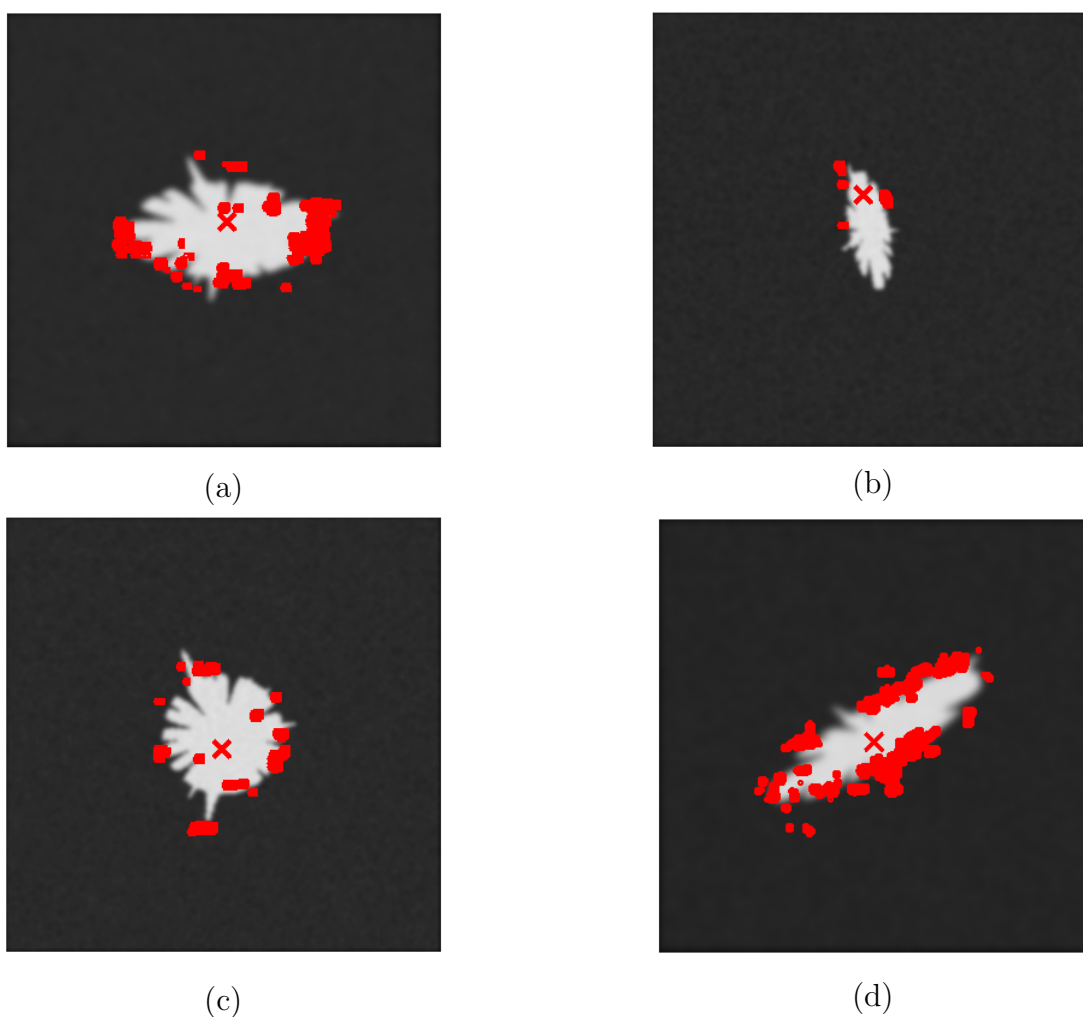


Fig. 5.20 The recognition result of the model tumors

Table 5.3 The recognition rate of model tumors.

	Directional WT	2D-CDWT	Gabor Filters
Recognition Rate(%)	80.4	48.5	41.8

は、実際の腫瘍画像の認識実験と同様の傾向が得られている。しかし、いずれの手法においても、 r_{base} が 10, 20 の場合の認識率が低い。半径が小さい腫瘍は、肺野内の結節 (血管等の画像上で白い塊状で写る物体) との見分ける事が困難であるため、認識率が低くなったと考えられる。また、小さい腫瘍は、悪性が低いため、その辺縁形状は、半径が大きい場合に比べて、突起や溝が少なく、不整な形状を持たない。そのため、検出可能であった、他のサンプルとは特徴ベクトルの傾向が異なり、検出率が低下したと考えられる。また、Fig. 5.22 に示すように、方向性ウェーブレット変換の認識率は、 θ_{rotate} に対して、大きな変動はなく、回転不変な認識が可能である事が確認できる。手法間で認識率に差が出た原因として、方向性特徴の数、および直交性が挙げられる。方向性ウェーブレット変換は、方向の数がガボールフィルタと同様で

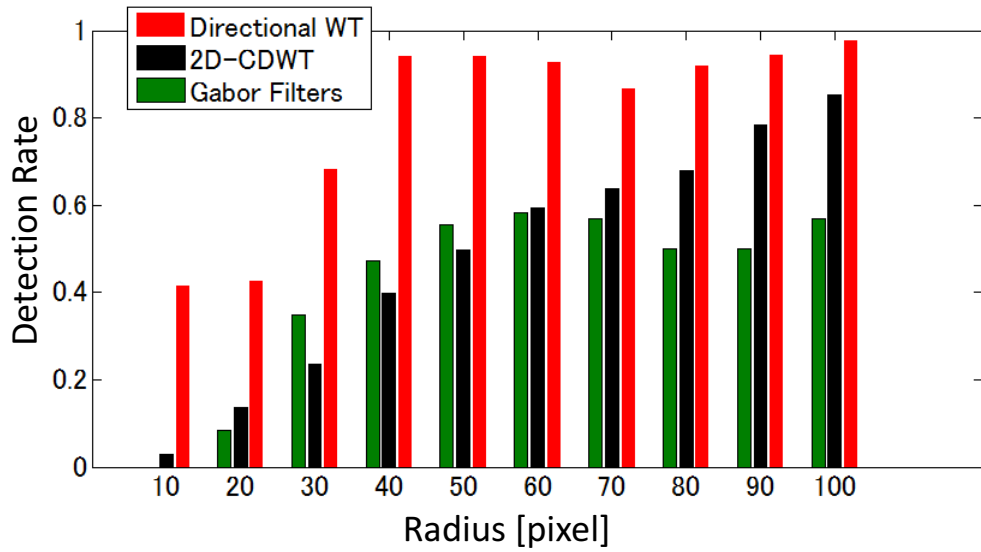


Fig. 5.21 The recognition rate at each radius(r_{base}) of the sample tumors

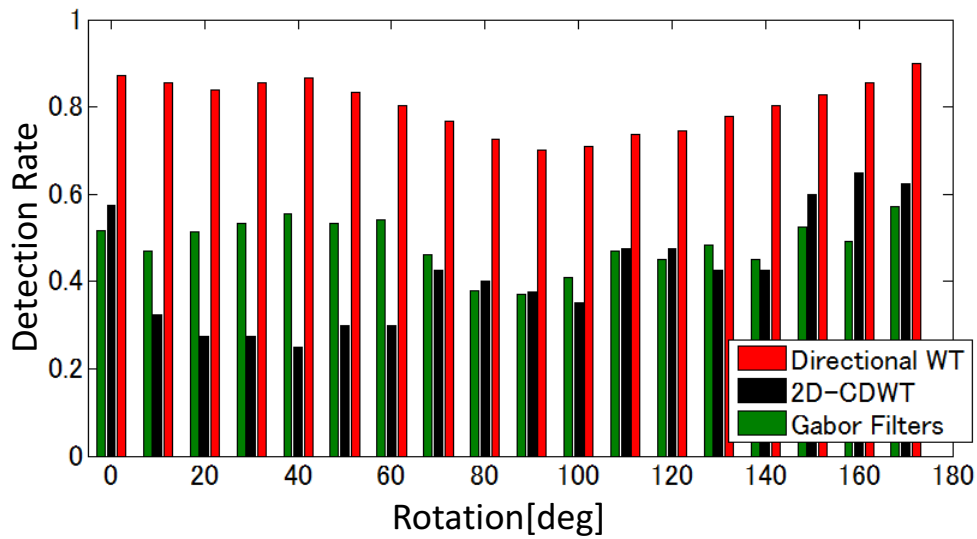


Fig. 5.22 The recognition rate at each rotation(θ_{rotate}) of the sample tumors

あるが、冗長性が少ない。2D-CDWTは、方向の数が限定されているが、冗長性が3つの手法の中で最も小さい。そのため、方向性ウェーブレット変換、2D-CDWT、ガボールフィルタの順で認識率に有意差が現れたと考えられる。ここから、提案する方向性ウェーブレット変換で得られる特徴ベクトルが最も腫瘍の認識に有効である事がわかり、方向性ウェーブレット変換の有効性が確認された。

5.6 本章のまとめおよび次章への展望・課題

本章では、方向性フィルタを周波数領域で設計し、それを基に 2D-CDWT と組み合わせた新たな方向性ウェーブレット変換を提案した。方向性ウェーブレット変換を医用画像処理に応用し、その有効性を検証した。得られた結果は以下の通りである。

1. 新たな方向性ウェーブレット変換の提案により、従来よりも多くの AVDC を計算可能となった。2D-CDWT では 6 方向に限定されていたが、方向性ウェーブレット変換では、任意の角度範囲に調節出来るため、より多くの AVDC の計算が可能になった。また、本論文の 4 章の手法では設計誤差が多いが、方向性ウェーブレット変換は、設計誤差が 0.08 % と非常に少ない。そのため、画像の方向性特徴を高精度に弁別可能な手法である事が確認出来た。そして、画像の詳細な幾何学特徴を得る手法の構築出来た。
2. 方向性ウェーブレット変換の比較すべき手法として、Curvelet 変換、ガボールフィルタが挙げられ、それらの手法と変換に係る冗長性の検討を行った。いずれの手法も多くの方向性特徴を抽出可能であるが、方向性ウェーブレット変換は 2D-CDWT を基に設計されているため、冗長性が最も抑えられていることが確認できた。冗長性についても、方向性ウェーブレット変換の有意性が確認された。
3. 医用画像処理においては、方向性ウェーブレット変換と 2D-CDWT の変換結果を比較し、方向性ウェーブレット変換が 2D-CDWT に比べ、腫瘍部位以外の振幅が小さく、腫瘍部位の特徴抽出としての有効性を確認した。
4. 腫瘍部位の検出については、方向性ウェーブレット変換の適用結果から特徴ベクトルを計算し、SVM を用いて特徴ベクトルを分類した。その後、投票処理と閾値処理によって、腫瘍の位置、大きさを計算可能にした。その結果、方向性ウェーブレット変換で 5/6 の検出率であった。また、誤判定したサンプルは、方向性ウェーブレット変換では確認されなかった。検出率を他の 2D-CDWT、ガボールフィルタと比較し、方向性ウェーブレット変換の検出率が最も高い事が確認された。さらに、腫瘍の大きさが実際の画像上のがんの領域と一致しており、計算した大きさが妥当であることが確認された。
5. 各手法から得られる特徴ベクトルの分離度について検討し、方向性ウェーブレット変換の分離度が高いことを確認した。
6. 腫瘍モデルを作成し、合計 4320 枚の画像 (ガボールフィルタにおいては 720 枚) から、腫瘍認識実験を行った。その結果、全体の検出率、および腫瘍の大きさ別、腫瘍の角度別の検出率においても、方向性ウェーブレット変換の検出率が他の手法と比較して最も高い事が確認された。

今後の課題および展望として、理論研究においては、方向性ウェーブレット変換を 3 次元画像に適用可能にするため、3 次元周波数領域で方向性フィルタの設計を検討する。医用画像認識応用においては、検出不可となった小さい腫瘍への対応が必要とされる。腫瘍モデルにおいて

も半径の小さい腫瘍は検出率が低かった。小さい腫瘍は、早期がんである可能性もあり、早期発見が患者の致死率や再発率を大きく左右するため、小さい腫瘍の高精度な検出は、今後必要不可欠な検討項目となる。その検出率が低い原因として、(1) 実画像の実験では、6サンプルと比較的小さなデータベースを用いたため、小さい腫瘍サンプルが他にない。そのため学習データベースの不足が考えられる。(2) 腫瘍が小さい場合は、その溝や突起はさらに小さく、フィルタ幅に対しても小さい。そのため、高いAVDCが得られず、検出不可となった。(3) デジタル画像の解像度により、腫瘍が小さい場合は、溝や突起の形状を十分に表現できていない。等が挙げられる。そのため今後、特徴ベクトルの計算方法の再検討が必要となる。今回は、方向性ウェーブレット変換結果やフィルタ処理結果の振幅が高い点を特徴点としている。ウェーブレット変換や関係手法から画像の特徴点(キーポイント)検出する手法はこれまでに多く提案されている。Fauqueur, Kingsbury や Gao らは、各方向成分の各画素値での直積を計算し、その結果の極値を特徴点とする手法を提案している^{[82][83]}。他に高野らも、ウェーブレット変換結果の極値を用いて、特徴点抽出法を提案している^[84]。藤ノ木らは、画像のスケール毎に、積算し、最終的に振幅が高い点を特徴点とする方法を提案している。また、特徴点抽出後に特徴ベクトルを計算するが、この手法についても、SIFTを始め、多くの手法が提案されている。そのため、画像の変換方法に限らず、特徴点や特徴ベクトルの計算方法についても検討が必要である。

一般に医用画像認識を行う場合、実際の画像を数百枚単位で学習データを用意する必要がある^{[32][86]}。それと比較して、今回は学習データ・認識サンプルとして12枚、腫瘍モデルの実験に対しても51枚である。そのため、今後は、腫瘍画像を増やし、一般性の高いデータベースの構築が必要である。

第6章 3次元複素数離散ウェーブレット変換

本論文の前章までは、2次元の画像から方向性特徴を得る手法を提案し、医用画像処理への応用を検討した。しかし、医用画像処理はマルチスライス CT・MRI 等の普及により 2次元画像だけでなく、3次元画像を扱う事も多い。3次元画像は、人体や患部を立体的に画像化するため、患部形状の正確な評価理解が可能である。しかし、従来の多くの画像処理手法をそのまま 3次元画像に適用することは難しい。CDWT においても、3次元画像に対して、方向選択性を実現した研究は未だに少ない。そこで、本章では、戸田らの提案する PTI-CDWT を 3次元に拡張する。3D-CDWT と、3章で検討した方向選択性の原理を基に、3次元の方向選択性を構築する。最後に、3次元の方向選択性を利用し、3次元医用画像処理へ応用する。

6.1 3次元離散ウェーブレット変換の計算

一般的な画像は 2次元平面の各ピクセルに対して、画素値が与えられるが、3次元画像では、 (x, y, z) 、もしくは動画の場合は (x, y, t) の 3次元空間内のそれぞれの座標 (ボクセル) に対して、画素値が与えられる。DWT や CDWT 等は分離型フィルタを利用しているため、3次元の DWT は各次元のテンソル積で与えられる^[89]。そのため、3次元 DWT(3D-DWT) は 3次元画像 $f(n_x, n_y, n_z)$ を式 (6.1) を用いて展開する。

$$\begin{aligned}
f(n_x, n_y, n_z) = & \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{k_x, k_y, k_z}^{j, LLL} \phi_{k_x}^j(n_x) \phi_{k_y}^j(n_y) \phi_{k_z}^j(n_z) \\
& + \sum_{j=-1}^J \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{k_x, k_y, k_z}^{j, LLH} \phi_{k_x}^j(n_x) \phi_{k_y}^j(n_y) \psi_{k_z}^j(n_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{k_x, k_y, k_z}^{j, LHL} \phi_{k_x}^j(n_x) \psi_{k_y}^j(n_y) \phi_{k_z}^j(n_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{k_x, k_y, k_z}^{j, LHH} \phi_{k_x}^j(n_x) \psi_{k_y}^j(n_y) \psi_{k_z}^j(n_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{k_x, k_y, k_z}^{j, HLL} \psi_{k_x}^j(n_x) \phi_{k_y}^j(n_y) \phi_{k_z}^j(n_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{k_x, k_y, k_z}^{j, H LH} \psi_{k_x}^j(n_x) \phi_{k_y}^j(n_y) \psi_{k_z}^j(n_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{k_x, k_y, k_z}^{j, HH L} \psi_{k_x}^j(n_x) \psi_{k_y}^j(n_y) \phi_{k_z}^j(n_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{k_x, k_y, k_z}^{j, HHH} \psi_{k_x}^j(n_x) \psi_{k_y}^j(n_y) \psi_{k_z}^j(n_z)
\end{aligned} \tag{6.1}$$

ここで、 ϕ はスケーリング関数を示し、 ψ はマザーウェーブレットである．また各 d はウェーブレット係数を示し、 j は分解レベルである．式(6.1)は、画像が低周波成分の基底となるスケーリング関数、スケーリング係数、高周波成分の基底となるウェーブレットと各ウェーブレット係数の線形結合で表現されることを意味している．さらに各ウェーブレット係数は高速アルゴリズムを用いて、式(6.2)から(6.9)を用いて計算される．ここで f は入力される3次元の画像を示し、 $\{a_{k_x}\}$ はローパスフィルタであり、 $\{b_{k_x}\}$ はハイパスフィルタを示している．また $a_{\{2n_x - k_x\}}$ はダウンサンプリングを伴うフィルタリングである．

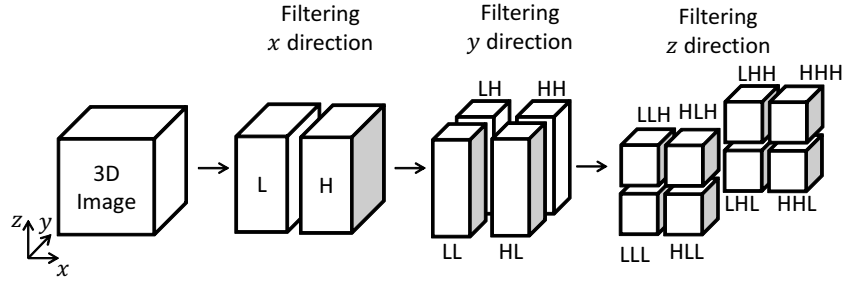


Fig. 6.1 Processing flowchart of the 3D-DWT

$$d^{LLL} = \sum_{k_x, k_y, k_z} a_{\{2n_x - k_x\}} a_{\{2n_y - k_y\}} a_{\{2n_z - k_z\}} f \quad (6.2)$$

$$d^{LLH} = \sum_{k_x, k_y, k_z} a_{\{2n_x - k_x\}} a_{\{2n_y - k_y\}} b_{\{2n_z - k_z\}} f \quad (6.3)$$

$$d^{LHL} = \sum_{k_x, k_y, k_z} a_{\{2n_x - k_x\}} b_{\{2n_y - k_y\}} a_{\{2n_z - k_z\}} f \quad (6.4)$$

$$d^{LHH} = \sum_{k_x, k_y, k_z} a_{\{2n_x - k_x\}} b_{\{2n_y - k_y\}} b_{\{2n_z - k_z\}} f \quad (6.5)$$

$$d^{HLL} = \sum_{k_x, k_y, k_z} b_{\{2n_x - k_x\}} a_{\{2n_y - k_y\}} a_{\{2n_z - k_z\}} f \quad (6.6)$$

$$d^{HLH} = \sum_{k_x, k_y, k_z} b_{\{2n_x - k_x\}} a_{\{2n_y - k_y\}} b_{\{2n_z - k_z\}} f \quad (6.7)$$

$$d^{HHL} = \sum_{k_x, k_y, k_z} b_{\{2n_x - k_x\}} b_{\{2n_y - k_y\}} a_{\{2n_z - k_z\}} f \quad (6.8)$$

$$d^{HHH} = \sum_{k_x, k_y, k_z} b_{\{2n_x - k_x\}} b_{\{2n_y - k_y\}} b_{\{2n_z - k_z\}} f \quad (6.9)$$

高速アルゴリズムを用いた DWT では、次のレベルの分解を行う際、 d^{LLL} を入力画像として、再帰的に式 (6.2) から (6.9) を繰り返す。そのため、分解レベルが進むに従って、データ数が小さくなり、高速に各周波数成分への分解が可能となる。3D-DWT の分解のプロセスを Fig. 6.1 に示す。

6.2 3次元複素数離散ウェーブレット変換

3D-CDWT では、2次元の場合と同様に、MW、スケーリング関数が複素数で定義されており、それに付随して、複素数のハイパスフィルタ、ローパスフィルタが利用される。実数部と虚数部のそれぞれで Fig. 6.1 のプロセスを行う構成となっている。さらに、戸田らは画像に直接フィルタを適用せずに、補間処理をフィルタリングの前に適用することで、完全シフト不変

性を実現している．本研究では戸田らの提案した，PTI-CDWT を用いて，3D-CDWT の設計法を構築する．補間処理は，離散信号 f_n を，スケーリング関数の線形結合で表現する処理である．3D-CDWT における補間の処理は式 (6.10) で示される．また，補間処理においても，フィルタリングと同様に各々の次元 (x, y, z) でスケーリング関数との内積を計算することで補間処理結果 (レベル0 のスケーリング係数) が得られる．

$$\begin{aligned}
f_{n_x, n_y, n_z} = & \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{RRR} \phi_R(n_x - k_x) \phi_R(n_y - k_y) \phi_R(n_z - k_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{RRI} \phi_R(n_x - k_x) \phi_R(n_y - k_y) \phi_I(n_z - k_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{RIR} \phi_R(n_x - k_x) \phi_I(n_y - k_y) \phi_R(n_z - k_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{RII} \phi_R(n_x - k_x) \phi_I(n_y - k_y) \phi_I(n_z - k_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{RII} \phi_R(n_x - k_x) \phi_I(n_y - k_y) \phi_I(n_z - k_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{IRR} \phi_I(n_x - k_x) \phi_R(n_y - k_y) \phi_R(n_z - k_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{IRI} \phi_I(n_x - k_x) \phi_R(n_y - k_y) \phi_I(n_z - k_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{IIR} \phi_I(n_x - k_x) \phi_I(n_y - k_y) \phi_R(n_z - k_z) \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} c_{III} \phi_I(n_x - k_x) \phi_I(n_y - k_y) \phi_I(n_z - k_z)
\end{aligned} \tag{6.10}$$

さらに，式 (6.10) の各スケーリング係数 c は式 (6.11) から (6.18) で計算される．式 (6.11) から (6.18) では，簡単のため，入力画像 f_{n_x, n_y, n_z} を f と記す．

$$c_{RRR} = \frac{1}{8} \sum_{k_x, k_y, k_z} f \overline{\phi_R(-k_x) \phi_R(-k_y) \phi_R(-k_z)} \quad (6.11)$$

$$c_{RRI} = \frac{1}{8} \sum_{k_x, k_y, k_z} f \overline{\phi_R(-k_x) \phi_R(-k_y) \phi_I(-k_z)} \quad (6.12)$$

$$c_{RIR} = \frac{1}{8} \sum_{k_x, k_y, k_z} f \overline{\phi_R(-k_x) \phi_I(-k_y) \phi_R(-k_z)} \quad (6.13)$$

$$c_{RII} = \frac{1}{8} \sum_{k_x, k_y, k_z} f \overline{\phi_R(-k_x) \phi_I(-k_y) \phi_I(-k_z)} \quad (6.14)$$

$$c_{IRR} = \frac{1}{8} \sum_{k_x, k_y, k_z} f \overline{\phi_I(-k_x) \phi_R(-k_y) \phi_R(-k_z)} \quad (6.15)$$

$$c_{IRI} = \frac{1}{8} \sum_{k_x, k_y, k_z} f \overline{\phi_I(-k_x) \phi_R(-k_y) \phi_I(-k_z)} \quad (6.16)$$

$$c_{IIR} = \frac{1}{8} \sum_{k_x, k_y, k_z} f \overline{\phi_I(-k_x) \phi_I(-k_y) \phi_R(-k_z)} \quad (6.17)$$

$$c_{III} = \frac{1}{8} \sum_{k_x, k_y, k_z} f \overline{\phi_I(-k_x) \phi_I(-k_y) \phi_I(-k_z)} \quad (6.18)$$

3D-CDWT では式 (6.11) から (6.18) の計算で求められた各係数 c を、式 (6.2) から (6.9) の入力画像 f_{n_x, n_y, n_z} として各スケーリング係数にフィルタを適用する。また、ローパス・ハイパスフィルタにおいても実数部と虚数部があるため、スケーリング係数の各次元で実数部と虚数部を選択する必要がある。例えば、 c_{RII} の係数は、 n_x の次元においては、実数部のフィルタを適用するが、 n_z, n_y の次元では、虚数部のフィルタを適用する。このようにして、各スケーリング係数をフィルタリングし、各周波数成分へ分解する。

次に、3D-CDWT の再構成 (逆変換) について述べる。3D-CDWT では DWT と同様に分解した各周波数成分 d を用いて再構成が可能である。また、特定の周波数成分のみを再構成することで、信号の周波数成分の抽出が可能である。再構成では、各周波数成分をアップサンプリングし、ローパスフィルタ $\{g_{k_x}\}$ とハイパスフィルタ $\{h_{k_x}\}$ を適用し、各周波数成分を足し合わせることで、元のスケーリング係数を計算する。式 (6.19) に RII パートの再構成の計算例を示す。他の RRR, RIR 等のパートにおいても、 RRR, RIR 等における R と I の順番に従って、

各次元 (x, y, z) のフィルタの実数部と虚数部の選択が異なるのみである.

$$\begin{aligned}
c^{RII} = & \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{LLL}^{RII} g_{\{n_x-2k_x\}}^R g_{\{n_y-2k_y\}}^I g_{\{n_z-2k_z\}}^I \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{LLH}^{RII} g_{\{n_x-2k_x\}}^R g_{\{n_y-2k_y\}}^I h_{\{n_z-2k_z\}}^I \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{LHL}^{RII} g_{\{n_x-2k_x\}}^R h_{\{n_y-2k_y\}}^I g_{\{n_z-2k_z\}}^I \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{LHH}^{RII} g_{\{n_x-2k_x\}}^R h_{\{n_y-2k_y\}}^I h_{\{n_z-2k_z\}}^I \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{HLL}^{RII} h_{\{n_x-2k_x\}}^R g_{\{n_y-2k_y\}}^I g_{\{n_z-2k_z\}}^I \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{HLH}^{RII} h_{\{n_x-2k_x\}}^R g_{\{n_y-2k_y\}}^I h_{\{n_z-2k_z\}}^I \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{HHL}^{RII} h_{\{n_x-2k_x\}}^R h_{\{n_y-2k_y\}}^I g_{\{n_z-2k_z\}}^I \\
& + \sum_{k_x, k_y, k_z} d_{HHH}^{RII} h_{\{n_x-2k_x\}}^R h_{\{n_y-2k_y\}}^I h_{\{n_z-2k_z\}}^I
\end{aligned} \tag{6.19}$$

式 (6.19) から再構成されたスケーリング係数に式 (6.10) を適用し、元の画像が得られる. また, $j < -1$ 以上のレベルにまで分解されている場合, 各レベルの各周波数成分に対して式 (6.19) を適用する. そして, 得られた低周波成分を d_{LLL} として, 次のレベルの再構成の計算を行う. このように, 再帰的に式 (6.19) の再構成の処理を適用し, スケーリング係数を得る. Fig. 6.2 に 3D-CDWT によって 3次元の周波数成分を抽出した結果を示す. ただし, Fig. 6.2 に対する入力信号は 3次元のインパルス信号 (画像の中心のみ画素値が 1, それ以外は 0) に対し, 3D-CDWT を適用し, 各パートの d_{HHH} の成分のみを抽出した波形である. インパルス応答であるため, Fig. 6.2 は 3D-CDWT の MW を示しており, 3次元の MW は赤いプラスのピークと青いマイナスのピークが 3次元空間上に交互に配置され, 3次元空間で振動している波形が確認できる.

また, Fig. 6.2 の画像をフーリエ変換し, その周波数特性を計算した結果を Fig. 6.3 に示す. Fig. 6.3(a) は周波数特性の全体像を示し, (b),(c),(d) は各 2次元平面に投影したものである. HHH の成分は x, y, z それぞれにハイパスフィルタを適用した結果であるが, Fig. 6.3(a),(b),(c),(d) から, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ のそれぞれでの高周波帯域にピークを持っていることが確認できる. さらに, 通常のレベル $j = -1$ の MW は ω が $\pi/2, \pi$ にカットオフ周波数を持つが, Fig. 6.2 の周波数特性においても, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ の各次元で同様に $\pi/2, \pi$ のカットオフ周波数を持つことを確認した. ここから, レベル $j = -1$ の HHH の周波数成分を抽出できることが確認できる. また, 他の周波数成分でも同様に各抽出結果と周波数特性を確認した. さらに, 3D-CDWT は完全再構成が可能であるが, 全ての周波数成分を再構成し, 元の画像との誤差を計算した結果, その誤差が $-158[\text{dB}]$ であり, 実用上問題ない誤差であることを確認した. 3次元の各周波数成分への分解・抽出が可能であったこと, 及び, 完全再構成時の誤差が少ないことから, PTI-CDWT を用いて 3D-CDWT が設計可能であったことが確認された.

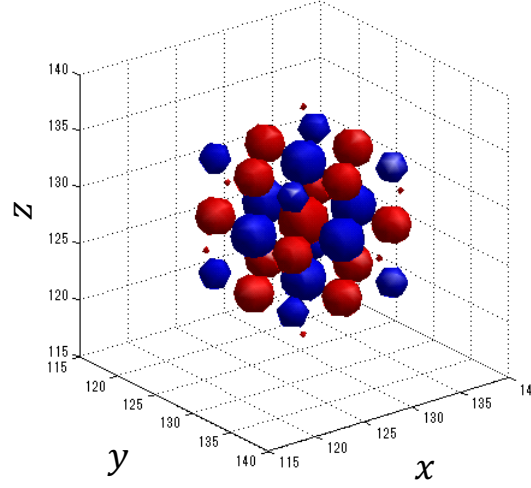


Fig. 6.2 Extraction result of frequency component HHH (red:positive peak, blue:negative peak)

6.3 3D-CDWT における方向選択性

前節では、3D-CDWT の波形、周波数特性、および完全再構成を確認した。次に、3D-CDWT における方向選択性について検討する。従来の 2D-CDWT では、方向選択性の計算式を利用し、得られた各パートのウェーブレット係数から方向成分・AVDC を計算可能であった。しかし、3D-CDWT においては、方向選択性の計算式は未完成の部分も多い^[89]。

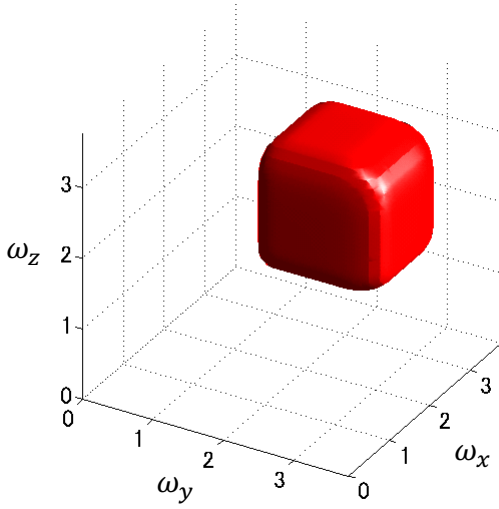
6.3.1 3D-CDWT における方向選択性の計算式の導出

3 章にて、2 次元の画像において、方向選択性の計算原理を検討した。その結果、2 次元のウェーブレットが $\cos(k\Delta\omega x \pm l\Delta\omega y)$, $\sin(k\Delta\omega x \pm l\Delta\omega y)$ の線形結合で表現されることが確認された (3 章において、 ψ^{R0} が $\cos(k\Delta\omega x - l\Delta\omega y)$ で表されたが、同様の方法で、 ψ^{R1} が $\cos(k\Delta\omega x + l\Delta\omega y)$ で表される。また ψ^{I0} が $\sin(k\Delta\omega x - l\Delta\omega y)$, ψ^{I1} が $\sin(k\Delta\omega x + l\Delta\omega y)$ 。) 3 次元の場合は、上記のそれぞれの項に z 軸が追加され、 $\cos(k\Delta\omega x \pm l\Delta\omega y \pm m\Delta\omega z)$, $\sin(k\Delta\omega x \pm l\Delta\omega y \pm m\Delta\omega z)$ で表されることが考えられる。

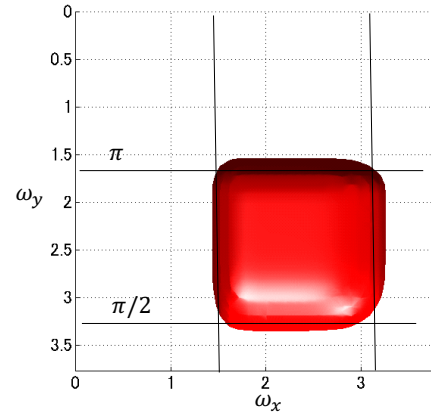
例として、 $\cos(k\Delta\omega x + l\Delta\omega y + m\Delta\omega z)$ の場合について検証する。仮に、 $\cos(k\Delta\omega x + l\Delta\omega y + m\Delta\omega z)$ を ψ^{R1} と置いた場合、 ψ^{R1} は以下のように加法定理を用いて展開される。

$$\psi^{R1} = \cos(k\Delta\omega x + l\Delta\omega y + m\Delta\omega z) \quad (6.20)$$

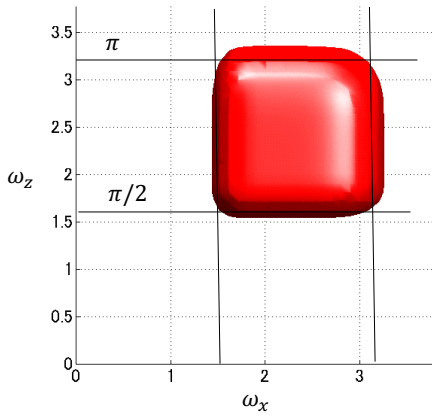
$$\begin{aligned} \psi^{R1} &= \cos(k\Delta\omega x) \cos(l\Delta\omega y) \cos(m\Delta\omega z) \\ &\quad - \cos(k\Delta\omega x) \sin(l\Delta\omega y) \sin(m\Delta\omega z) \\ &\quad - \sin(k\Delta\omega x) \sin(l\Delta\omega y) \cos(m\Delta\omega z) \\ &\quad + \sin(k\Delta\omega x) \cos(l\Delta\omega y) \sin(m\Delta\omega z) \end{aligned} \quad (6.21)$$



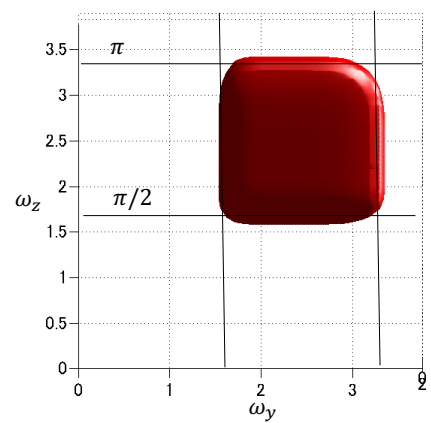
(a) Frequency characteristic of HHH a full picture



(b) Frequency characteristic of HHH about ω_x - ω_y plane



(c) Frequency characteristic of HHH about ω_x - ω_z plane



(d) Frequency characteristic of HHH about ω_y - ω_z plane

Fig. 6.3 Frequency characteristic of HHH (red:positive peak)

3章から、式(6.21)中の $\cos(k\Delta\omega x)$ の線形結合で ψ^R を構成することが確認されている。同様に、 $\sin(l\Delta\omega y)$ が ψ^I を構成することが確認されている。そのため、式(6.21)に、 ψ^R 、 ψ^I を代入すると式(6.22)が得られる。

$$\begin{aligned}
 \psi^{R1}(x, y, z) &= \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^R(z) \\
 &\quad - \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\
 &\quad - \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^R(z) \\
 &\quad + \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^I(z)
 \end{aligned} \tag{6.22}$$

また、 $\cos(k\Delta\omega x \pm l\Delta\omega y \pm m\Delta\omega)$ 、 $\cos(k\Delta\omega x \pm l\Delta\omega y \pm m\Delta\omega)$ の他の例の場合も計算し、まとめると式(6.23)～(6.30)が得られる。

$$\begin{aligned}\psi^{R1}(x, y, z) &= \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^R(z) - \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\ &\quad - \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^R(z) + \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^I(z)\end{aligned}\quad (6.23)$$

$$\begin{aligned}\psi^{I1}(x, y, z) &= \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^R(z) - \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\ &\quad + \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^R(z) + \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^I(z)\end{aligned}\quad (6.24)$$

$$\begin{aligned}\psi^{R2}(x, y, z) &= \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^R(z) + \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\ &\quad - \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^R(z) + \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^I(z)\end{aligned}\quad (6.25)$$

$$\begin{aligned}\psi^{I2}(x, y, z) &= \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^R(z) + \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\ &\quad + \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^R(z) - \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^I(z)\end{aligned}\quad (6.26)$$

$$\begin{aligned}\psi^{R2}(x, y, z) &= \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^R(z) + \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\ &\quad + \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^R(z) - \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^I(z)\end{aligned}\quad (6.27)$$

$$\begin{aligned}\psi^{I2}(x, y, z) &= \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^R(z) + \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\ &\quad - \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^R(z) + \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^I(z)\end{aligned}\quad (6.28)$$

$$\begin{aligned}\psi^{R2}(x, y, z) &= \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^R(z) - \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\ &\quad + \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^R(z) + \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^I(z)\end{aligned}\quad (6.29)$$

$$\begin{aligned}\psi^{I2}(x, y, z) &= \psi^I(x)\psi^R(y)\psi^R(z) - \psi^I(x)\psi^I(y)\psi^I(z) \\ &\quad - \psi^R(x)\psi^I(y)\psi^R(z) - \psi^R(x)\psi^R(y)\psi^I(z)\end{aligned}\quad (6.30)$$

また、3D-CDWTにおいても、式(3.1)、(3.3)のようにウェーブレット係数は、画像 f とウェーブレットの内積で計算される。そのため、式(6.23)～式(6.30)は、 ψ^R, ψ^I ではなく、ウェーブレット係数の場合でも同様に成り立つ。例えば、式(6.23)はウェーブレット係数の場合は式(6.31)で表される。

$$D^{R1}(x, y, z) = d^{RRR} - d^{RII} - d^{IIR} + d^{IRI} \quad (6.31)$$

実際に、インパルス信号 ($x = 0, y = 0, z = 0$ の時だけ振幅が1でそれ以外の位置の振幅は0の信号) に3D-CDWTの分解処理を適用し、HHHの周波数成分を計算した結果に式(6.31)を適用する。その後、 $D^{R1}(x, y, z)$ 、 $D^{I1}(x, y, z)$ のみを再構成する。再構成の場合は、各 D から d に戻す必要があるが、それには、式(6.32)～(6.39)を用いる。そして、再構成した結果を

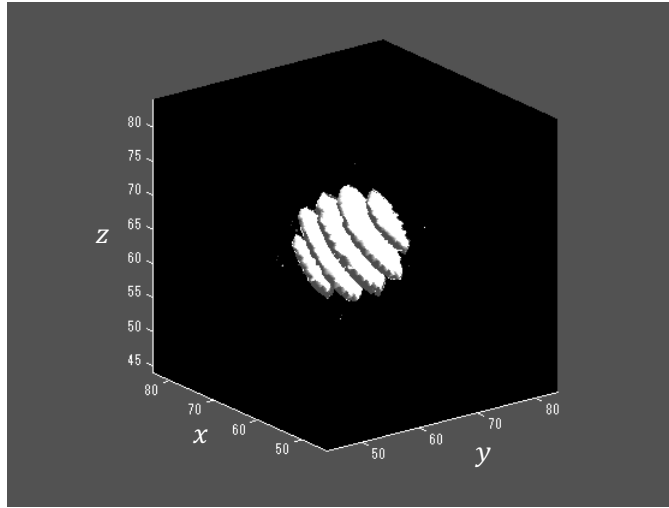


Fig. 6.4 Directional component(R1,I1) of HHH calculated from 3-dimensional directional selection

Fig. 6.4 に示す.

$$d^{RRR} = D^{R1} + D^{R2} + D^{R3} + D^{R4} \quad (6.32)$$

$$d^{RRI} = D^{I1} - D^{I2} + D^{I3} - D^{I4} \quad (6.33)$$

$$d^{RI R} = D^{I1} + D^{I2} - D^{I3} - D^{I4} \quad (6.34)$$

$$d^{RII} = -D^{R1} + D^{R2} + D^{R3} - D^{R4} \quad (6.35)$$

$$d^{IRR} = D^{I1} + D^{I2} + D^{I3} + D^{I4} \quad (6.36)$$

$$d^{IRI} = -D^{R1} + D^{R2} - D^{R3} + D^{R4} \quad (6.37)$$

$$d^{IIR} = -D^{R1} - D^{R2} + D^{R3} + D^{R4} \quad (6.38)$$

$$d^{III} = -D^{I1} + D^{I2} + D^{I3} - D^{I4} \quad (6.39)$$

Fig. 6.4 は、白い面で示されるピークが3次元空間上で、特定方向に向かって配置されているため、特定方向を向いた波形となっていることが確認できる。また、Fig. 6.4 はインパルス信号を入力したウェーブレット係数であるため、ウェーブレット係数の基底となる3次元のウェーブレットも同様に特定方向の波形を持つと言える。次に、他の周波数成分と式(6.23)から(6.30)の他の式においても方向性を持ったウェーブレットが得られることを確認する。Fig. 6.5 に HLL の周波数成分に式(6.25),(6.26)を適用し、 d^{R2}, d^{I2} を同様の方法で再構成した結果を示す。Fig. 6.5 から HLL の成分においても特定方向を向いたウェーブレットが得られることを確認した。また、HHH とは異なる方向の波形となっている。同様に、HHL の周波数成分に対し、式(6.27),(6.28)の式を適用し、 D^{R3}, D^{I3} の成分のみを再構成した結果を Fig. 6.6 に示す。同図から HHL の周波数成分においても、特定方向のウェーブレットが構成された。

次に、Fig. 6.7 の3次元のモデル画像に、3D-CDWT の方向選択性を適用する。Fig. 6.7 は、球のモデル画像であり、球内部の画素値が1、球の外部の画素値が0の画像である。また、0,1の

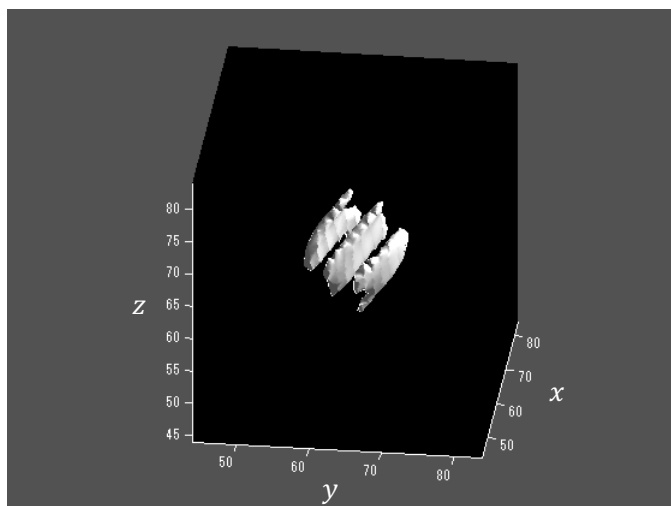


Fig. 6.5 Directional component(R2, I2) of HLL calculated from 3-dimensional directional selection

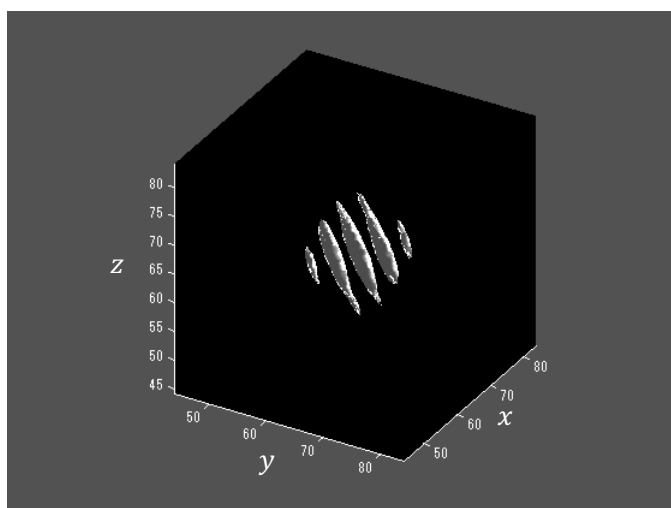


Fig. 6.6 Directional component(R3, I3) of HHL calculated from 3-dimensional directional selection

2値画像では、フィルタ適用後にジャギーが発生するので、移動平均フィルタで、平滑化する。このモデル画像に対し、3D-CDWTの方向選択性で方向成分を計算し、その絶対値 (AVDC) を計算した結果を Fig. 6.8 に示す。AVDC は、以下の式のように実数部と虚数部の自乗平方根で計算される。

$$|D^1(x, y, z)| = \sqrt{(D^{R1}(x, y, z))^2 + (D^{I1}(x, y, z))^2} \quad (6.40)$$

上記の式は、 $R1$, $I1$ の場合であるが、他の $R2$ や $R3$, $R4$ の場合も同様である。

Fig. 6.8 において、Fig. 6.7 の特定方向の輪郭 (境界面) を AVDC で抽出している事が確認できる。また、Fig. 6.9 および Fig. 6.10 においても、特定方向の輪郭を抽出していることが確認

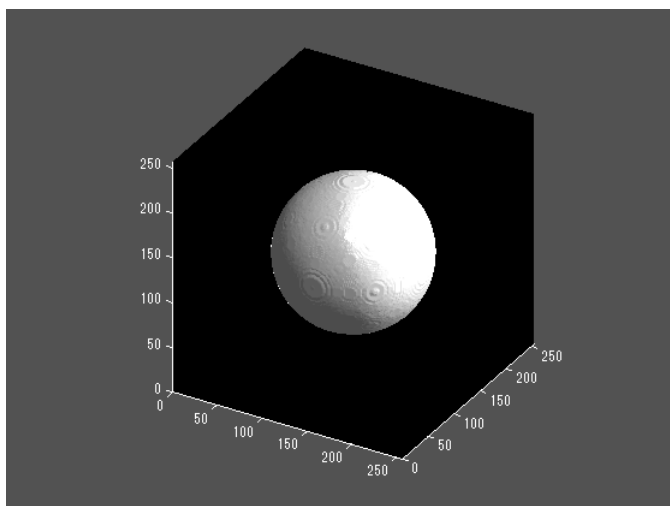
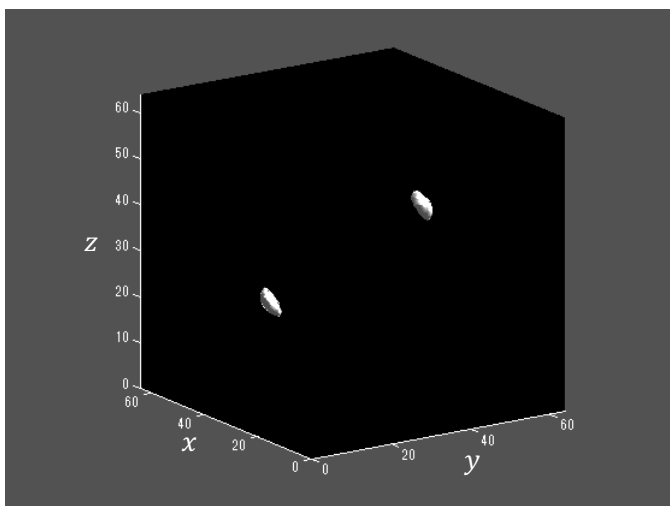


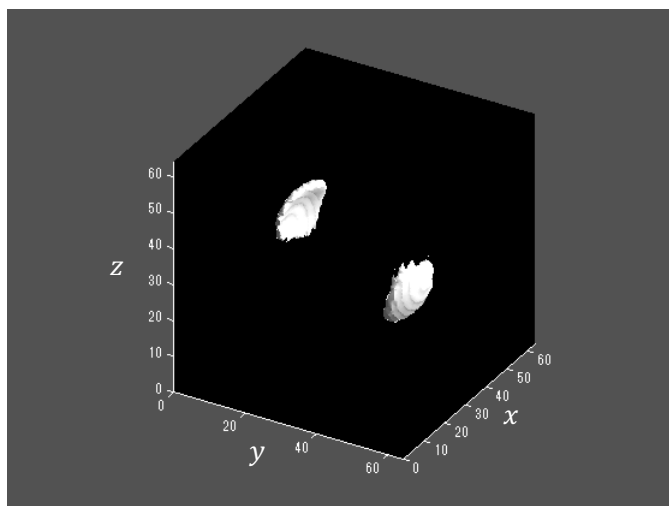
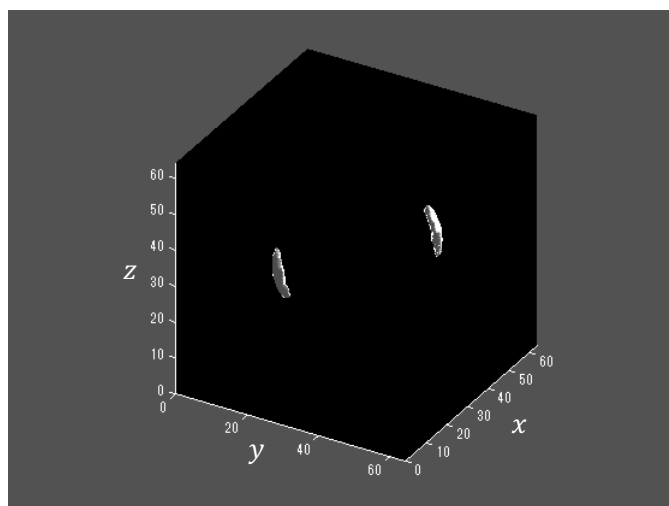
Fig. 6.7 The 3D-Model image

Fig. 6.8 The AVDC of $R1$, $I1$ at HHH components

出来る．さらに，Fig. 6.8 から Fig. 6.10 において，抽出している方向は，Fig. 6.4 から Fig. 6.6 の波形の方向と一致していることが確認できる．Fig. 6.4 から Fig. 6.6 は，インパルス応答であるため，ここから，3D-CDWT が特定方向の MW を構成し，その MW が特定方向の輪郭を抽出している事がわかる．そして，3次元画像においても方向選択性を利用した特徴抽出が期待できる．

6.4 3次元医用画像への適用

前節では，3D-CDWT の方向選択性を構築し，2次元の場合と同様に，3次元画像の方向性エッジを得られることが確認された．次に，5章と同様に，肺に腫瘍を持つ医用画像へ適用し，

Fig. 6.9 The AVDC of R_2 , I_2 at HLL componentsFig. 6.10 The AVDC of R_3 , I_3 at HHL components

特徴抽出が可能であることを確認する。

まず、対象とする医用画像を Fig. 6.11 に示す。同図 (a) は、ボリュームレンダリングを使用し、3次元画像を斜め上から見下ろした画像である。ここで、ボリュームレンダリングの透明度 α は 0.6 とした。同図 (b) は、3次元画像を真上から見た場合の画像である。同図 (b) 中の赤くマークした部分に腫瘍が存在する。同図の画像サイズは、 $281 \times 372 \times 52$ である。この画像サイズは予め撮像された元データから、肺野領域が写った部位を予め抽出した画像サイズとなっている。同図の腫瘍が写った画像を Fig. 6.12 に示す。Fig. 6.12 は、Fig. 6.11 の断面図の一つである。

次に、分解レベル-2 の 3D-CDWT を適用し、得られた方向成分から AVDC を計算する。3次元画像で AVDC を計算すると、各々の AVDC は輪郭や不連続部分の一部しか抽出しない。そ



(a) Top view of 3D image



(b) Top diagonal view of 3D image

Fig. 6.11 The 3D CT image(a) Top view of 3D image. (b)Top diagonal view of 3D image

ここで、レベル -2 および -1 のAVDCを各レベル別に、足しあわせた結果をFig. 6.13に示す。同図(a)はレベル -1 の処理結果を真上から処理結果を見たものであり、同図(b)はレベル -1 の処理結果を斜め上から見下ろした結果である。続いて、Fig. 6.14(a)は、分解レベル -2 の処理結果を真上から、同図(b)は斜め上から見下ろした結果である。

Fig. 6.13および6.14の結果から、3D-CDWTの方向選択性を利用し、方向性特徴を抽出することで、腫瘍部位の輪郭を3次元画像においても抽出できることが確認された。しかし、本研究では3次元画像における腫瘍の認識には至っていない。今後、計算したAVDCを利用し、3次元画像から腫瘍部位を認識し、位置・大きさを計算可能かを検討する必要がある。

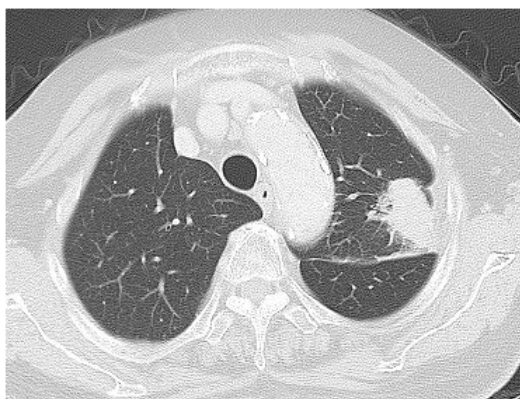
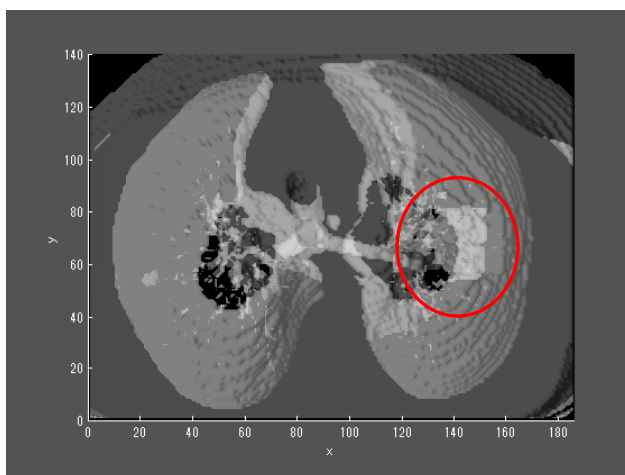
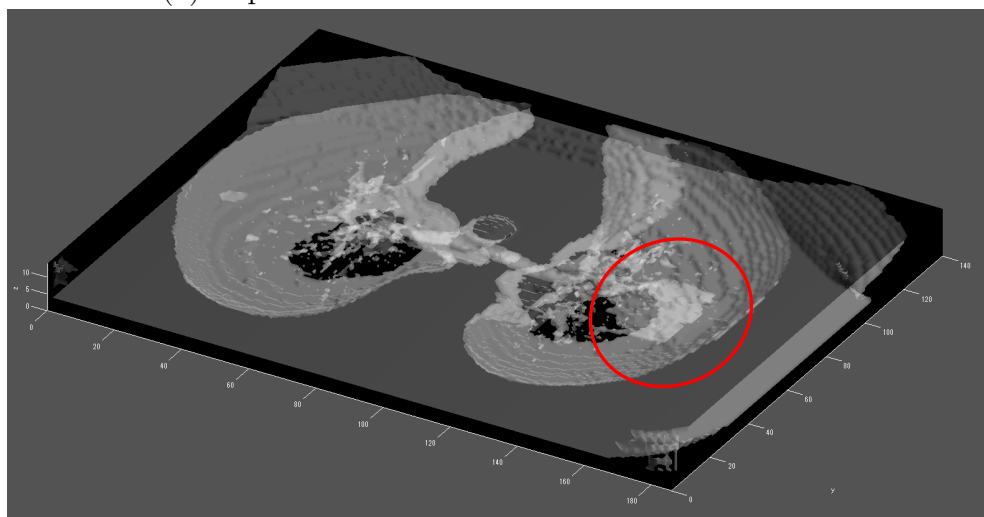


Fig. 6.12 The 3D CT image(a) Top view of 3D image. (b)Top diagonal view of 3D image

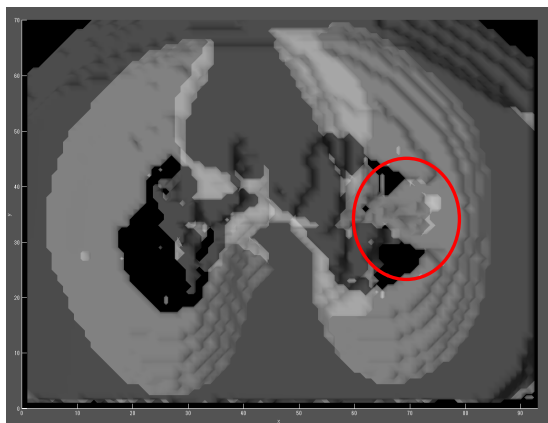


(a) Top view of the sum of the AVDC at level -1

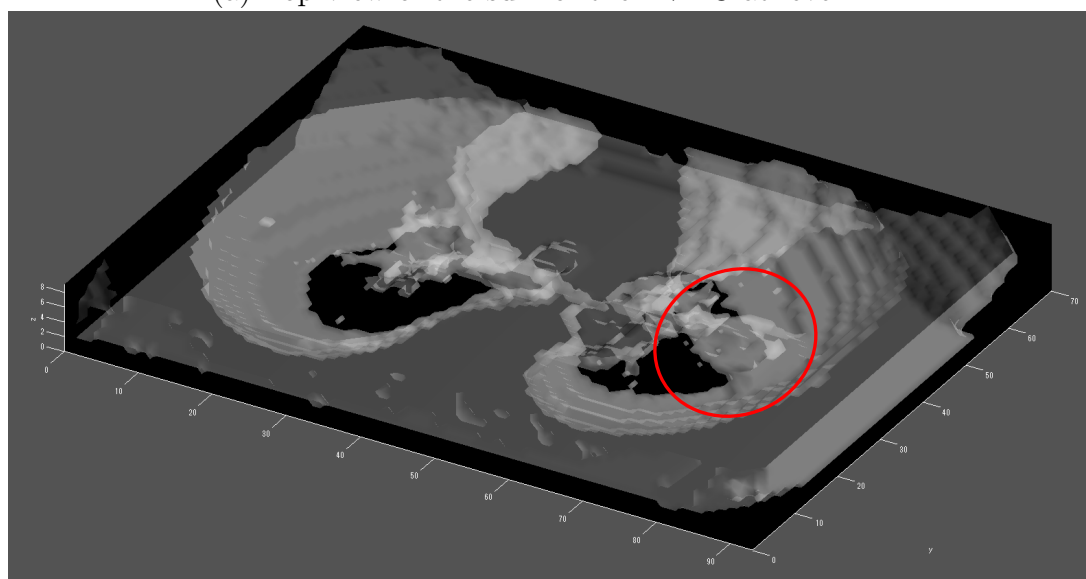


(b)Top diagonal view of the AVDC at level -1

Fig. 6.13 The sum of AVDC at level -1 .



(a) Top view of the sum of the AVDC at level -2



(b) Top diagonal view of the AVDC at level -2

Fig. 6.14 The sum of AVDC at level -2 .

6.5 本章のまとめおよび今後の課題

本章では、PTI-CDWT を基に、3D-CDWT を構築した。得られた結果は以下の通りである。

1. 従来 Kingsbury が提案した方向選択性は、2次元ウェーブレットに対するものであったが、これを拡張し、3D-CDWT における方向選択性の計算式を導出した。
2. 3D-CDWT から3次元の方向成分を計算可能であることを確認した。
3. 3次元の方向成分を再構成した結果(特定方向のウェーブレット)は、特定方向にピークが配置され、特定方向に振動する波形となっていることが確認された。
4. 方向成分の絶対値 AVDC を計算した結果、モデル画像から特定方向のエッジ(境界面)を抽出していることが確認された。

5. 3次元の医用画像へ3D-CDWTと方向選択性を適用し、AVDCの総和を計算した。その結果、腫瘍の輪郭をAVDCとして検出している事が確認された。

今後の課題としては、3D-CDWTの診断支援システムの構築が挙げられる。前章では、腫瘍部位の検出のみであったが、3次元画像の場合は、腫瘍の検出のみならず、腫瘍形状の可視化や強調表示等、多くのアプリケーションを構築可能である。今後、3D-CDWTと方向選択性に適したアプリケーションの開発が必要となる。

第7章 結言および将来展望

7.1 結論

本研究では，画像処理手法として，2次元複素数離散ウェーブレット変換に基に，画像からの特徴抽出手法の構築を目的とした．その中で，画像に含まれる方向性エッジ等の特徴を抽出できる方向選択性に着目し，その機能の改善を検討した．得られた結果は以下の通りである．

- (1) 3章にて，方向選択性の基礎検討を行い，従来曖昧であった方向性特徴が得られる原理を明らかにした．ヒルベルト変換ペアの関係にある，実数部のウェーブレットと虚数部のウェーブレットのフーリエ変換がそれぞれ，対称，反対称の形状を持つことに着目し，実数部を \cos ，虚数部を \sin に置き換えた．その結果， \cos , \sin を Kingsbury の計算式に代入すると，特定方向の波形を構成することを確認した．
- (2) 実数部のウェーブレット，虚数部のウェーブレットが， \cos , \sin で近似可能であることを確認し， \cos , \sin に置き換えた場合と同様に，特定方向の波形から 2D-W が構成されていることを確認した．また，解析する画像は 2D-W と内積を計算しているため，特定方向のエッジを検出していることを確認した．
- (3) \cos , \sin の場合，方向の向きは， $\tan^{-1}(\omega_2/\omega_1)$ で与えられ，方向-周波数の関係を明らかにした．また，その関係を利用し，2D-W が検出する方向，角度範囲を評価する手法を提案した．実際の画像から得られる結果と比較し，評価手法の誤差および妥当性を確認した．
- (4) 3章で検討した，波形の方向と周波数の関係を基に，2D-CWPT に適用するフィルタをスケーリング関数から設計した．スケーリング関数を周波数領域で縮小することにより，パラメータによって任意にカットオフ周波数を調節可能なフィルタを設計した．
- (5) (4) で設計したフィルタと 2D-CWPT を組み合わせ，2D-CWPT から任意の方向成分を抽出可能な手法を提案した．この提案手法が任意の角度範囲の方向性エッジを，いずれの layer からでも，抽出可能であることを確認した．ここから，2D-CWPT とフィルタを基に，特徴抽出機能の改善を確認した．
- (6) 提案手法を半導体ウェーハの欠陥検査に応用し，K-means 法と組み合わせることで，欠陥の認識が可能である事が確認された．従来手法と比較して，提案手法が 19/20 であり，2D-CWPT は 16/20，2D-CDWT は，14/20 であり，2D-STFT が 8/20 であった．ここから提案手法の認識率が最も高く，特徴抽出手法としての有効性が確認された．しかし，いずれの手法においても誤判定が多いことも課題として残ったため，特徴ベクトルの計算方法の再考や K-means 法以外のパターン認識手法の検討，パターン認識後の判定基準の検討が今後の課題となる．
- (7) 新たな方向性ウェーブレット変換の提案により，従来よりも多くの AVDC を計算可能となった．2D-CDWT では 6 方向に限定されていたが，方向性ウェーブレット変換では，任

意の角度範囲に調節出来るため、より多くの AVDC の計算が可能になった。また、本論文の4章の手法では設計誤差が角度範囲に対し 24 % と多いが、方向性ウェーブレット変換は、設計誤差が 0.08 % と非常に少ない。そのため、画像の方向性特徴を高精度に弁別可能な手法である事が確認出来た。そして、画像の詳細な幾何学特徴を得る手法の構築出来た。

- (8) 方向性ウェーブレット変換の比較すべき手法として、Curvelet 変換、ガボールフィルタが挙げられ、それらの手法と変換に係る冗長性の検討を行った。いずれの手法も多くの方向性特徴を抽出可能であるが、方向性ウェーブレット変換は 2D-CDWT を基に設計されているため、冗長性が最も抑えられていることが確認できた。冗長性についても、方向性ウェーブレット変換の有意性が確認された。
- (9) 医用画像処理においては、方向性ウェーブレット変換と 2D-CDWT の変換結果を比較し、方向性ウェーブレット変換が 2D-CDWT に比べ、腫瘍部位以外の振幅が小さく、腫瘍部位の特徴抽出としての有効性を確認した。
- (10) 腫瘍部位の検出については、方向性ウェーブレット変換の適用結果から特徴ベクトルを計算し、SVM を用いて特徴ベクトルを分類した。その後、投票処理と閾値処理によって、腫瘍の位置、大きさを計算可能にした。その結果、方向性ウェーブレット変換で 5/6 の検出率であった。また、誤判定したサンプルは、方向性ウェーブレット変換では確認されなかった。検出率を他の 2D-CDWT、ガボールフィルタと比較し、方向性ウェーブレット変換の検出率が最も高い事が確認された。さらに、腫瘍の大きさが実際の画像上のがんの領域と一致しており、計算した大きさが妥当であることが確認された。
- (11) 各手法から得られる特徴ベクトルの分離度およびヒストグラムについて検討し、方向性ウェーブレット変換の分離度が高いことを確認した。また、ヒストグラムにおいて腫瘍部分の分布と正常部分の分布に差異が見られた。
- (12) 腫瘍モデルを作成し、合計 4320 枚の画像 (ガボールフィルタにおいては 720 枚) から、腫瘍認識実験を行った。その結果、全体の検出率、および腫瘍の大きさ別、腫瘍の角度別の検出率においても、方向性ウェーブレット変換の検出率が他の手法と比較して最も高い事が確認された。しかし、いずれの手法においても半径が小さい腫瘍モデルにおいて検出率が低く、早期がん等の診断に重要なパターンにおいて検出率が低いという課題が残った。また、腫瘍モデルの回転角度によっても検出率が変化している事が確認された。
- (13) 従来 2 次元に留まっていた方向選択性の計算式を、その原理に基づき 3 次元に拡張した。その結果、特定方向のウェーブレットが構成されることを確認した。また、方向成分の絶対値から 3 次元画像の特定方向のエッジ (境界面) を検出できることが確認された。
- (14) 3 次元の医用画像へ 3D-CDWT と方向選択性を適用し、AVDC の総和を計算した。その結果、腫瘍の輪郭を AVDC として検出している事が確認された。

上記の結果から、2D-CWPT にフィルタを付与する手法、方向性ウェーブレットのどちらの手法においても、従来手法よりも高い検出率を示しており、その特徴抽出手法としての有効性を確認できた。また、通常、画像特徴はその種類が多い方が、より検出精度が向上する。しかし、半導体ウェーハの欠陥検査において、提案手法は 56 種類の特徴量を利用しているが、252

種類の特徴量を利用している 2D-CWPT よりも高い認識率が得られた。ここから、提案手法の角度範囲の設定が、欠陥検査に適しており、欠陥の分離に効率的な変換となっていたことが確認できる。

7.2 今後の課題・展望

前節の結論から本研究および本研究の研究分野における今後の展望について述べる。

最初に画像変換手法として、冗長性の抑制が挙げられる。方向性ウェーブレット変換や Curvelet 変換等は冗長な変換であるため、画像処理手法としての応用分野が限定される。また、コンピュータビジョンやパターン認識においても、直交であり、冗長性のない特徴抽出が、分類・圧縮に有用であるため、今後、方向性特徴の抽出と直交性の両立が課題となる。同様に、特徴抽出手法として、パターン認識と併用する場合は、各パターン認識の各アルゴリズムとの相性を検討する必要がある。

次に、画像変換手法の評価方法の提案がある。本研究で提案した2つの手法の貢献は、ウェーブレット変換の自由度を向上させたことである。方向という指標が自由に選択可能になったため、そのパラメータを入力画像群に対し、どのように設定することが最適であるかを評価しなければならない。そのため、画像の物体検出やノイズ除去、領域分割等の目的に合わせて、画像変換の処理が、どの程度妥当であるかを評価する関数が必要となると考えられる。ウェーブレット変換には、従来より最良基底アルゴリズムと呼ばれる方法がある。これは、変換された各レベルの信号から、コスト関数を基にエントロピーを計算し、エントロピーが最少となる変換基底を機械的に選択可能なものである。この手法を拡張し、エントロピーだけでなく、 l_1 ノルムや l_2 ノルムも評価基準として最適化可能な手法の構築が今後の課題となる。

次に、方向性ウェーブレット変換や 2D-CDWT, Curvelet 変換等を基にした特徴記述子の構築が課題となる。画像の特徴記述子として、SIFT や HOG 等が頻繁に利用されているが、2D-CDWT 等は変換方法として有用であるにも関わらず、それを基にした特徴ベクトルの構成方法や特徴記述子の構築を検討した例がほとんどない。そのため、変換結果から特徴ベクトルを構成するまでのプロセスを今後検討する必要がある。同様に、変換結果を利用し、画像中のコーナーや特徴点を検出する手法の構築にも展開が期待できる。また、コーナーやアングル等が検出可能であれば、より高次元な形状情報の取得にも繋がる。動物の視覚情報処理においても一次視覚野で得られた特定方向の成分に分解した情報を利用し、次の二次視覚野や以降の処理課程では、特定アングルの情報を構築し、認識に有用な情報を構築している^[87]。このように、変換結果を利用方法の検討によって、単純な画像特徴からより意味論的な特徴への発展が期待出来る。

次に、ウェーブレット変換全体の課題として、周波数が時間的に変化する現象への対応が挙げられる。従来は、複数の周波数成分を時系列で捉え、周波数の時間変化を可視化していた。しかし、信号の過渡状態や異常状態等の周波数 A から周波数 B へと移り変わる信号のみを抽出したい場合、従来のウェーブレット変換では、困難である。このような周波数の変化パターンも考慮した変換方法の構築が課題となる。

研究業績

査読付学術論文

1. T. Kato, Z. Zhang, H. Toda, T. Imamura, T. Miyake, A Novel Design Method for Directional Selection based on 2-Dimensional Complex Wavelet Packet Transform, International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, Vol.11, No.4, pp.1360010.1-1360010.27, 2013.
2. 加藤毅, 章忠, 戸田浩, 今村孝, 三宅哲夫, 2次元複素数離散ウェーブレット変換の方向選択性およびその半導体ウェーハの欠陥検査への応用, 日本機械学会論文集 (C) 編, Vol.79, No.808, pp.4901-4916, 2013.

査読付国際会議論文

1. Z. Zhang, T. Kato, H. Toda, T. Imamura, T. Miyake, A Study of Direction Selection Properties of the 2-Dimensional Complex Wavelet Packet Transform, Proc. of the 2011 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, pp.266-271, 2011.
2. T. Kato, Z. Zhang, H. Toda, T. Imamura, T. Miyake, A Novel Design Method for Directional Selection of 2-Dimensional Complex Wavelet Packet Transform, Proc. of the 2012 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, pp.417-423, 2012.
3. T. Kato, Z. Zhang, H. Toda, T. Imamura, T. Miyake, The Principle and Evaluation Method of Directional Selection of Complex Wavelet Transform, Proc. of the 2013 International Conference of Wavelet Analysis and Pattern Recognition, pp. 294-299, 2013.
4. T. Kato, Z. Zhang, H. Toda, T. Imamura, T. Miyake, Y. Ishikawa, Design of Directional Selection for Three-Dimensional Complex Discrete Wavelet Transform, Proc. of the 2013 6th International conference on Machine Vision, Vol. 9067 pp.906704-1-906704-5, 2013.
5. T. Kato, Z. Zhang, H. Toda, T. Imamura, T. Miyake, The Novel Directional Selection based on Complex Discrete Wavelet Transform, Proc. of the 2014 International Conference of Wavelet Analysis and Pattern Recognition, pp. 164-169, 2014(Lotfi Zadeh Best Paper Award Finalist).

参考文献

- [1] 橋本学, 糊澤信, 中川泰夫, 生産システム分野における画像応用の現状と期待, 精密工学会誌, Vol.75, No.2, pp.224-227, 2009.
- [2] 藤田広志, 医用画像のためのコンピュータ支援診断システムの開発の現状と将来, 日本写真学会誌, Vol.66, No.5, pp.484-490, 2003.
- [3] 奥水大和, 橋本学, 糊澤信, 梅田和昇, 精密工学における画像産業応用技術の展望, -その技術の性質と立脚すべき科学技術試論- 精密工学会誌, Vol.75, No 2, pp.213-219, 2009.
- [4] 榊原 進, ウェーブレットビギナーズガイド, 東京電機大学出版局, 1998.
- [5] B.B. ハバード著, 山田道夫, 西野操訳, ウェーブレット入門 -数学的道具の物語- 朝倉書店, 2003.
- [6] S. G. Mallat, A wavelet tour of signal processing, Academic Press, 1999.
- [7] 戸田浩, 章忠, 川畑洋昭, 最新ウェーブレット実践講座:入門と応用: 信号処理の基礎から最新理論まで, ソフトバンククリエイティブ, 2005.
- [8] S. G. Mallat, A Theory for Multiresolution Signal Decomposition The Wavelet Representation, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.11, No.7, pp.674-693, 1989.
- [9] I. Daubechies, Ten lecture on Wavelets, pp.406-423, SIAM Philadelphia, 1992.
- [10] 新島耕一, ウェーブレット画像解析, 科学技術出版, 1999.
- [11] 金谷健一, これならわかる応用数学教室 最小二乗法からウェーブレットまで, 共立出版, 2003.
- [12] 藤吉弘亘, 山下隆義, 岡田和典, 前田栄作, Vincent Nozick, 石川尋代, Francois de Sorbier, コンピュータビジョン最先端ガイド2, アドコム・メディア株式会社, 2010.
- [13] K. Yamatani, N. Saito, Improvement of DCT-based compression algorithms using Poisson's equation, IEEE Trans. on Image Processing, Vol.15, pp.3672-3689, 2006.
- [14] P. Viola, M. Jones, Rapid Object Detection using a Boosted Cascade of Simple Features, IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR2001), Vol.1, pp.I-511-I-518, 2001.

- [15] 章忠, 戸田浩. シフト不変な複素数離散ウェーブレット変換 第1報:複素数ウェーブレット変換の理論と原理, *Journal of signal processing*, Vol.11, No5, 387-399, 2007.
- [16] 戸田浩, 章忠, シフト不変な複素数離散ウェーブレット変換第2報:直交ウェーブレットをもとにした複素数ウェーブレット設計法の一提案, *Journal of signal processing*, Vol.11, No5, pp.401-412, 2007.
- [17] 戸田浩, 章忠, シフト不変な複素数離散ウェーブレット変換 第3報:新たな複素数ウェーブレット変換の計算法, *Journal of signal processing*, Vol.11, No5, pp.413-424, 2007
- [18] I. W. Selesnick, The design of approximate Hilbert Transform pairs of wavelet bases, *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol.50, No.5, pp.1144-1152, 2002.
- [19] S. G. Mallat, Matching pursuits with time frequency dictionaries, *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol.41, No.12, pp.3397-3415, 1993.
- [20] N. G. Kingsbury, Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals, *Journal of Applied and Computational Harmonic Analysis*, Vol. 10, No. 3, pp.234-253, 2011.
- [21] I. W. Selesnick, R. G. Baraniuk, N.G.Kingsbury, The dual-tree complex wavelet transform, *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.22, No.6, pp.123-151, 2005.
- [22] 戸田浩, 章忠, 完全シフト不変性を実現する複素数離散ウェーブレット変換, *Journal of Signal Processing*, Vol.12, No.2, pp.156-166, 2008.
- [23] H. Toda, Z. Zhang, Perfect Translation Invariance with a Wide Range of Shapes of Hilbert Transform Pairs of Wavelet Bases, *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, Vol.8, No.4, pp.501-520, 2010.
- [24] N. G. Kingsbury, The dual-tree complex wavelet transform: a new technique for shift invariance and directional filters, *IEEE Digital Signal Processing Workshop(DSP2013)*, pp.2543-2560, 1998.
- [25] 戸田浩, 章忠, 川畑洋昭, 2次元複素数多重解像度解析を応用した方向選択性とその画像への応用に関する研究, *日本機械学会論文集 (C) 編*, Vol.71, No.703, pp.124-131, 2005.
- [26] Z. Zhang, N. Komazaki, T. Imamura, T. Miyake, H. Toda, Directional selection of two-dimensional complex discrete wavelet transform and its application to image processing, *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, Vol.8, No.4, pp.659-676, 2009.
- [27] D. Marr 著, 乾敏郎, 安藤広志訳, ビジョン-視覚の計算理論と脳内表現-, 産業図書, 1988.
- [28] 新井仁之, 単純かざぐるまフレームレット, *数理解析研究所講究録*, Vol.1684, pp.63-67, 2010.

- [29] C. C. Liu, D. Q. Dai, Face recognition using dual tree complex wavelet transform, *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 18, No.11, 2009.
- [30] 大谷卓也, 國吉康夫, 稲葉雅幸, 井上博允, 視覚情報の特徴学習による形状識別に関する研究, 日本ロボット学会創立 20 周年記念学術講演回, 1A26, 2002.
- [31] 三谷重知, 呉海元, 塩山忠義, ガボール変換による自動車検出, 電子情報通信学会誌 D-II, Vol.J83-D-II, No.4, pp.1-11, 2000.
- [32] 武井一典, 本間経康, 石橋忠司, 酒井正夫, 後藤太邦, 吉澤誠, 阿部健一, 形状的特徴量抽出に基づく胸部 X 線 CT 画像における肺結節陰影パターンの自動鑑別, 日本知能情報ファジィ学会誌 知能と情報, Vol.20, No.1, pp.108-116, 2008.
- [33] R. H. Bamberger, M. J. T. Smith, Efficient 2-D analysis/synthesis filter banks for directional image component representation, *Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems(ISCAS1990)*, Vol.3, pp.2009-2012, 1990.
- [34] R. H. Bamberger, M. J. T. Smith, A filter bank for the directional decomposition of images: theory and design, *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol.40, No.4, pp.882-893, 1992.
- [35] W. T. Freeman, E. H. Adelson, The design and use of steerable filters, *IEEE Trans.on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.13, No.9, pp891-906, 1991.
- [36] 近藤功, アンドレアクティチ, 田中宏征, 坂野鋭, Steerable filter によるテクスチャ特徴抽出, 電子情報通信学会技術報告, パターン認識・メディア理解 Vol.104, No.573, pp.13-18, 2005.
- [37] J. L. Starck, E. J. Candes, D. L. Donoho, The curvelet transform for image denoising, *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol.11, No.6, pp.670-684, 2002.
- [38] M. N.Do, M. Vetterli, The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation, *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol, 14, No.12, pp.2091 - 2106, 2005.
- [39] W. Q. Lim, The discrete shearlet transform: a new directional transform and compactly supported shearlet filter, *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol.19, No.5, 2010.
- [40] F. M. Kazemi, S. Samadi, H. R. Poorreza, T. M. R. Akbarzadeh, Vehicle recognition using curvelet transform and SVM, *Proc. of IEEE International Conference on Information technology(ITNG2007)*, pp.516-521, 2007.
- [41] Y. Cheng, Y. Hou, C. Zhao, Z. Li, Y. Hu, C. Wang, Robust face recognition based on illumination invariant in nonsubsamped contourlet transform domain, *Neurocomputing*, Vol.73, No.10, pp.2217-2224.

- [42] 戸田浩, 章忠, 完全シフト不変性を実現する複素数離散ウェーブレット・パケット変換, *Journal of Signal Processing*, Vol.14, No.2, pp.139-152, 2008.
- [43] H. Toda, Z. Zhang, T. Imamura, The design of complex wavelet packet transforms based on perfect translation invariance theorems, *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, Vol.8, No.4, pp.537-558, 2010.
- [44] I. Bayram, I. W. Selesnick, On the dual-tree complex wavelet packet and M-band transform, *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.56, No.6, pp.2298-2310, 2008.
- [45] A. Jalobeanu, L. B. Feraud, J. Zerubia, Satellite image deblurring using complex wavelet packets, *International Journal of Computer Vision*, Vol. 51, No.3, 205-217, 2003.
- [46] 臨床医学のためのウェーブレット解析, 石川康宏, pp154-177, 医学出版, 2000.
- [47] L. G. David, Distinctive image features from scale-invariant keypoints, *Journal of Computer Vision*, Vol.60, No.2, pp.91-110, 2004.
- [48] H. Bay, A. Ess, T. Tuytelaars, L. V. Gool, Speeded up robust features, *Computer Vision and Image understanding*, Vol.119, No. 3, pp.346-359, 2008.
- [49] N. Dalal, B. Triggs, Histograms of oriented gradients for human detection, *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR2005)*, Vol.1, pp.886-893, 2005.
- [50] 山崎俊彦, 40 分で書く HOG, 電子情報通信学会技術報告, パターン認識・メディア理解, Vol.110, No. 27, pp.39-43, 2010.
- [51] Y. Du, C. Belcher, Z. Zhou, Scale invariant gabor descriptor-based noncooperative iris recognition, *Eurasip Journal on Advances in Signal Processing*, Vol. 2010, Article ID 936512, 2010.
- [52] 章忠, 戸田浩, 藤原久永, RI-Spline ウェーブレットおよびその画像処理への応用, 計測自動制御学会論文集, Vol.40, No.12, pp.1177-1185, 2004.
- [53] B. Wang, Y. Wang, I. Selesnick, A. Vetro, Video coding using 3-D dual-tree wavelet transform, *EURASIP Journal on Image and Video Processing*, Vol. 2007, Article ID 42761, 2007.
- [54] 中静真, スパース表現とその音声・画像処理への応用, 数理解析研究所講究録, Vol. 1743, pp.65-76, 2011.
- [55] 村田昇, スパースコーディングの基礎理論と画像処理への応用, 情報処理学会 研究報告, Vol. 25, pp.155-162, 2011.

- [56] 尾知博, シミュレーションで学ぶデジタル信号処理 Matlab による例題を使って身につける基礎から応用, CQ 出版社, 2001.
- [57] 北川克一, 半導体液晶プロセスにおける検査技術の動向, 電子情報通信学会技術研究報告, パターン認識・メディア理解, Vol.101, No.124, pp87-94, 2001.
- [58] 中野宏毅, 吉田靖夫, 藤田 和弘, ガボール関数を用いたカラー液晶ディスプレイのマクロ欠陥検査支援, 電子情報通信学会論文誌, D-II, 情報・システム, II-情報処理 J80-D, Vol. 2, No. 3, pp.734-744, 1997.
- [59] 藤原久永, 章忠, 八田浩之, 興水大和, 並進不変ウェーブレット縮退を用いた織物表面検査, 電気学会論文誌 D, Vol.126, No.1, pp25-34, 2006.
- [60] T. S. Li, Applying wavelets transform and support vector machine for copper clad laminate defects classification, Computers and Industrial Engineering, Vol.56, No.3, pp.1154-1168, 2009.
- [61] 岡田彩加, 大山航, 若林哲史, 木村文隆, 自己想起ニューラルネットを用いた画像色解析による果実の自動判別, 電子情報通信学会技術研究報告 信学技報, Vol. 114, No. 197, pp.51-56, 2014.
- [62] ViEW2007 ビジョン技術の実利用ワークショップ講演論文集, pp390-407, 2007.
<http://alcon.itlab.org/08/>
- [63] 岩橋政広, 周波数変換, 電子情報通信学会「知識の森」第2郡5編5章, 2013.
- [64] チャールズ K チュウイ著, 桜井明, 新井勉訳, 数理科学ウェーブレット入門, 東京電機大学出版局, 1993.
- [65] 陳延偉, 独立成分分析 (2) -ICA 基底による特徴抽出-, Medical Imaging Technology, Vol. 21, No. 2, pp.170-174, 2003.
- [66] N.Kingsbury, Complex Wavelets for Shift Invariant Analysis and Filtering of Signals, Applied and Computational Harmonic Analysis, Vol. 10, No. 3, pp.234-253, 2001.
- [67] J. Ma, G. Plonka, The Curvelet Transform [A review of recent applications], IEEE Signal Processing Magazine, Vol.27, No. 2, pp.118-133, 2010.
- [68] E. J. Candes, curvelet.org, available from <http://www.curvelet.org/software.html>, (参照日 2014 年 12 月 22 日).
- [69] 大友邦, 興梠征典, 杉村和郎, 福田国彦, 松永尚文, 村田喜代史, 画像診断 update 検査の組み立てから診断まで, 日本医史学会雑誌 第 140 巻・特別号 (1), 日本医師会, 2012.

- [70] 片山仁, 前原忠行, 多田信平, 土井修, 大友邦, 宗近宏次, 杉村和朗, X線CTのABC, 日本医師会, 1997.
- [71] 小椋潤, 内山良一, 山内将史, 横山龍二郎, 原武史, 山川弘保, 安藤弘道, 岩間亨, 星博昭, 藤田広志, ベクトル集中度フィルタを用いたMRA画像における脳動脈瘤の検出法, 医用画像情報学会誌, Vol. 24, No. 2, pp.84-89, 2007.
- [72] 小室一成, 循環器内科の分野で使われる画像診断, 医学出版 月刊レジデント, Vol. 3, No. 2, 2010.
- [73] 小林昌史, 高橋弘樹, 金亨燮, タンジュークイ, 石川聖二, 山本晃義, 3次元リージョンローイングとテンプレートマッチングを用いたCT画像からの肺臓・心臓領域の自動抽出, バイオメディカル・システム学会誌, Vol. 12, No. 1, pp.93-98, 2010.
- [74] M. M. Eltoukhy, I. Faye, B. B. Samir, Breast cancer diagnosis in digital mammogram using multi scale curvelet transform, Computerized Medical Imaging and Graphics, Vol. 34, No. 4, pp.269-276, 2010.
- [75] 山本めぐみ, 石川隆行, 川下郁生, 影本正之, 藤川光一, 水戸川芳巳, 祖母井努, 石根正博, 伊藤勝陽, 秋山實利, 胸部三次元CT画像における結節状陰影の自動検出法の開発, 日本放射線技術学会誌, Vol. 62, No. 4, pp.555-564, 2006.
- [76] 中山良平, 内山良一, 医用画像における円形・線状パターン検出のためのフィルタバンクの構築, 電子情報通信学会誌 D-II, Vol. J87-D-II, No. 1, pp.176-185, 2004.
- [77] 前田英作, 痛快!サポートベクトルマシン-古くて新しいパターン認識手法-, 情報処理, Vol.42, No. 7, pp.676-683, 2001.
- [78] 岡崎彰夫, ビギナーズブックス はじめての画像処理技術, 工業調査会, 2000.
- [79] 若杉智和, 西浦正英, 福井和広, 多次元分布間の分離度を用いたロバストな唇輪郭抽出, 電子情報通信学会技術研究報告 パターン認識・メディア理解 Vol.103, No.737, pp.121-126, 2004.
- [80] 吉永幸靖, 小畑秀文, 集中度評価法とベクトル集中度フィルタ, Medical Imaging Technology, Vol.19, No. 3, pp.154-160, 2001.
- [81] 重本加奈恵, 滝沢穂高, 山本眞司, 中川徹, 松本徹, 舘野之男, 飯沼武, 松本満臣, 3次元物体モデルを用いた胸部X線CT画像からの結節陰影認識の高速化, Medical Imaging Technology, Vol.21, No.2, pp.147-156, 2003.
- [82] J.Fauqueur, N. G. Kingsbury and R. Adelson, Multiscale keypoint detection using the dual tree complex wavelet transform, IEEE International Conference on Image Processing, pp.1625-1628, 2006.

- [83] Y. Gao, H. Zhang, J. Gao, A novel keypoint detection in wavelet pyramid space, International Journal of Digital Content Technology and its Applications, Vol.5, No.6, 2011.
- [84] 高野茂, リフティングウェーブレットによるマルチスケール特徴の抽出とその応用, 第五回ウェーブレット変換およびその応用に関するワークショップ, pp.7-10, 2012.
- [85] 藤ノ木健介, 石光俊介, 3 角形ウェーブレットによる画像のマルチスケールキーポイント解析, 第五回ウェーブレット変換およびその応用に関するワークショップ, pp.1-3, 2012.
- [86] 菅田良博, 木戸尚治, 庄野逸, 胸部 CT 画像を用いたびまん性肺疾患画像解析のための 2 次元と 3 次元特徴解析の比較, 医用画像情報学会誌, Vol.25, No.3, pp.43-47, 2007.
- [87] M. Ito, H. Komatsu, Representation of angles embedded within contour stimuli in area V2 of macaque monkeys, The Journal of Neuroscience, Vol.24, No.13, pp.3313-3324, 2004.
- [88] 樋口静一, 新野将行, 本橋康之, 画像処理によるヘアライン仕上面の欠陥検出方法: 機械要素, 潤滑, 工作, 生産管理など, 日本機械学会論文集 (C) 編, Vol.67, No.657, pp1655-1662, 2001.
- [89] B. Wang, Y. Wang, I. W. Selesnick, A. Vetro, Video coding using 3-D dual-tree wavelet transform, EURASIP Journal on Image and Video Processing, Vol. 2007, Article ID 42761, 2007.

謝辞

本研究に取り組むにあたり，大学内外を問わず大変多くの方にご指導頂きました．私の未熟な点もあり，多くの方にご迷惑をおかけしたにも関わらず，本論文を博士課程の集大成として執筆出来たことを大変嬉しく思います．また，指導頂いた方々にお礼申し上げます．

本研究を遂行するにあたり，研究の着想段階から，結果の議論や論文の執筆に至るまで，全ての段階において，章忠教授，戸田浩研究員の丁寧な指導や激励がなければ，博士論文の完成には至りませんでした．深くお礼申し上げます．博士論文だけでなく，両先生のご指導のもと，多くの国際会議や海外研修等の経験を積むこともでき，研究者としての基礎を学べたことを大変嬉しく思っております．

また，本論文の副査を快く引き受けていただいた飯田明由教授，三宅哲夫准教授，三好孝典准教授から，予備審査から本審査にかけて的確なご指摘を賜りましたことを感謝致します．

研究以外の学生生活全面において，今村孝助教（現新潟大学准教授）には大変お世話になり，多くのご迷惑・ご心配をかけながらも，熱心にご指導いただいたことを深く感謝致します．研究の遂行に限らず，研究室の運営・管理等，多くの方面に関して，勉強させて頂きました．決して優秀な学生とは言えませんでした，ご指導いただけたことを大変感謝しております．

学外では，大阪教育大学芦野隆一教授，同大学守本晃准教授には，学術論文，国際会議論文の査読や討論等にご協力いただきました．両先生の的確なご指摘もあり，私の研究の遂行の大きな助力となりました．山形大学李鹿輝教授，流通経済大学井川信子教授，佐賀大学藤田景子准教授，東海大学藤ノ木健介講師の各先生方には，国際会議発表や国内研究会において，多くの討論を頂きました．また，本学関野秀男教授からも学会や研究会で多くの議論を頂きました．合わせて深くお礼申し上げます．石川医院の石川康宏氏には，医学の知識がない私にもわかりやすく医用画像診断についてご教授いただきました．実画像データの取得や送付等，医院の業務がある中で，ご協力いただきましたことを大変感謝しております．

また，本学博士課程海外研究プログラムを利用し，私がニューヨーク大学に渡航した際，Ivan Selesnick 准教授には，研究だけでなく，生活面も多くの支援を賜り，大変感謝しております．また，計測システム研究室や他の研究室の皆様には，学生生活において，多くのご迷惑をおかけしましたが，有意義な学生生活を共に過ごせたことを深く感謝いたします．特に，同室で多くの議論，アドバイスをしていただいた大滝仁氏，細川翔太郎氏，澤村一輝氏，嶋末昂祐氏，Chong Huei Shan 氏，鈴木隼爾氏に厚くお礼申し上げます．計測システム研究室の事務補佐として，研究室の運営に尽力していただいた宮本麻乃氏に感謝致します．

本学の先輩として，研究活動に多くのご助言をいただいた秋月拓磨氏，田崎良佑氏，上野祐樹氏，渋谷涼太氏にお礼申し上げます．また，博士課程の同級生として，苦楽を共にした足立望氏，山下貴仁氏，佐郷幸法氏，相原卓磨氏に深く感謝いたします．

最後になりましたが，このような学習の機会を与えた頂いた家族と，学生生活をかけがいのないものにしていただいた友人諸氏に心より感謝の意を示します．