

波浪を受ける構造物周辺における
海底地盤底質移動の定量的評価手法

(Quantitative Evaluation Method for
Sediment Flow on Seabed around
Structures Subjected to Wave Loading)

2020年1月

博士（工学）

TRAN ANH QUANG
チャン アン クワン

豊橋技術科学大学

令和 2 年 02 月 07 日

建築・都市システム 工学専攻	学籍番号 第 115503 号	指導教員 三浦 均也 中澤 祥二 齊藤 大樹
氏名 TRAN ANH QUANG		

論文内容の要旨 (博士)

博士学位論文名	波浪を受ける構造物周辺における海底地盤底質移動の定量的評価手法
---------	---------------------------------

(要旨 1,200 字程度)

防波堤や離岸堤、護岸などが荒天時の波浪により被災する事例がしばしば報告されている。これら沿岸構造物の被災は波浪による水圧を構造物が直接受けることが主な原因であるが、構造物周辺の海底地盤も同時に波浪を受けることにより不安定化することで被災を拡大したことが示唆する事例も少なくない。後者においては、海底面近傍における波浪流速により底質が移動することで生じる洗掘現象が構造物を不安定にすることに加え、海底面での水圧変動への応答として海底地盤内の有効応力が低下するために構造物基礎の一体性や耐荷性能が損なわれることが被災の要因としても指摘されている。本研究の目的は、海底地盤の侵食現象を定量的に解析するための手法を提案することであり、波浪流速の関数である掃流漂砂の挙動に海底地盤の有効応力応答の影響を考慮することによって底質移動とその貯留挙動を合理的に説明することである。

解析手法は、「線形波動理論による波浪解析」と「多孔質弾性体モデルによる海底地盤の有効応力解析」、「掃流力による漂砂量の経験的な評価」で構成され、それぞれを定式化して総合することによって、波浪を受ける構造物周辺の底質移動と海底地盤の侵食と堆積挙動を定量的に評価する手法を構築した。さらに、一様水深波浪場において入射波を受ける直線構造物および円柱構造物を対象とした構造物周辺における底質移動解析を実施することにより、提案する解析手法の妥当性を検証している。

直線構造物に対し垂直に進行波が入射する場合には典型的な定常波が発生するが、進行波が斜方向から入射する場合には構造物に垂直な方向では定常波の特性を、平行な方向では進行波の特性を有する複合的な波浪挙動が見られる。また、垂直に屈曲した直線構造物に拡張すると、双方向に定常波の特性を有する複雑な波浪挙動が見られる。これら直線構造物の周辺では通常の微小振幅波理論の枠組みにおける平面波としての入射波と反射波の重ね合わせとして波浪挙動を解析した。一方、円柱構造物では反射波に加えて構造物側面を回り込む回折波も含めた波浪特性が見られるが、これはフーリエ級数の各項にベッセル関数を組み込んだ数式解を用いて解析した。これらの波浪に対する海底地盤の有効応力応答は、海底地盤を多孔質線形弾性体としてモデル化することによって数式解を誘導して用いた。掃流力による漂砂流量の評価には、海底面に作用する流速の関数としての掃流力に加えて、海底地盤の有効応力応答により変動する流動化層の厚さを考慮した。これらが波浪の周期内で複合的に変化する結果として生じる漂砂の移動速度とその蓄積量を算定した。

本研究の成果は以下のようにまとめられる。

- 進行波の場合には漂砂流量はすべての地点で等しく進行波と反対方向に生じるために漂砂は貯留しないが、定常波においては腹から節に向けての蓄積的な底質移動による腹における侵食と節における堆積が生じることを示した。
- 一般には波浪の非線形性や漂砂の浮遊などを考慮しなければ漂砂の蓄積的な流れと洗掘現象を説明するのが困難であるが、掃流漂砂を対象に海底地盤の有効応力応答を考慮することによって、構造物の側面で侵食が生じるなどの洗掘現象を合理的に説明できることを明らかにした。
- 垂直に屈曲した直線構造物周辺では定常波の特性に合わせて、格子状に発生する節の直下では底質の堆積が生じ、一方、直線構造物の隅角部を含む格子中央の腹直下では海底が侵食されることを示した。
- 円柱構造物背面では節と腹が見られない進行波の特性が卓越するため、漂砂流は構造物に向かい、その後側面を回り込んで構造物前面へ漂砂が供給されることが分かった。一方、入射波を受ける円柱構造物前面においては定常波の特性が現れるので、波浪が腹となる構造物前面では海底は侵食し、その後同心円状に波浪では節と腹、海底面では堆積と侵食と堆積を繰り返すことを示すことができた。このことは円柱構造物前面である程度の侵食が生じ、これにより構造物が不安化する可能性があることを示している。

Date of Submission (month day, year) : Feb 7th, 2020

Department of Architecture and Civil Engineering	Student ID Number	115503	Supervisors	MIURA KINYA NAKAZAWA SHOJI SAITO TAIKI
Applicant's name	TRAN ANH QUANG			

Abstract (Doctor)

Title of Thesis	Quantitative Evaluation Method for Sediment Flow on Seabed Around Structures Subjected to Wave Loading
-----------------	---

Approx. 800 words

Coastal structures, such as breakwaters and revetments, are sometimes damaged severely by stormy wave loading. The damages of the structures are caused mainly by impulsive wave pressure, and, however, some case studies reported that some of the damages were often enhanced by the destabilization of seafloor to which the dynamic water pressures are applied. It is important that not only the scoring resulted from the wave induced sediment flow, but also the deterioration of integrity and load bearing capacity of seafloor due to its effective stress response to wave loading, destabilizes the coastal structures. This study aims to propose the quantitative evaluation method for the scoring on seafloor, and clarify rationally the accumulation mechanism of sediment flow regarding the effective stress response of seafloor to wave loading.

The evaluation method consists of three processes: linear wave theory, pore-elasticity for seabed medium, and empirical sediment flow model mobilized by sea wave traction; in the three processes wave behavior around structures, response of seabed to wave loading and sediment flow and accumulation behavior are formulated, respectively. The evaluation method was applied to the sediment flow behavior near line structures and cylindrical structures set up in the infinite seawater field with uniform depth. And the applicability of the evaluation method was verified through the discussion on evaluated results of sediment flow.

In the case where an incident plane wave meets a straight line structure in perpendicular direction, a classical stationary wave is generated. However, in the case where an incident plane wave meets in diagonal direction, the generated wave field shows the feature of stationary wave in the perpendicular direction and that of travelling wave in parallel direction, as a result of superposition of the incident and reflected waves. When an incident wave meets a broken line structure with right angle, the generated wave field shows in rectangular grid type stationary wave field. On the other hand, if an incident plane wave meets a right cylindrical structure, a diffracted wave, as well as reflected wave, is generated. The superposition of the diffracted, reflected and incident waves was calculated with Fourier series in circumferential direction combined with Bessel function in radial direction. The effective stress response of seabed to the wave loading near structures was calculated with analytical solution in the framework of linear poroelastic theory. The sediment flow rate on seafloor was evaluated from the traction force as a function of seawater flow velocity, regarding the variation of thickness of sediment flow layer affected by the effective stress response of seafloor.

The findings in the present study can be summarized as follows:

- Under the traveling waves in infinite seawater field, sediment flow becomes uniform over the whole field, and then accumulation of sediment is not generated anywhere. However, under stationary waves sediment

moves accumulatively from loops to nodes by wave traction force in a wave period, and as a result sediment is deposited beneath the wave nodes, on the contrary the seafloor is eroded beneath the wave loops including near structure side walls.

- It is generally difficult to explain the mechanism of accumulative sediment flow in particular direction, disregarding nonlinearity or suspension of sediment particles. However, regarding the effective stress response of seabed to wave loading makes it possible to calculate the accumulative sediment movements induced by wave traction force, and explain the fundamental mechanism of scouring associated with erosion and deposition of sediment even within linear wave theory.
- The rectangular grid type stationary waves appear near the right angle broken line structures which is subjected to incidence of plane waves in diagonal directions. In this case sediment is deposited on the nodal grid lines, and in contrast seafloor is eroded on the centroids of the grids. It would be important that seafloor is eroded severely at the corner of the broken line structures, which would be destabilized by the erosion.
- In the case of right cylindrical structures, sediment flows toward the structure in the wide range including structure back under the influence of travelling waves, and the sediment moves from back to front along structure side surface. It should be noted that the erosion and deposition on concentric arcs are repeated in the wide range of structure front under the influence of stationary wave. It would be important that the notable erosion on the structure front side possibly destabilizes the cylindrical structure.

目 次

1. 序論	1
1.1. 研究の目的および意義	1
1.2. 既往の研究	2
1.2.1. 波浪による沿岸構造物の被害事例	2
1.2.2. 構造物周辺の波浪解析に関する研究	5
1.2.3. 海底地盤の波浪に対する応力応答	5
1.2.4. 構造物周辺の底質移動に関する実験と解析	7
1.3. 本論文の構成	12
2. 線形波動理論による波浪解析手法	15
2.1. 進行波の波浪解析	16
2.1.1. 幾何学的定義および境界条件	16
2.1.2. 速度ポテンシャルの誘導	18
2.1.3. 流速, 水圧, 変位の計算	20
2.2. 進行波の円筒座標系における波浪解析	21
2.2.1. 速度ポテンシャルの修正	21
2.2.2. 修正した流速, 水圧, 変位の計算	21
2.3. 進行波における進行方向の一般化	22
2.3.1. 平面波の一般化	22
2.3.2. 速度ポテンシャルの一般化	25
2.3.3. 修正した流速, 水圧, 変位の計算	25
2.4. 直線構造物に斜行する入射波による波浪解析	27
2.4.1. 解析における仮定	27
2.4.2. 速度ポテンシャルの誘導	27
2.4.3. 流速, 水圧, 変位の計算	29
2.5. 屈曲直線構造物に斜行する入射波による波浪解析	31
2.5.1. 解析における仮定	31
2.5.2. 速度ポテンシャルの誘導	31
2.5.3. 流速, 水圧, 変位の計算	32
2.6. 円柱構造物周辺の波浪解析	33
2.6.1. 解析における仮定	33
2.6.2. 速度ポテンシャルの誘導	35
2.6.3. 流速, 水圧, 変位の計算	39

3. 多孔質弾性理論に基づく海底地盤の有効応力応答解析手法	41
3.1. 連続体の弾性変形解析	41
3.2. 多孔質弾性体による海底地盤のモデル化	48
3.3. 一次元・準動的条件下における海底地盤の応答解析	55
3.3.1. 静的定常状態	55
3.3.2. 一次元・準動的条件	62
4. 掃流力による底質移動の定量的評価手法	69
4.1. 海底面におけるせん断力の算定	69
4.2. 底質移動量の算定	69
4.3. 底質貯留量の算定	72
5. 波浪による底質移動の解析的検討	75
5.1. 波浪と地盤材料の解析条件	75
5.2. 進行波における底質移動	77
5.2.1. 海底面における水圧と流速の関係	78
5.2.2. 海底地盤における間隙水圧と有効応力の変動	79
5.2.3. 底質の移動量, 貯留量	84
5.3. 定常波における底質移動	90
5.3.1. 海底面における水圧と流速の関係	91
5.3.2. 海底地盤における間隙水圧と有効応力の変動	92
5.3.3. 底質の移動量, 貯留量	97
5.4. 直線構造物および屈曲直線構造物周辺における底質移動	102
5.4.1. 直線構造物	102
5.4.2. 屈曲直線構造物	106
5.5. 円柱構造物周辺における底質移動	109
5.5.1. 円柱構造物の位置付け	109
5.5.2. 構造物周辺の海面の変動特性	111
5.5.3. 半径方向における底質の移動量, 貯留量	113
5.5.4. 周方向における底質の移動量, 貯留量	115
5.5.5. 底質移動による洗掘挙動	117
6. 結論	119
謝辞	121

1. 序論

1.1. 研究の目的および意義

波浪場における構造物の安定性は、構造物に直接作用する波浪衝撃力が主因となって損傷すると考えられるが、構造物を支持する海底地盤の健全性が損傷することも重要な要因である。海底における漂砂の移動によって生じる構造物周辺地盤の洗掘および海底地盤の地形変動は構造物の安定に対する重要な影響要因であり、漂砂挙動を合理的に評価する手法が求められている。

波浪により海底表面の水圧変化が発生するとき、間隙水圧と有効応力の変動は多孔質な海底地盤内に伝播する。有効応力変動は海底を不安定化にし、そして、海底地盤の液状化あるいは流動化が生じる。このような海底地盤の流動化と波浪流速の相乗効果として、底質移動が生じていると考えられる。種々の海洋構造物の計画・設計において、構造物の安定性を左右する海底の洗掘現象を合理的に評価することは重要である。底質移動は海底面に作用する流速の関数として評価されるが、その際、波浪によって繰り返し作用する水圧に対する海底地盤の有効応力変動を適切に考慮する必要がある。本研究の目的は海底の底質移動を定量的に評価する方法を提案することであり、沿岸構造物の合理的な耐波浪設計を検討することである。

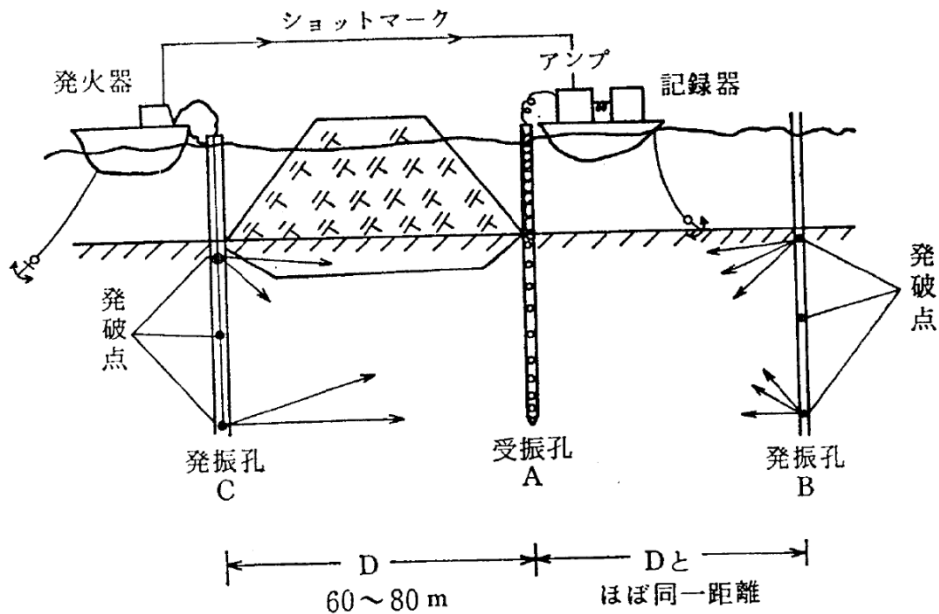
荒天時の波浪による構造物の被災に関連して構造物周辺の海底地盤の不安定化を検討するとき、海岸工学分野では主に、海底面における流速の関数である底質の移動とその結果としての海底地盤変動に着目し、洗掘現象としての枠組みで検討されている。一方、地盤工学分野では、海底面に作用する水圧の変動に対する海底地盤の連続体としての応答に着目し、地盤内の有効応力変動およびそれに伴う地盤の不安定化に着目した検討が行われるようになってきた。実際には、両者はともに海底地盤不安定化の要因と考えられ、それらの相互作用を合理的に考慮する必要がある。

本研究は、種々の漂砂のタイプのうち掃流漂砂を対象に定量的な底質移動の解析を可能にすることであり、「線形波動理論による波浪解析」と「多孔質弾性体モデルによる海底地盤の有効応力解析」と「掃流力による漂砂量の経験的な評価」からなる掃流漂砂の解析手法を提案する。本研究においては、一様水深の波浪場を想定し、掃流力による底質移動のメカニズムを対象とした。直線構造物および垂直に屈曲した直線構造物の周辺における進行波と定常波、加えて、円柱構造物周辺における反射波と回折波の影響下における、底質の移動特性を明らかにし、その結果として生じる海底の堆積・侵食特性を解析的に検討する。これらの解析結果の比較検討を通して提案する底質移動の評価手法の妥当性を検証する。本研究では、比較的単純な構造物についての解析および検討であるが、波浪解析を固有関数法の枠組みで拡張し、地盤の応答解析を層状地盤に拡張することが可能である。本研究の成果を活用することによって、構造物周辺の海底における底質移動とそれによる構造物の不安定化を定量的に評価することが可能になれば、沿岸構造物の耐波浪設計に新たな視点を加えることになり、構造物の波浪耐力向上に寄与できるものと考えている。

1.2. 既往の研究

1.2.1. 波浪による沿岸構造物の被災事例

西田ら(1985)は弾性波探査方法を用いて、新潟県信濃川河口での消波ブロック沈下状況を調べた。実施した海底地盤の調査では、図 1.2-1 に示すように、1 測線に 3 孔の調査孔を離岸堤を挟んで設置した。調査孔はジェットボーリングにより、深度約 10m まで削孔した後、塩化ビニール製ケーシングによって保護した。発振孔 C には、海底面下 0, 5, 10m の 3ヶ所に爆薬をセットして発破点として、受振孔 A には 12 個連結した地震計をセットし受振点とした。発振孔 B は、砂層の状態を直接観測するため、発振孔 C と反対方向に受振孔 A からほぼ同一距離に削孔し、発振孔 C と同一条件で人工的に弾性波を発生させ同様な探査を行なった。また、離岸堤をはさんだ地点 A と C の付近に各々もう 1 本削孔し、反対方向で測定を行い、解析精度を高めるようにした。図 1.2-2 に示す離岸堤の埋没状況断面図を得た。最大沈下量は 10m がわかった。このような深度におよぶ消波ブロックの沈下を、波浪による水圧がブロックすると同時に波浪流速による洗掘現象のみで説明するのは困難であり、波浪水圧の変動を受ける海底地盤が不安定化することの影響を積極的に考慮する必要があることを示唆している。



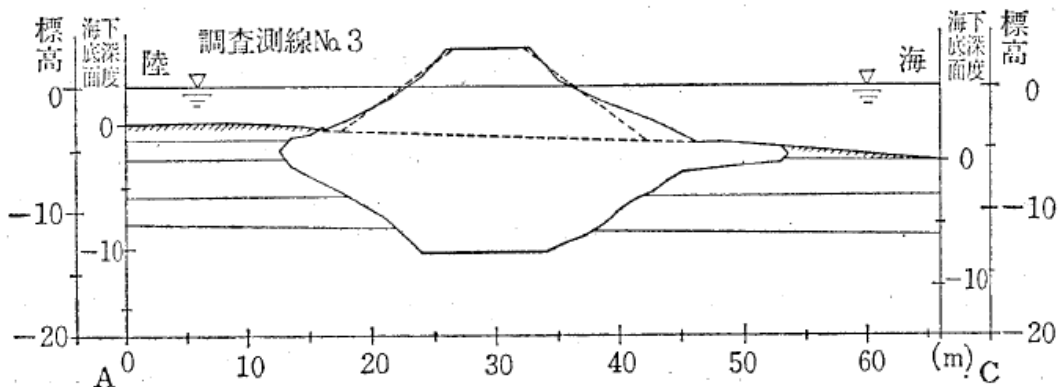
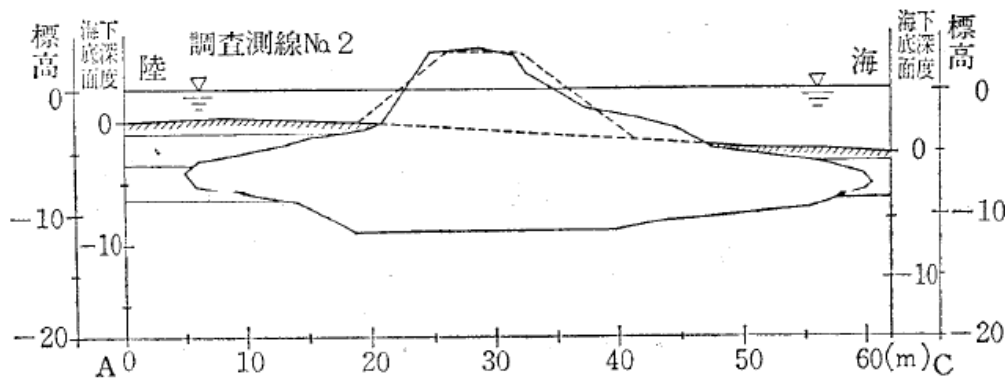
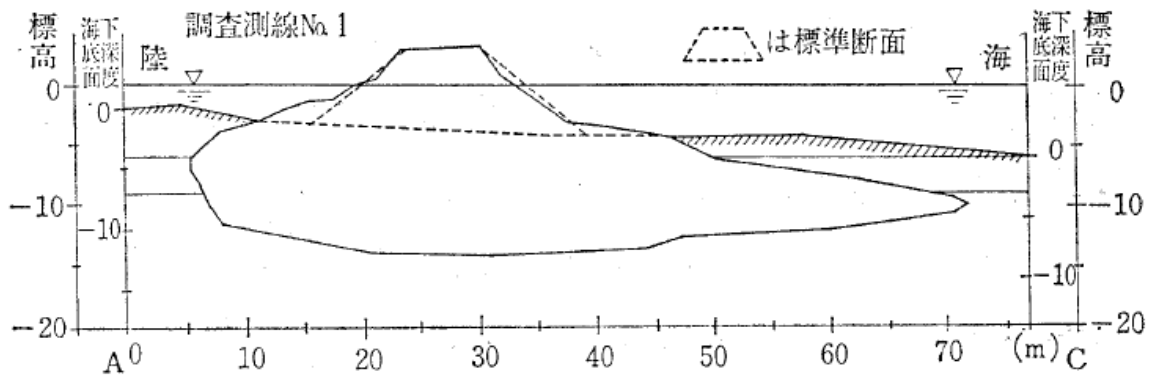
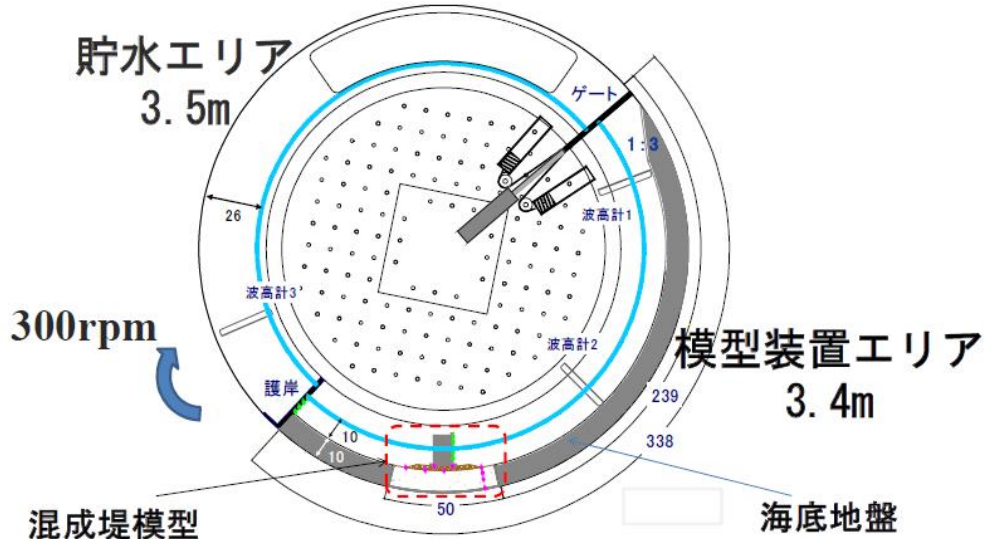


図 1.2-2 離岸堤埋没状況 (西田ら(1985))

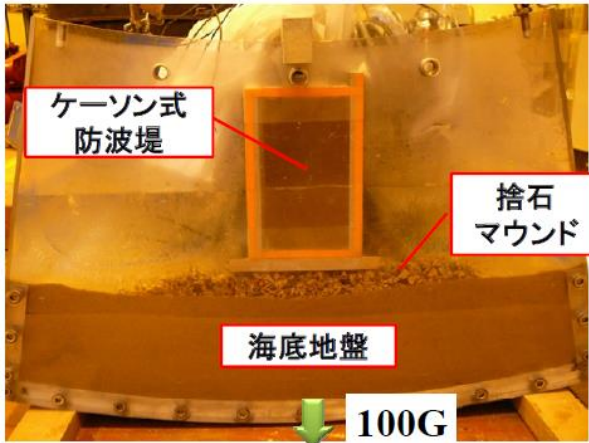
Oka ら(1995)は海底の緩い砂地盤上に建設された重力式防波堤の躯体が、荒天時における波浪によりほぼ鉛直に沈下し、その沈下量が 1.4m にも及ぶことを現地調査により明らかにした。被災現場における構造物周辺の水圧変動とその解析によって、海底地盤の有効応力変動に起因する防波堤の基礎地盤の不安定化の影響が大きいことを明らかにした。

今瀬ら(2011a, 2011b)は遠心模型実験を用いて、津波力を受ける防波堤の挙動について実験的に研究した (図 1.2-3 参照)。重複波圧が防波堤に作用して以降、捨石マウンド内とその直下の海底地盤

において、動水勾配が上昇する傾向を示すとともに、このことにより、捨石や地盤材料が不安定化して流動化する一要因であることを明らかにした。また、SPH法を活用した数値解析においても、重複波が作用する状況において、押し波の影響を受けて防波堤直下における動水勾配の上昇が認められることを明らかにした。



(a)



(b)

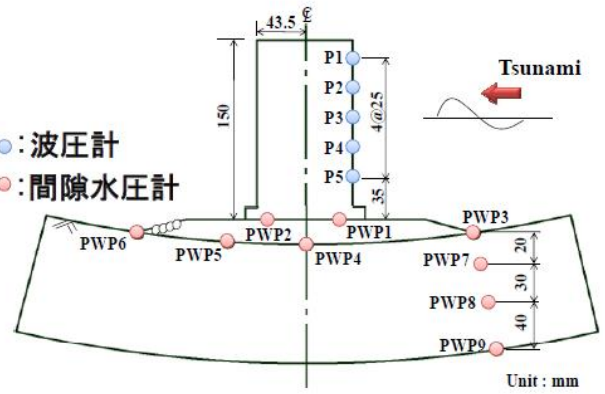


図 1.2-3 実験装置概要：(a)実験装置平面図；(b)混成堤模型；
(c)計測機器の配置図（P：圧力計；PWP：間隙水圧計（今瀬ら (2011a)）

波浪による底質移動と海底地盤内の有効応力変動の特性とその相乗効果の評価法を確立し、沿岸・沖合施設の被災メカニズムを明らかにすることが求められている。本研究の遠い目的は、構造物の被災メカニズムを明らかにすることにとどまらず、被災を防止するための合理的な耐波浪設計の方向を提案することである。

1.2.2. 構造物周辺の波浪解析に関する研究

平面波が直線的な境界において反射・重複することを解析することは比較的容易であるが、種々の構造物において波浪の反射・回折を考慮した波浪解析を行うことは難しい。その中であって、一様水深における鉛直であるが種々の平面形状を有する境界に適合した座標系とそこから導き出される種々の特殊関数に基礎をおいて波浪解析を行うのが固有関数展開法である。この固有関数展開法が海洋工学の分野に適用されたのは1900年代半ば頃である。MacCamy・Fuchs (1954) は固有関数展開法を円筒座標系において展開し、円筒構造物周辺の波浪の反射・回折挙動を記述するベッセル関数を活用したフーリエ級数解を導いた。

本研究では、微小振幅波理論の範囲内で構造物の周辺の波浪解析を実施するが、円柱構造物周辺の底質移動を解析する際には MacCamy・Fuchs の解を用いていることにした。解析解を誘導する過程は第2章で詳細に説明する。

1.2.3. 海底地盤の波浪に対する応力応答

Putnam (1949)は透水性を有する海底地盤における波浪による海底面の水圧が地盤内に浸透流を引き起こし、その影響として水圧と有効応力が地盤内において変化することを静的な解析によって明らかにした。海底地盤は土粒子が構成する固体骨格とその間隙から構成される多孔質体としてモデル化することが可能である。Biot (1941)は、圧縮性の間隙水を有する等方性の多孔質弾性体の動的な挙動を記述できる三次元圧密方程式を定式化するとともに、伝播する弾性波の挙動について考察した。Biot による多孔弾性体モデルに基づいて、波浪を受ける海底地盤の動的な応答挙動を明らかにするための研究は Yamamoto (1977), Madsen (1978), Finn ら(1983), Okusa (1985)を始めとする多くの研究者によって行われ、海底地盤内における水圧の伝搬とそれにより生じる浸透流の動的な特性を明らかにした有効応力の変動を解析的に明らかにした。これにより、多孔な海底地盤においては有効応力が変動することも明らかにされ、波浪特性に加えて間隙水の圧縮特性の影響により、海底地盤の有効応力は負になる可能性があり、このことは海底地盤の不安定化、流動化に寄与することを解析的に示した。

Zen ら(1990a, 1990b)は波長と比べて非常に小さな海底の厚さの仮定に基づいて、二次元境界値問題を一次元において単純化した。波によって誘発された間隙水圧を調査するために、室内における土槽実験を実施し、排出係数と伝播係数という二つの非次元のパラメタで振動間隙水圧を表すことができることなどを報告している。さらに、Zen ら(1991)は、波浪観測施設内において海底地盤内の水圧変動と有効応力変動を計測することによって、過剰間隙水圧と有効応力変動を実大規模で測定した。彼らは波浪の伝播に従って海底の有効応力が周期的に変化することを確認するとともに、垂直有効応力の変動は波によって誘発された海底圧力と海底過剰間隙水圧の差で表され、波浪が誘発する液状化は海面の急な低下によって引き起こされた海底での上向き浸透流に関連することを観測により明らかにした。

Miura ら(2008)は、荒天時における海底地盤の波浪応答を観測し、海底地盤中における間隙水圧と有効応力の深さ方向分布とその変動特性を明らかにした。また、海底地盤の応答特性を支配するパ

ラメータを観測結果に基づいて決定する手法を提案した。彼らはまた、透水性の高い柱状材料を海底地盤に鉛直に建て込むことにより、海底地盤内における動水勾配を緩和することができ、このことにより地盤を波浪に対して安定化させることが可能であることを示した。

三浦ら(2010)は、一様水深波浪場における典型的な進行波と定常波を受ける海底地盤における底質移動の挙動を解析的に検討した。解析は波浪流速による掃流漂砂を対象としたが、多孔質弾性体モデルを適用した海底地盤の有効応力応答の効果も取り入れて検討した。その結果、海底における底質移動は進行波の下では、波浪の進行方向と逆向きに底質移動が生じ、重複波においては腹から節に向けての底質の移動と堆積する可能性があることを定性的にはあるが示した。このことにより、波浪の非線形性などを考慮しなくても、海底地盤の有効応力応答を適切に考慮することにより、底質移動特性をある程度説明できることを示唆した。

松田ら(2017)は造波水路実験を通じて土砂移動を観察した。Dean Number を適用した相似率を用いた場合、地盤深度の各点において三浦ら(2010)による数式解により得られた値と非常に近い過剰間隙水圧比の値が得られ、また、底質移動の方向も解析解が示唆する方向であることを確かめた。

本研究の目的は、波浪による海底における底質移動を定量的に解析するための手法を提案することである。手法においては、本節で示した成果に基づいて多孔質弾性体モデルを線形弾性理論の範囲内で展開し得られる海底地盤の有効応力応答の解析解を用いている。

1.2.4. 構造物周辺の底質移動に関する実験と解析

Irie ら(1984)は防波堤前面の洗掘現象を明らかにするために移動床実験を実施し、定常波を受ける人工粗度を有する海底床における底質移動特性を明らかにした。その中で、底質が節から腹へ移動して堆積する L-Type 移動と、腹から節へ移動して堆積する N-Type 移動の相反する 2 タイプが見られる可能性があることを示した。底質移動特性は水粒子の相対速度 u_b/w と Ursell 数 $U (= HL^2/h^3)$ で決まることを示した。ここで、 u_b , w , H , L , h はそれぞれ入射波に対する底における水粒子の速度、設定された底質速度、波高、波長、水深である。Ursell 数が一定の時に、 u_b/w が大きくなると、L-Type 移動が生じる傾向がある。逆に、 u_b/w が一定の時に、Ursell 数が大きくなると、N-Type 移動が生じる傾向があることを明らかにした (図 1.2-4 参照)。

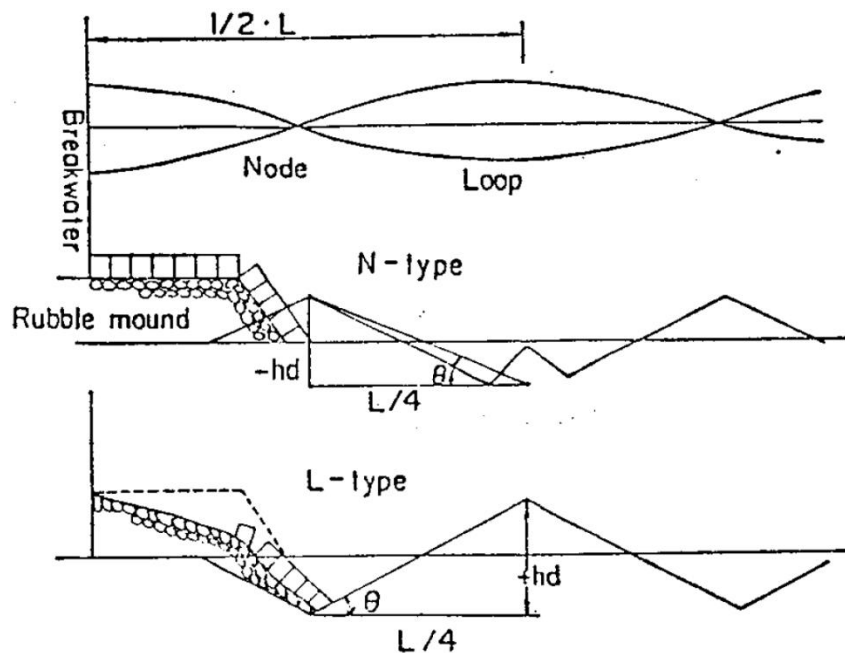


図 1.2-4 二つの洗掘種類の模式図 (Irie ら(1984))

防波堤や護岸に代表される直線構造物に垂直に平面波が入射することにより典型的な定常波が発生するが、直線構造物に対して波浪が斜方向に入射する場合に生じる重複波は、三次元的な挙動を示し、周辺海底地盤の洗掘現象は二次元的なものになる。入江ら(1984)はこのような条件における移動床実験を実施した。このような斜行重複波を対象とした研究は少ないが、栗山ら(1987)は模型実験によって重複波と底質移動の関係を検討している (図 1.2-5 参照)。移動床実験は波の入射角 $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 52.5^\circ, 60^\circ$ の 5 ケースについて行った。

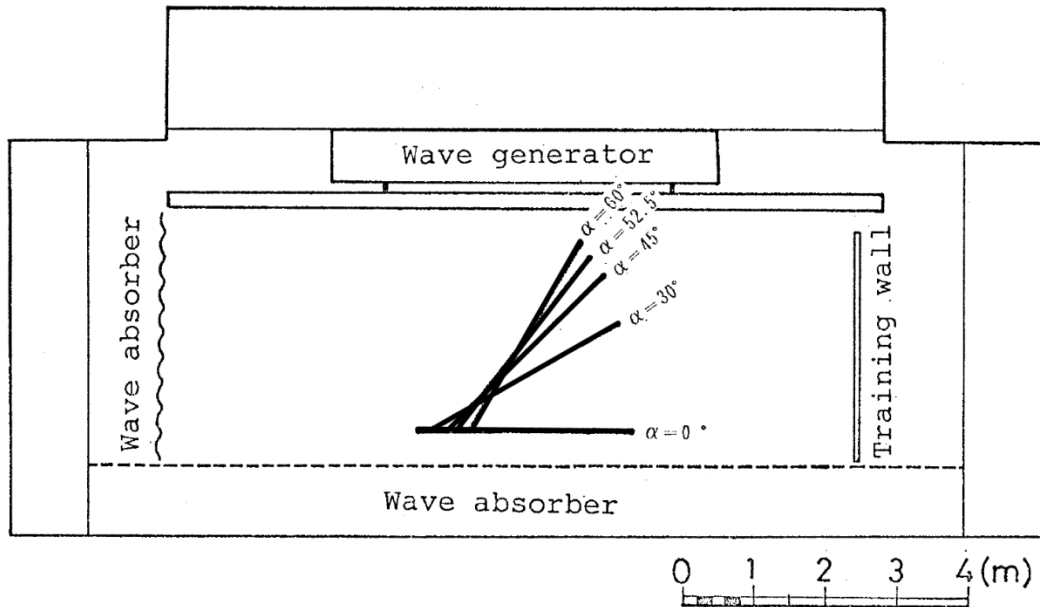


図 1.2-5 実験水槽 (栗山ら(1987))

実験結果としては、波の入射角が小さい場合には、重複波の節から腹へ向かう流れのため、主として堤体に直角方向の底質移動によって重複波の節の位置で洗掘が発生する。しかし、波の入射角が大きい場合には図 1.2-6 から明らかなように重複波の腹の位置での洗掘深が大きくなっており、波の入射角が小さい場合と違う機構で洗掘が起こっていると考えられる。

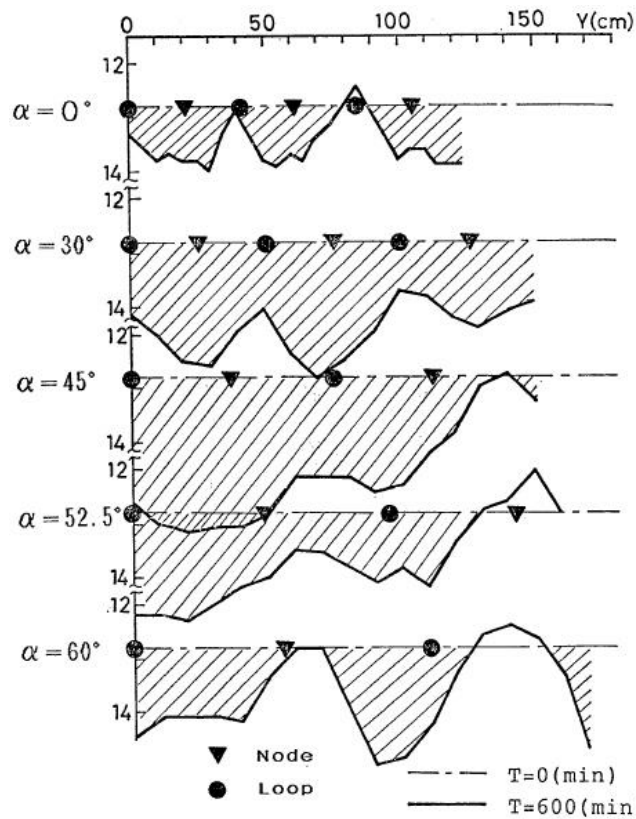


図 1.2-6 それぞれの入射角における平均断面 (栗山ら(1987))

齊藤ら(1988)と東江ら(1985, 1992)は海底地盤における円柱構造物に波動を作用させる模型実験を実施し、円柱構造物周辺の底質移動を観察するとともに、解析的にも検討した。円柱構造物の周辺では、反射回折波が発生されるため、侵食・堆積挙動は複雑になることを明らかにするとともに、解析におけるパラメータの同定は難しく、観察と解析との関係は良好とは言えないことを報告している。

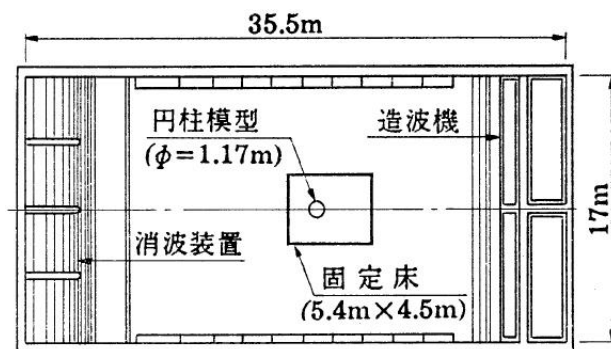


図 1.2-7 実験装置 (東江ら(1992))

表 1.2-1 材料条件 (東江ら(1992))

材料	粒径(mm)	密度(g/cm ³)
珪砂 7 号	0.15	2.57
エスレンビーズ	2.0	1.02

表 1.2-2 実験条件 (東江ら(1992))

波高 H (cm)	周期 T (s)	水深 h (cm)	円柱直径 φ (m)
10	1.0, 2.0	30	1.17

Katsui ら(1993)は実験と解析で波による円柱構造物周辺の洗掘を調べた。実験装置は図 1.2-8 に示すとおりである。水深 $d = 30\text{cm}$ 、円柱構造物の直径 117cm で実験を行った。構造物前面では腹部付近の堆積と節部付近の侵食が発生する。側面では堆積が発生する。背面では底質移動が発生しない。背面から離れると、定常波と回折波があるため、堆積が発生する。円柱構造物前面の洗掘は実験と解析で再現できたが、構造物周辺の流れのメカニズムが十分に明らかにされていないため、円柱構造物側面はうまく再現できなかったことを報告している。

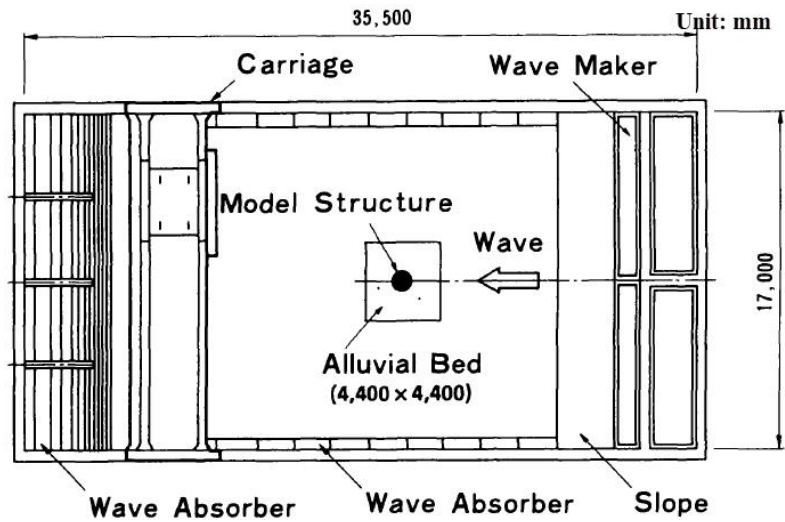


図 1.2-8 実験装置 (Katsui ら(1993))

表 1.2-3 実験条件 (Katsui ら(1993))

Sand		$D_{50}=0.15\text{mm}$
Bathymetry		$h=30\text{cm}$
Wave	Period	$T=0.8, 1.0, 1.25, 1.5, 1.75, 2.0\text{s}$
	Height	$H=5, 8, 10, 11, 12\text{cm}$
	Direction	$\alpha=0^\circ, 45^\circ$

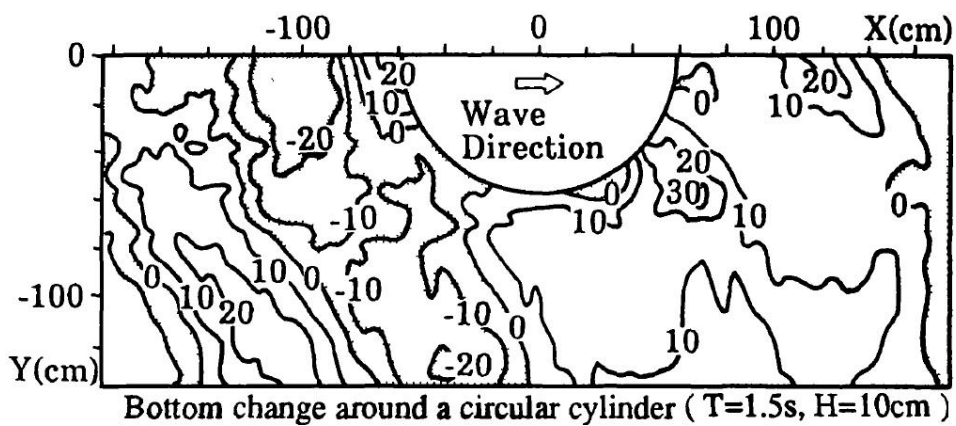


図 1.2-9 実験結果 (Katsui ら(1993))

本節で概観したように、構造物周辺における洗掘挙動を対象とした現地観測と模型実験が、直線構造物と円柱構造物の両方について限定的ではあるが行われていて、海底面の底質移動が定性的で

はあるが明らかにされつつある。しかし、底質移動のメカニズムが十分に解明されていないために、波浪の非線形性等を考慮しても、数値解析によって観察された底質移動挙動を説明に使用する試みは成功していないように思われる。本研究では、線形な微小振幅波理論の範囲においても、海底地盤の有効応力応答を適切に考慮することによって種々の構造物周辺における底質移動を定量的に算定することが可能であることを示すことにする。

1.3. 本論文の構成

本論文は6章から構成されている。

第1章では、本研究の目的および意義、既往の研究、本論文の構成を述べる。

第2章では、線形波動理論による波浪解析手法について説明する。進行波、定常波、線構造物、円柱構造物周辺の波浪場における解析手法を述べる。

第3章では、多孔質弾性理論に基づく海底地盤の有効応力応答解析手法について説明する。土のような材料の変形を解析するとき、土要素における土粒子骨格と間隙流体の相互作用を考慮する必要がある。 $u-w-p$ モデルとそれを単純化したモデルも紹介する。

第4章では、掃流力による底質移動の定量的評価手法について説明する。シーلز数と同様な考え方に基づき、掃流力に基づく漂砂の定量的な評価をした。

第5章では、波浪による底質移動の解析的検討をした。進行波、定常波、線構造物、円柱構造物の解析結果を示した。

第6章は、本論文の総合的な結論である。

参考文献

- Biot, M. A.: General theory of three-dimensional consolidation, *Journal of Applied Physics* 26(2), pp.155–164, 1941.
- Finn, W. D. L.: Siddharthan, R., Martin, G. R.: Response of seafloor to ocean waves, *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 109(4), pp.556–572, 1983.
- Irie, I., Nadaoka, K.: Laboratory reproduction of seabed scour in front of breakwaters, *Proc. 19th Int. Conf. on Coastal Engineering, ASCE*, pp.1715-1731, 1984.
- Katsui, H., Toue, T.: Methodology of Estimation of Scouring Around Large-Scale Offshore Structures, *Proc. of the Third International Offshore and Polar Engineering Conference*, pp.599-602, 1993.
- MacCamy, R. C., R. A. Fuchs: Wave forces on piles (A diffraction theory), *Tech. Memo., No.69, B.E.F.*, 1954.
- Madsen, O. S.: Wave-induced pore pressures and effective stresses in a porous bed, *Géotechnique* 28(4), pp.377–393, 1978.
- Miura, K., Asahara, S., Tanaka, J., Otsuka, N., and Konami, T.: Field Observation of Wave Induced Pore Water Pressure Change in Seabed, *Fourth International Conference on Scour and Erosion*, pp.348-355, 2008.
- Oka, F., Yashima, A., Miura, K., Ohmaki, S. and Kamata, A.: Settlement of breakwater on submarine soil due to wave-induced liquefaction, *5th ISOPE, Vol.2*, pp.237-242, 1995.
- Okusa, S.: Wave-induced stress in unsaturated submarine sediments, *Géotechnique* 35(4), pp.517–532, 1985.
- Putnam, J. A.: Loss of wave energy due to percolation in a permeable sea bottom, *Transactions, American Geophysical Union* 30(3), pp.349–356, 1949.
- Yamamoto, T.: Wave induced instability seabed, in *Proceedings of the ASCE Special Conference, Coastal Sediments '77*, pp.898–913, 1977.
- Zen, K., Yamazaki, H.: Mechanism of wave-induced liquefaction and densification in seabed, *Soils and Foundations, Vol.30, No.4*, pp.90-104, 1990a.
- Zen, K., Yamazaki, H.: Oscillatory pore pressure and liquefaction in seabed induced by ocean waves, *Soils and Foundations, Vol.30, No.4*, pp.147–161, 1990b.
- Zen, K., Yamazaki, H.: Field observation and analysis of wave-induced liquefaction in seabed, *Soils and Foundations, Vol.31, No.4*, pp.161–179, 1991.
- 今瀬 達也, 前田 健一, 三宅 達夫, 鶴ヶ崎 和博, 澤田 豊, 角田 紘子: 津波力を受ける捨石マウンド-海底地盤の透水現象に着目した海岸構造物の安定性, *土木学会論文集 A2 (応用力学)*, Vol.67, No.1, pp.133-144, 2011a.
- 今瀬 達也, 前田 健一, 三宅 達夫, 鶴ヶ崎 和博, 澤田 豊, 角田 紘子: 捨石マウンド-海底地盤への津波浸透による混成堤の不安定化, *土木学会論文集 B2 (海岸工学)*, Vol.67, No.2, pp.I_551-555, 2011b.
- 入江 功, 灘岡和夫, 近藤隆道, 寺崎賢次: 重複波による防波堤前面での二次元的海底洗掘, *港湾技術研究所報告*, Vol.23, No.1, pp.3-52, 1984.

栗山 善昭, 浅倉 弘敏, 藤田 誠, 入江 功: 斜め入射重複波による直立堤前面の海底洗掘, 海岸工学講演会, Vol.34, pp.411-415, 1987.

斉藤 栄一, 佐藤 慎司, 柴山 知也: 波動場における大口径円柱周辺の局所洗掘に関する研究, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp.392-396, 1988.

東江 隆夫, 伊藤 一教, 勝井 秀博, 灘岡 和夫: 大型海洋構造物周辺の砂移動と平均流, 第 39 回海岸工学講演会論文集, pp.496-500, 1992.

東江 隆夫, 勝井 秀博: 大口径円柱周辺の洗掘現象, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp.425-429, 1985.

西田仁志, 山口豊, 近藤豊次: 孔間弾性波探査法による離岸堤の埋没状況に関する考察, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp.365-369, 1985.

松田達也, 三浦均也, 佐藤隼可, 諫山恭平, 澤田弥生: Dean Number を適用した移動床造波水路実験における地盤内水圧応答, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.73, No.2, pp.I_1117-1122, 2017.

三浦均也・浅原信吾・大塚夏彦・上野勝利: 波浪に対する海底地盤応答の連成解析のための地盤の定式化, 第 49 回地盤工学シンポジウム論文集, pp.233-240, 2004.

三浦均也, 守政信吾, 大塚夏彦, 山崎浩之, 小浪岳治: 海底地盤の不安定化に及ぼす流速と水圧変動の相乗効果, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.66, No.1, pp.851-855, 2010.

2. 線形波動理論による波浪解析手法

本研究では、線形理論の範囲内において微小振幅波理論に基づいた波浪解析を展開する。以下では、直線構造物および屈曲直線構造物、円柱構造物の周辺における波浪解析について数式解を誘導して示すことにする。

微小振幅波理論（例えば、服部昌太郎(1987)）を用いるにあたって、採用した仮定は以下のよう
に整理できる。

- (1) 完全流体（非圧縮，非粘性）
- (2) 外力は重力のみ（表面張力及び引力は無視）
- (3) 水面の圧力は $p = 0$
- (4) 一定水深，不透過な水底
- (5) 波高は波長よりも十分に小さい（微小振幅の仮定）： $H / L \ll 1$
- (6) 保存波(定型波)は \cos, \sin, e^i で表す
- (7) 渦なし，速度ポテンシャル ϕ を適用する
- (8) 入力波は一方向に進み，鉛直 2 次元において定義できる

波浪場では一様水深を仮定していて，波浪の緒元に対して用いる記号は以下のようである。

$$H : \text{波高 (m)}, \quad a = \frac{H}{2} : \text{片振幅 (m)}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{L} : \text{波数 (1/m)}, \quad L : \text{波長 (m)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} : \text{角振動数 (1/s)}, \quad T : \text{周期 (s)}$$

$$V = \frac{L}{T} = \frac{\omega}{\lambda} : \text{位相速度 (m/s)}, \quad h : \text{水深 (m)}$$

2.1. 進行波の波浪解析

2.1.1. 幾何学的定義および境界条件

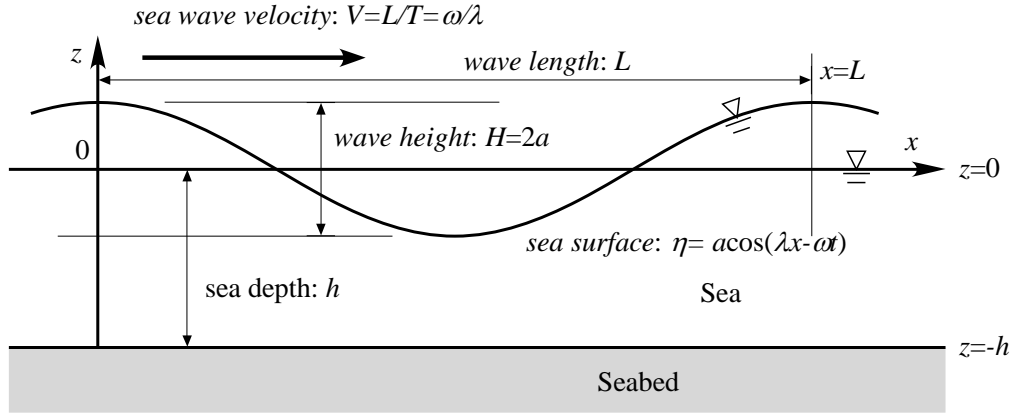


図 2.1-1 微小振幅波理論の概略図

a) 連続条件

水平，鉛直流速をそれぞれ $v_x(x, y, z, t)$, $v_y(x, y, z, t)$, $v_z(x, y, z, t)$ (仮定 1, 8 より)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad \because v_y = 0 \quad (2.1.1)$$

b) 速度ポテンシャル

速度ポテンシャルは $\phi = \phi(x, z, t)$ (仮定 7 より)

$$v_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad v_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.1.2)$$

式(2.1.2)に式(2.1.1)を代入し，速度ポテンシャルが満たすラプラスの微分方程式を導く。

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \therefore \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1.3)$$

c) 水面の波形

水位変動 η を，三角関数を用いた調和振動のものとして以下のように仮定し，複素数領域で表示する。

$$\eta = \frac{H}{2} \cos 2\pi \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) = a \cos(\lambda x - \omega t)$$

$$\therefore \eta = a e^{i(\lambda x - \omega t)} \quad \because \cos(\lambda x - \omega t) = \Re(e^{i(\lambda x - \omega t)}) \quad (2.1.4)$$

d) 海底における境界条件

鉛直方向の流速 v_z がゼロ (仮定 4 より)

$$v_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -h \quad (2.1.5)$$

e) 水面における境界条件

(1) 運動学的境界条件

仮定 5 より

$$v_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{at } z = \eta \approx 0 \quad (2.1.6)$$

水面の水粒子は水面から飛び出さず、また水没しない。つまり、水面にある水粒子はいつまでも水面にとどまり、水面水粒子の鉛直方向流速 $\frac{\partial \phi}{\partial z}$ は水面の上昇速度 $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ に等しい。

(2) 力学的境界条件

圧力は非定常ベルヌーイの式で与えられるから、

$$-\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2g} (v_x^2 + v_z^2) + \frac{p}{\rho g} + z = 0 \quad (2.1.7)$$

これに仮定 5 を適用すると、

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (2.1.8)$$

この関係を水面に適用すると、

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{at } z = \eta \approx 0 \quad (2.1.9)$$

水面における水圧大気圧に等しいので(仮定 3)、以下のようになる。

$$p = 0 \quad (2.1.10)$$

2.1.2. 速度ポテンシャルの誘導

水面形を考慮して、両辺を時間 t で積分すると以下ようになる。

$$-\frac{\partial\phi}{\partial t} + g\eta = -\frac{\partial\phi}{\partial t} + gae^{i(\lambda x - \omega t)} = 0 \quad \text{at } z=0$$

$$\therefore \phi(x, 0, t) = \int gae^{i(\lambda x - \omega t)} dt = \frac{ga}{-i\omega} e^{i(\lambda x - \omega t)} = i \frac{ga}{\omega} e^{i(\lambda x - \omega t)} \quad (2.1.11)$$

これによって、ポテンシャルに対する形式がわかる。変数分離形が成立するので、

$$\phi(x, z, t) = iZ(z)e^{i(\lambda x - \omega t)} \quad (2.1.12)$$

ここで、式(2.1.10)を考慮すると、以下ようになる。

$$\phi = iZ(0)e^{i(\lambda x - \omega t)} = i \frac{ga}{\omega} e^{i(\lambda x - \omega t)} \Rightarrow Z(0) = \frac{ga}{\omega} \quad (2.1.13)$$

この関係をラプラスの方程式を満たすように整理すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} &= iZ(z) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{i(\lambda x - \omega t)} + i \frac{\partial^2}{\partial z^2} Z(z) \cdot e^{i(\lambda x - \omega t)} \\ &= iZ(z) \cdot (-\lambda^2) e^{i(\lambda x - \omega t)} + iZ''(z) \cdot e^{i(\lambda x - \omega t)} \\ &= [-\lambda^2 Z(z) + Z''(z)] \cdot i e^{i(\lambda x - \omega t)} = 0 \\ &\Rightarrow -\lambda^2 Z(z) + Z''(z) \Rightarrow Z(z) = \alpha \cosh \lambda z + \beta \sinh \lambda z \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

海底面における条件を代入すると代入すると、

$$Z(0) = \alpha \cosh \lambda \cdot 0 + \beta \sinh \lambda \cdot 0 = \frac{ga}{\omega} \quad \therefore \alpha = \frac{ga}{\omega} \quad (2.1.15)$$

さらに、海面における条件を考慮すると、以下のように形を整理できる。

$$v_z = -\frac{\partial\phi}{\partial z} = \alpha\lambda \sinh \lambda z + \beta\lambda \cosh \lambda z = 0 \quad \text{at } z=-h$$

$$\therefore -\alpha\lambda \sinh \lambda h + \beta\lambda \cosh \lambda h = 0, \quad \beta = \alpha \tanh \lambda h = \frac{ga}{\omega} \tanh \lambda h = 0 \quad (2.1.16)$$

最終的な速度ポテンシャルの形は次式のようになる。

$$\begin{aligned} Z(z) &= \alpha \cosh \lambda z + \beta \sinh \lambda z \\ &= \frac{ga}{\omega} \cosh \lambda z + \frac{ga}{\omega} \tanh \lambda h \sinh \lambda z \\ &= \frac{ga}{\omega} \frac{1}{\cosh \lambda h} (\cosh \lambda h \cdot \cosh \lambda z + \sinh \lambda h \cdot \sinh \lambda z) = \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \end{aligned} \quad (2.1.17)$$

$$\phi(x, z, t) = iZ(z)e^{i(\lambda x - \omega t)} = i \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i(\lambda x - \omega t)} \quad (2.1.18)$$

2.1.3. 流速, 水圧, 変位の計算

前節で求めた速度ポテンシャルを微分することによって流速 v_x, v_y, v_z を求める。

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i(\lambda x - \omega t)} \\ v_y &= 0 \\ v_z &= -\frac{\partial\phi}{\partial z} = -i \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i(\lambda x - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

時間で微分することによって, 水圧 p を求める。

$$p = \rho \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} - gz \right) = \rho g \left[a \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i(\lambda x - \omega t)} - z \right] \quad (2.1.20)$$

速度 v_x, v_y, v_z を積分することにより, 変位 u_x, u_y, u_z が得られる。このとき, 積分定数は 0 として, 静水時に対する相対変位を表す。

$$\begin{aligned} u_x &= \int v_x dt = \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \int e^{i(\lambda x - \omega t)} dt \\ &= \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cdot \frac{1}{-i\omega} e^{i(\lambda x - \omega t)} = i \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i(\lambda x - \omega t)} \\ u_y &= \int v_y dt = 0 \\ u_z &= \int v_z dt = -i \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \int e^{i(\lambda x - \omega t)} dt \\ &= -i \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cdot \frac{1}{-i\omega} e^{i(\lambda x - \omega t)} = \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i(\lambda x - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.1.21)$$

2.2. 進行波の円筒座票系における波浪解析

2.2.1. 速度ポテンシャルの修正

前節で求めた進行波を円筒座標系において記述する。鉛直方向成分 z はそのまま、水平方向成分を $x \rightarrow r \cos \theta$ と変換すればよい。よって、速度ポテンシャルは次式のように変換できる。

$$\phi(r, \theta, z, t) = i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i(\lambda x - \omega t)} = i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i(\lambda r \cos \theta - \omega t)} \quad (2.2.1)$$

任意の入射方向角を θ_i として、上式に代入すると、次式のように展開できる。

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, z, t) &= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i[\lambda r \cos(\theta - \theta_i) - \omega t]} \\ &= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i[\lambda r (\cos \theta \cos \theta_i + \sin \theta \sin \theta_i) - \omega t]} \\ &= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i\lambda(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

2.2.2. 流速, 水圧, 変位の計算

修正した速度ポテンシャルから、流速, 水圧, 変位を求めると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} v_r &= -\frac{\partial \phi}{\partial r} = -i \frac{gH \lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos \theta \sin(\lambda r \cos \theta) e^{-i\omega t} \\ v_\theta &= -\frac{\partial \phi}{r \partial \theta} = -i \frac{gH \lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin \theta \sin(\lambda r \cos \theta) e^{-i\omega t} \\ v_z &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -i \frac{gH \lambda}{\omega} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda r \cos \theta) e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

$$p = \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} - gz \right) = \rho g \left[H \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda r \cos \theta) e^{-i\omega t} - z \right] \quad (2.2.4)$$

$$\begin{aligned} u_r &= \int v_r dt = \frac{gH \lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos \theta \sin(\lambda r \cos \theta) e^{-i\omega t} \\ u_\theta &= \int v_\theta dt = \frac{gH \lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin \theta \sin(\lambda r \cos \theta) e^{-i\omega t} \\ u_z &= \int v_z dt = \frac{gH \lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda r \cos \theta) e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

2.3. 進行波における進行方向の一般化

この節では、入射波が任意の方向から進行することを想定し、図 2.3-1 に示す条件において速度ポテンシャルを一般化する。

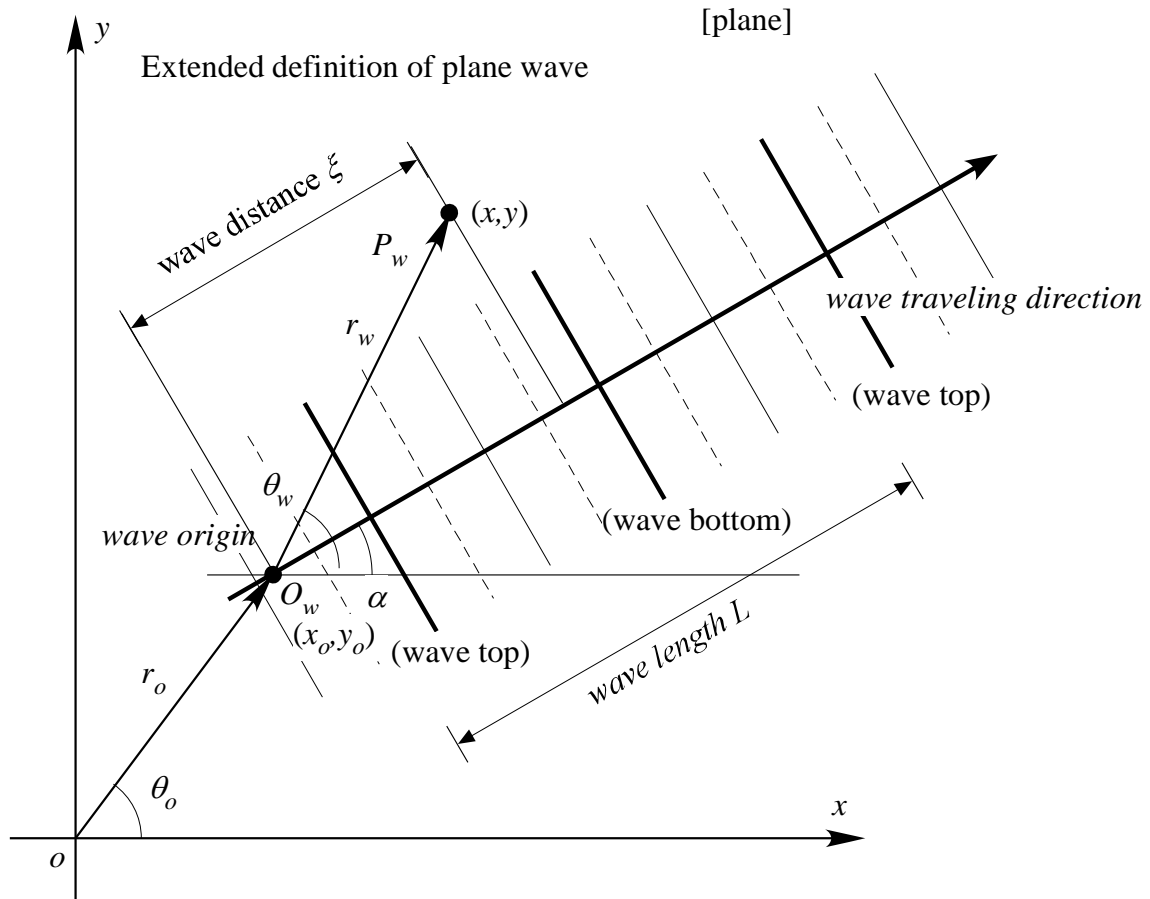


図 2.3-1 一般化した進行波

2.3.1. 進行波の一般化

位相角 ψ を導入して数式を整理すると以下のものである。

$$\psi = \lambda x - \omega t \tag{2.3.1}$$

水面波形 η と速度ポテンシャル ϕ は以下のように修正できる。

$$\eta = ae^{i(\lambda x - \omega t)} = ae^{i\psi} \tag{2.3.2}$$

$$\phi(x, z, t) = i \frac{ga \cosh \lambda(h+z)}{\omega \cosh \lambda h} e^{i(\lambda x - \omega t)} = i \frac{ga \cosh \lambda(h+z)}{\omega \cosh \lambda h} e^{i\psi} \quad (2.3.3)$$

波動原点 $O_w(x_o, y_o)$ および初期位相角 ψ_o を導入すると、位相角 ψ は以下のように修正して定義できる。

$$\psi = \frac{x_w}{\lambda} - \frac{t}{\omega} + \psi_o = \frac{x - x_o}{\lambda} - \frac{t}{\omega} + \psi_o = \frac{r \cos \theta - r_o \cos \theta_o}{\lambda} - \frac{t}{\omega} + \psi_o \quad (2.3.4)$$

ここで、初期位相角 ψ_o は、波動原点 O_w における時刻 $t=0$ のときの位相角である。また、波動原点 O_w からの任意点の位置ベクトル P_w は以下のものである。

$$\begin{aligned} (x, y) &= (x_o + x_w, y_o + y_w) \\ \therefore (r \cos \theta, r \sin \theta) &= (r_o \cos \theta_o + r_w \cos \theta_w, r_o \sin \theta_o + r_w \sin \theta_w) \\ (x_w, y_w) &= (x - x_o, y - y_o) \\ \therefore (r_w \cos \theta_w, r_w \sin \theta_w) &= (r \cos \theta - r_o \cos \theta_o, r \sin \theta - r_o \sin \theta_o) \\ \therefore r_o &= \sqrt{x_o^2 + y_o^2}, \quad \tan \theta_o = \frac{y_o}{x_o} \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

さらに、原点から見た座標 (x, y) は以下のものである。

$$\begin{aligned} (x, y) &= (x_o + x_w, y_o + y_w) \\ \Rightarrow (r \cos \theta, r \sin \theta) &= (r_o \cos \theta_o + r_w \cos \theta_w, r_o \sin \theta_o + r_w \sin \theta_w) \\ (x_w, y_w) &= (x - x_o, y - y_o) \\ \Rightarrow (r_w \cos \theta_w, r_w \sin \theta_w) &= (r \cos \theta - r_o \cos \theta_o, r \sin \theta - r_o \sin \theta_o) \\ \therefore r_o &= \sqrt{x_o^2 + y_o^2}, \quad \tan \theta_o = \frac{y_o}{x_o} \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

進行波の進行方向を α として導入すると以下のものである。

$$\psi = \lambda \xi - \omega t + \psi_o; \quad \xi = n_w \cdot P_w \quad (2.3.7)$$

ここで、波動進行方向ベクトル n_w は、以下のように単位ベクトルで定義される。

$$n_w = (\cos \alpha, \sin \alpha) \quad (2.3.8)$$

したがって、波動進行距離 ξ は以下のように計算できる。

$$\begin{aligned}
\xi &= (\cos \alpha, \sin \alpha) \cdot (x_w, y_w) = x_w \cos \alpha + y_w \sin \alpha \\
&\Rightarrow \xi = (\cos \alpha, \sin \alpha) \cdot (x - x_o, y - y_o) = (x - x_o) \cos \alpha + (y - y_o) \sin \alpha \\
\xi &= (\cos \alpha, \sin \alpha) \cdot (r_w \cos \theta_w, r_w \sin \theta_w) = r_w (\cos \alpha \cos \theta_w + \sin \alpha \sin \theta_w) \\
&= r_w \cos(\theta_w - \alpha) \\
&\Rightarrow \xi = (\cos \alpha, \sin \alpha) \cdot (r \cos \theta - r_o \cos \theta_o, r \sin \theta - r_o \sin \theta_o) \\
&= r (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta) - r_o (\cos \alpha \cos \theta_o + \sin \alpha \sin \theta_o) \\
&= r \cos(\theta - \alpha) - r_o \cos(\theta_o - \alpha)
\end{aligned} \tag{2.3.9}$$

波動距離 ξ および位相角 ψ の導関数は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \xi}{\partial x} &= \cos \alpha, \quad \frac{\partial \xi}{\partial y} = \sin \alpha \\
\frac{\partial \xi}{\partial r_w} &= \cos(\theta_w - \alpha), \quad \frac{\partial \xi}{r_w \partial \theta_w} = -\sin(\theta_w - \alpha) \\
\frac{\partial \xi}{\partial r} &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta = \cos(\theta - \alpha) \\
\frac{\partial \xi}{r \partial \theta} &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial x}{r \partial \theta} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial y}{r \partial \theta} = \cos \alpha (-\sin \theta) + \sin \alpha \cos \theta = -\sin(\theta - \alpha)
\end{aligned} \tag{2.3.10}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi}{\partial x} &= \frac{d\psi}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \lambda \cos \alpha, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{d\psi}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} = \lambda \sin \alpha, \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\omega \\
\frac{\partial \psi}{\partial r_w} &= \frac{d\psi}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial r_w} = \lambda \cos(\theta_w - \alpha), \quad \frac{\partial \psi}{r_w \partial \theta_w} = \frac{d\psi}{d\xi} \frac{\partial \xi}{r_w \partial \theta_w} = -\lambda \sin(\theta_w - \alpha) \\
\frac{\partial \psi}{\partial r} &= \frac{d\psi}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial r} = \lambda \cos(\theta - \alpha), \quad \frac{\partial \psi}{r \partial \theta} = \frac{d\psi}{d\xi} \frac{\partial \xi}{r \partial \theta} = -\lambda \sin(\theta - \alpha)
\end{aligned} \tag{2.3.11}$$

2.3.2. 速度ポテンシャルの一般化

前節で求めた一般化した位相角 ψ を用いると、水位変動 η と速度ポテンシャル ϕ も一般化できる。

$$\eta = ae^{i\psi} \quad \because \psi = \lambda[(x-x_o)\cos\alpha + (y-y_o)\sin\alpha] - \omega t + \psi_o \quad (2.3.12)$$

$$\phi(x, y, z, t) = Z(z)e^{i\psi} = i \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i\psi} \quad (2.3.13)$$

2.3.3. 修正した流速，水圧，変位の計算

一般化した速度ポテンシャルを用いると、流速，水圧，変位を求めると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos\alpha e^{i\psi} \\ v_y &= -\frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin\alpha e^{i\psi} \\ v_{r_w} &= -\frac{\partial\phi}{\partial r_w} = \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\theta_w - \alpha) e^{i\psi} \\ v_{\theta_w} &= -\frac{\partial\phi}{r_w \partial\theta_w} = -\frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin(\theta_w - \alpha) e^{i\psi} \\ v_r &= -\frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\theta - \alpha) e^{i\psi} \\ v_\theta &= -\frac{\partial\phi}{r \partial\theta} = -\frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin(\theta - \alpha) e^{i\psi} \\ v_z &= -\frac{\partial\phi}{\partial z} = -i \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i\psi} \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

$$p = \rho \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} - gz \right) = \rho g \left[a \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i\psi} - z \right] \quad (2.3.15)$$

$$\begin{aligned}
u_x &= \int v_x dt = i \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos \alpha \cdot e^{i\psi} \\
u_y &= \int v_y dt = i \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin \alpha \cdot e^{i\psi} \\
u_{r_w} &= \int v_{r_w} dt = i \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\theta_w - \alpha) \cdot e^{i\psi} \\
u_{\theta_w} &= \int v_{\theta_w} dt = -i \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin(\theta_w - \alpha) \cdot e^{i\psi} \\
u_r &= \int v_r dt = i \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{i\psi} \\
u_\theta &= \int v_\theta dt = -i \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin(\theta - \alpha) \cdot e^{i\psi} \\
u_z &= \int v_z dt = \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i\psi}
\end{aligned} \tag{2.3.16}$$

2.4. 直線構造物に斜行する入射波による波浪解析

2.4.1. 解析における仮定

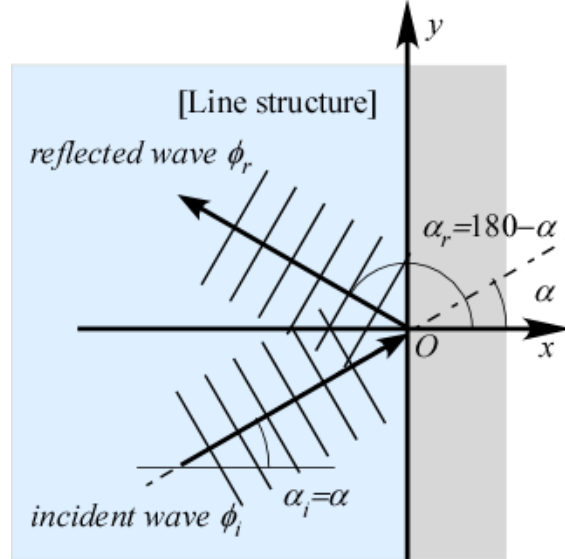


図 2.4-1 直線構造物における平面波の反射

図 2.4-1 に示すように入射角 $\alpha_i = \alpha$ の平面波に対する直線構造物の境界条件 $[v_x=0; (x=0)]$ から，反射波の進行方向角は $\alpha_r = 180^\circ - \alpha$ となる。

2.4.2. 速度ポテンシャルの誘導

入射波：

$$\begin{aligned} \eta_i &= ae^{i\psi_i} \\ \because \psi_i &= \lambda[(x-x_o)\cos\alpha_i + (y-y_o)\sin\alpha_i] - \omega t + \psi_{io} \\ \phi_i(x, y, z, t) &= Z(z)e^{i\psi_i} = i \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} e^{i\psi_i} \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

$$O_{wi}(x_{io}, y_{io}) = (0, 0), \quad \psi_{io} = 0$$

$$\begin{aligned} v_{ix} &= \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos\alpha_i \cdot e^{i\psi_i} \\ v_{iy} &= \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin\alpha_i \cdot e^{i\psi_i} \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

反射波：

$$\begin{aligned}
\eta_r &= ae^{i\psi_r} \\
\therefore \psi_r &= \lambda[(x-x_{ro})\cos\alpha_i + (y-y_{ro})\sin\alpha_r] - \omega t + \psi_{ro} \\
\phi_r(x, y, z, t) &= Z(z)e^{i\psi_r} = i \frac{ga \cosh\lambda(h+z)}{\omega \cosh\lambda h} e^{i\psi_r} \\
O_{wr}(x_{ro}, y_{ro}) &= (0, 0)
\end{aligned} \tag{2.4.3}$$

$$\begin{aligned}
v_{rx} &= \frac{ga\lambda \cosh\lambda(h+z)}{\omega \cosh\lambda h} e^{i\psi_r} \cos\alpha_r \\
v_{ry} &= \frac{ga\lambda \cosh\lambda(h+z)}{\omega \cosh\lambda h} e^{i\psi_r} \sin\alpha_r
\end{aligned} \tag{2.4.4}$$

全反射条件：

$$\begin{aligned}
v_x &= 0 \quad \text{at } x=0 \\
v_{ix} + v_{rx} &= \frac{ga\lambda \cosh\lambda(h+z)}{\omega \cosh\lambda h} e^{i\psi_i} \cos\alpha_i + \frac{ga\lambda \cosh\lambda(h+z)}{\omega \cosh\lambda h} e^{i\psi_r} \cos\alpha_r \\
&= \frac{ga\lambda \cosh\lambda(h+z)}{\omega \cosh\lambda h} (e^{i\psi_i} \cos\alpha_i + e^{i\psi_r} \cos\alpha_r) = 0 \\
\therefore e^{i\psi_i} \cos\alpha_i + e^{i\psi_r} \cos\alpha_r & \\
&= \exp[i(y \sin\alpha_i - \omega t)] \cos\alpha_i + \exp[i(y \sin\alpha_r - \omega t + \psi_r)] \cos\alpha_r \\
&= \exp(-i\omega t) \{ \exp(iy \sin\alpha_i) \cos\alpha_i + \exp[i(y \sin\alpha_r + \psi_r)] \cos\alpha_r \} = 0 \\
\therefore [\cos(y \sin\alpha_i) + i \sin(y \sin\alpha_i)] \cos\alpha_i & \\
&\quad + [\cos(y \sin\alpha_r + \psi_r) + i \sin(y \sin\alpha_r + \psi_r)] \cos\alpha_r = 0 \\
\therefore \begin{cases} \cos(y \sin\alpha_i) \cos\alpha_i + \cos(y \sin\alpha_r) \cos\psi_r \cos\alpha_r - \sin(y \sin\alpha_r) \sin\psi_r \cos\alpha_r = 0 \\ \sin(y \sin\alpha_i) \cos\alpha_i + \cos(y \sin\alpha_r) \sin\psi_r \cos\alpha_r + \sin(y \sin\alpha_r) \cos\psi_r \cos\alpha_r = 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.4.5}$$

上記の条件を満たす解は以下のものである。

$$\begin{aligned}
\sin\psi_r = 0, \quad \sin\alpha_r = \sin\alpha_i \quad \therefore \cos\alpha_r &= -\cos\alpha_i \\
\therefore \begin{cases} \cos(y \sin\alpha_i) \cos\alpha_i - \cos(y \sin\alpha_i) \cos\psi_r \cos\alpha_i = 0 \\ \sin(y \sin\alpha_i) \cos\alpha_i - \sin(y \sin\alpha_i) \cos\psi_r \cos\alpha_i = 0 \end{cases} \\
\therefore \begin{cases} 1 - \cos\psi_r = 0 \\ 1 - \cos\psi_r = 0 \end{cases} \Rightarrow \psi_r = 0, \quad \alpha_r = \pi - \alpha_i
\end{aligned} \tag{2.4.6}$$

水面変位および速度ポテンシャルは以下のものである。

$$\begin{aligned}
\alpha_i &= \pi - \alpha_r \rightarrow \alpha \\
\psi_i &= \lambda(+x \cos \alpha + y \sin \alpha) - \omega t \\
\psi_r &= \lambda(-x \cos \alpha + y \sin \alpha) - \omega t
\end{aligned} \tag{2.4.7}$$

$$\begin{aligned}
\eta &= \eta_i + \eta_r = ae^{i\psi_i} + ae^{i\psi_r} \\
&= a(e^{i\lambda x \cos \alpha} + e^{-i\lambda x \cos \alpha})e^{-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)} \\
&= 2a \cos(\lambda x \cos \alpha)e^{-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)}
\end{aligned} \tag{2.4.8}$$

重複波は以下のようなになる。重複波の波高は倍増して $2H$ になり、 x -軸方向に定常波、 y -軸方向には進行波の特徴を示すことがわかる。

$$\begin{aligned}
\phi &= \phi_i + \phi_r = i \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} (e^{i\psi_i} + e^{i\psi_r}) \\
&= 2i \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda x \cos \alpha) e^{-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)}
\end{aligned} \tag{2.4.9}$$

ここで、関数 $e^{-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)}$ は進行波、関数 $\cos(\lambda x \cos \alpha)$ は定常波に対応している。入射方向 α に対して、座標軸方向の波長は以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\lambda_x = \lambda \cos \alpha \quad \therefore L_x &= \frac{2\pi}{\lambda_x} = \frac{2\pi}{\lambda \cos \alpha} = \frac{L}{\cos \alpha} \\
\lambda_y = \lambda \sin \alpha \quad \therefore L_y &= \frac{2\pi}{\lambda_y} = \frac{2\pi}{\lambda \sin \alpha} = \frac{L}{\sin \alpha}
\end{aligned} \tag{2.4.10}$$

したがって、 x 軸方向には定常波（波長 $L_x = L / \cos \alpha$ ）、 y 軸方向には進行波（波長 $L_y = L / \sin \alpha$ ）の特性を有している。

2.4.3. 流速，水圧，変位の計算

得られた速度ポテンシャルから流速，水圧，変位は以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
v_x &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} = 2i \frac{ga\lambda^2}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos \alpha \sin(\lambda x \cos \alpha) \cdot \exp[-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)] \\
v_y &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} = -2 \frac{ga\lambda^2}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin \alpha \cos(\lambda x \cos \alpha) \cdot \exp[-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)] \\
v_z &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -2i \frac{ga\lambda}{\omega} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda x \cos \alpha) \cdot \exp[-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)]
\end{aligned} \tag{2.4.11}$$

$$p = \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} - gz \right) = \rho g \left[-2a \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda x \cos \alpha) e^{-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)} - z \right] \quad (2.4.12)$$

$$\begin{aligned} u_x &= \int v_x dt = 2 \frac{ga\lambda^2}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos \alpha \sin(\lambda x \cos \alpha) e^{-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)} \\ u_y &= \int v_y dt = 2i \frac{ga\lambda^2}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin \alpha \cos(\lambda x \cos \alpha) e^{-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)} \\ u_z &= -2 \frac{ga\lambda}{\omega^2} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda x \cos \alpha) e^{-i(\lambda y \sin \alpha - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.4.13)$$

2.5. 屈曲直線構造物に斜行する入射波による波浪解析

2.5.1. 解析における仮定

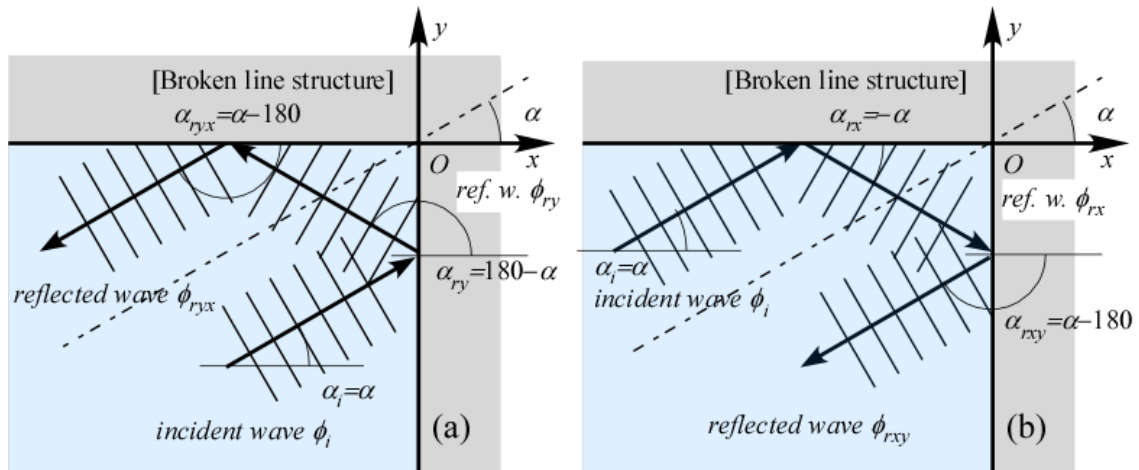


図 2.5-1 屈曲直線構造物における平面波の反射

図 2.5-1(a, b)が示す直角に屈曲した直線構造物へ平面波が入射する場合，入射波のうち原点に対して右側部分は y -軸（反射波 ry ）， x -軸（反射波 ryx ）の順に反射し，左側部分は x -軸（反射波 rx ）， y -軸（反射波 rxv ）の順に反射する。

2.5.2. 速度ポテンシャルの誘導

境界条件 [$v_x=0: (x=0)$; $v_y=0: (y=0)$] に対して解を求めると，この反射波の進行方向角と重複波の速度ポテンシャルは以下ようになる。

$$\begin{aligned} \alpha_i = \alpha, \quad \alpha_{ry} = 180^\circ - \alpha, \quad \alpha_{rx} = -\alpha, \\ \alpha_{ryx} = \alpha_{rxy} = \alpha - 180 \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

$$\phi = \phi_i + \phi_{ry} + \phi_{rx} + \phi_{ryx} = 2i \frac{gH}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda x \cos \alpha) \cdot \cos(\lambda y \sin \alpha) e^{-i\omega t} \quad (2.5.2)$$

ここで，反射波 ryx と反射波 rxy はともに入射波と反対向きで同一のものであることに注意する必要がある。直角構造物の場合には， x -軸， y -軸両方向において定常波の特性を示し，節が格子状に現れ，座標原点を含む各格子の中央に腹が現れることがわかる。波長は直線構造物と同様に以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\lambda_x = \lambda \cos \alpha \quad \therefore L_x &= \frac{2\pi}{\lambda_x} = \frac{2\pi}{\lambda \cos \alpha} = \frac{L}{\cos \alpha} \\
\lambda_y = \lambda \sin \alpha \quad \therefore L_y &= \frac{2\pi}{\lambda_y} = \frac{2\pi}{\lambda \sin \alpha} = \frac{L}{\sin \alpha}
\end{aligned} \tag{2.5.3}$$

2.5.3. 流速，水圧，変位の計算

得られた速度ポテンシャルから流速，水圧，変位は以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
v_x &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} = 2i \frac{gH\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos \alpha \sin(\lambda x \cos \alpha) \cdot \cos(\lambda y \sin \alpha) e^{-i\omega t} \\
v_y &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} = 2i \frac{gH\lambda}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin \alpha \cos(\lambda x \cos \alpha) \cdot \sin(\lambda y \sin \alpha) e^{-i\omega t} \\
v_z &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -2i \frac{gH\lambda}{\omega} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda x \cos \alpha) \cdot \cos(\lambda y \sin \alpha) e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{2.5.4}$$

$$p = \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} - gz \right) = \rho g \left[2H \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda x \cos \alpha) \cdot \cos(\lambda y \sin \alpha) e^{-i\omega t} - z \right] \tag{2.5.5}$$

$$\begin{aligned}
u_x &= \int v_x dt = -2 \frac{gH\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos \alpha \sin(\lambda x \cos \alpha) \cdot \cos(\lambda y \sin \alpha) e^{-i\omega t} \\
u_y &= \int v_y dt = -2 \frac{gH\lambda}{\omega^2} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \sin \alpha \cos(\lambda x \cos \alpha) \cdot \sin(\lambda y \sin \alpha) e^{-i\omega t} \\
u_z &= \int v_z dt = 2 \frac{gH\lambda}{\omega^2} \frac{\sinh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cos(\lambda x \cos \alpha) \cdot \cos(\lambda y \sin \alpha) e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{2.5.6}$$

2.6.円柱構造物周辺の波浪解析

2.6.1. 解析における仮定

一様水深波浪場に設置された円柱構造物周辺に生じる反射・回折波の解析は、微小振幅波理論の枠組みにおいて固有関数展開法を用いるのが適当である。これについては、すでに MacCamy・Fuchs (1954) が Bessel 関数を取り入れたフーリエ級数の形式で解を誘導するのに成功している。ここではその方法を整理して取りまとめることにする。

線形重ね合わせの原理を適用できるため、速度ポテンシャルは入射波と反射・回折波の項の和として次の式(4.1.1)のように表せる。

$$\phi(r, \theta, z, t) = \phi_i(r, \theta, z, t) + \phi_s(r, \theta, z, t) = [C_i(r, \theta)Z_i(z) + C_s(r, \theta)Z_s(z)]e^{-i\omega t} \quad (2.6.1)$$

ただし、 ϕ_i, ϕ_s はそれぞれ入射波および反射・回折波の速度ポテンシャルである。入射波のポテンシャル ϕ_i は前節より既知であるから、反射・回折波のポテンシャル ϕ_s を求める。

a) 支配方程式

微小振幅波理論の枠組みでは散乱・回折波においても、連続条件と平衡条件を満たす支配方程式は、入射波と同様にラプラス方程式となる。ラプラス方程式を円筒座標系で展開すると以下のものである。

$$\nabla^2 \phi_s = \frac{\partial^2 \phi_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_s}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_s}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_s}{\partial z^2} = 0 \quad (2.6.2)$$

b) 海面における境界条件

自由水面における境界条件は、微小振幅波理論の条件と同様である。海水面における運動学的条件および力学的条件はそれぞれ次式のものである。

$$\begin{aligned} v_{sz} &= -\frac{\partial \phi_s}{\partial z} = \frac{\partial \eta_s}{\partial t} \quad \text{at } z = \eta_s \approx 0 \\ -\frac{\partial \phi_s}{\partial t} + g\eta_s &= 0 \quad \text{at } z = \eta_s \approx 0 \end{aligned} \quad (2.6.3)$$

海面形状を表す η_s を考慮すると、速度ポテンシャルに対する自由水面の条件は次式のものである。

$$\frac{\partial \eta_s}{\partial t} = \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi_s}{\partial t^2} = -\frac{\partial \phi_s}{\partial z} \quad \therefore \frac{\partial^2 \phi_s}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \phi_s}{\partial z} \quad \text{at } z = \eta_s \approx 0 \quad (2.6.4)$$

c) 海底面における境界条件

海底面における境界条件は、微小振幅波理論の条件と同様の不透過条件である。

$$v_z = -\frac{\partial \phi_s}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -h \quad (2.6.5)$$

d) 構造物側面における境界条件

構造物の没水表面では、通常、構造物表面が不透過であるという条件を用いる。構造物表面が不透過であるということは、表面の各点上で、表面と直交する流速成分がゼロということである。表面の法線方向を n とすれば、速度ポテンシャルの定義から、流速の法線方向成分、すなわち、表面と直交する流速成分は、 $\partial \phi / \partial n$ で表される。これがゼロであるから、したがって次式が境界条件となる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (2.6.6)$$

対象としている円筒構造物では、法線方向は半径方向 r である。したがって、構造物の側面 ($r = r_0$) において、上式は以下ようになる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\partial \phi_s}{\partial r} = 0 \quad \text{at } r = r_0 \quad (2.6.7)$$

e) 放射条件

回折・散乱波、あるいは放射波は、無限遠方では外に向かって進行する成分のみになる。これが放射条件と呼ばれるものである。回折・散乱問題を理論的に取り扱う場合、通常、一定水深を仮定する場合が多い。この場合、固有関数により鉛直方向のポテンシャルが分離され、三次元ラプラス方程式は二次元ヘルムホルツ方程式となる。

周波数領域で基礎方程式がヘルムホルツ方程式となる波動問題における放射条件をゾンマーフェルトが数学的に考察し、ゾンマーフェルトの放射条件と呼ばれる式を導いた。 n 次元ヘルムホルツ方程式に対する式は以下ようになる。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \pm i\lambda \phi \right) = 0 \quad (2.6.8)$$

回折・散乱波の速度ポテンシャル ϕ_s について解を導きたいから、上式は以下のように書き直すことになる。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \phi_s}{\partial r} - i\lambda \phi_s \right) = 0 \quad (2.6.9)$$

2.6.2. 速度ポテンシャルの誘導

先に、入力波を円筒座標系表示に変換し、さらにベッセル関数を適用して級数展開した。その結果を再度整理したものを次式に示す。

$$\begin{aligned}\phi_i(r, \theta, z, t) &= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cdot \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\lambda r) (ie^{i\theta})^n \right] e^{-i\omega t} \\ Z_i(z) &= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h}, \quad R_{ik}(r) = J_k(\lambda r), \quad \Theta_{ik}(\theta) = (ie^{i\theta})^k\end{aligned}\tag{2.6.10}$$

上式において、 $R_{ik}(r) = J_k(\lambda r)$ 、 $\Theta_{ik}(\theta) = (ie^{i\theta})^k$ は半径方向または周方向において無限級数を形成している。この式に合わせて、回折・散乱波の速度ポテンシャル ϕ_s を次式のように設定する。

$$\phi_s(r, \theta, z, t) = Z_s(z) \left[\sum_{k=0}^{\infty} R_{sk}(r) \cdot \Theta_{sk}(\theta) \right] e^{-i\omega t}\tag{2.6.11}$$

深さ方向の変化を説明する関数 $Z_s(z)$ について検討する。構造物表面における不透過条件は任意の深さ z の値において満足されなければならない。したがって、関数形は相似であることがわかる。このことは、海水面における「運動学的条件」と「力学的条件」および海底面における不透過条件が、入射波と散乱・回折波の両方においてそれぞれ全く同じであることにも対応している。

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\partial \phi_s}{\partial r} = 0 \quad \text{at } r = r_o\tag{2.6.12}$$

したがって、入射波と散乱・回折波における $Z_s(z)$ と $Z_i(z)$ は相似形であるため、等しいと置いて一般性は失われない。このことを次式に示す。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\partial \phi_s}{\partial r} &= 0 \quad \text{at } r = r_o, \quad \text{at any } z \\ \therefore Z_s(z) = Z_i(z) &= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h}\end{aligned}\tag{2.6.13}$$

半径方向の変化を説明する方位角方向の関数 $\Theta_s(\theta)$ について検討する。 $Z_s(z)$ についての検討と同じように構造物側面における不透過条件は、任意の方位角 θ の値において満足されなければならない。したがって、すべての級数項において、入射波と散乱・回折波における $\Theta_{ks}(\theta)$ と $\Theta_{ki}(\theta)$ は相似形でなくてはならず、さらに等しいと置いて一般性は失われないので、次式で表される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\partial \phi_s}{\partial r} = 0; \quad \text{at } r = r_o, \quad \text{at any } \theta \quad (2.6.14)$$

$$\therefore \Theta_{sk}(\theta) = \Theta_{ik}(\theta) = (ie^{i\theta})^k$$

ここでは、式(2.6.2)の支配方程式の解について検討する。この式(2.6.2)は、半径 r の変化に対して独立なすべての級数項に対して成り立たなければならない。

$$\frac{\partial^2 \phi_{sk}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{sk}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_{sk}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_{sk}}{\partial z^2} = 0 \quad (2.6.15)$$

上で導いた関数 $Z_s(z)$ と $\Theta_{sk}(\theta)$ を以下に代入して整理する。

$$\begin{aligned} & Z_{sk}(z) \cdot R''_{sk}(r) \cdot \Theta_{sk}(\theta) \cdot e^{-i\omega t} + \frac{1}{r} Z_{sk}(z) \cdot R'_{sk}(r) \cdot \Theta_{sk}(\theta) \cdot e^{-i\omega t} \\ & + \frac{1}{r^2} Z_{sk}(z) \cdot R_{sk}(r) \cdot \Theta''_{sk}(\theta) \cdot e^{-i\omega t} + Z''_{sk}(z) \cdot R_{sk}(r) \cdot \Theta_{sk}(\theta) \cdot e^{-i\omega t} = 0 \\ \therefore & \left[R''_{sk}(r) + \frac{1}{r} R'_{sk}(r) + \left(-\frac{1}{r^2} k^2 + \lambda^2 \right) R_{sk}(r) \right] Z_{sk}(z) \cdot \Theta_{sk}(\theta) \cdot e^{-i\omega t} = 0 \\ \therefore & R''_{sk}(r) + \frac{1}{r} R'_{sk}(r) + \left(\lambda^2 - \frac{1}{r^2} k^2 \right) R_{sk}(r) = 0 \end{aligned} \quad (2.6.16)$$

ここで、 r を $x = \lambda r$ と置換することによってベッセル関数の標準形が得られる。ただし、 x の意味は、直交座標系におけるものとは異なる。

$$\begin{aligned} & \lambda^2 R''_{sk}(\lambda r) + \frac{1}{r} \lambda R'_{sk}(\lambda r) + \left(\lambda^2 - \frac{1}{r^2} k^2 \right) R_{sk}(\lambda r) = 0 \\ \therefore & R''_{sk}(\lambda r) + \frac{1}{\lambda r} R'_{sk}(\lambda r) + \left(1 - \frac{k^2}{(\lambda r)^2} \right) R_{sk}(\lambda r) = 0 \\ \therefore & R''_{sk}(x) + \frac{1}{x} R'_{sk}(x) + \left(1 - \frac{k^2}{x^2} \right) R_{sk}(x) = 0 \end{aligned} \quad (2.6.17)$$

上式の一般解は通常、以下のように二通りの表し方をする。

$$R(\lambda r) = c_1 J_k(\lambda r) + c_2 Y_k(\lambda r) \quad \text{or} \quad R(\lambda r) = c_1 H_k^{(1)}(\lambda r) + c_2 H_k^{(2)}(\lambda r) \quad (2.6.18)$$

ここで導入した関数の意味は以下のようである,

J_k : k 次のベッセル関数

Y_k : k 次のノイマン関数(第2種ベッセル関数)

$H_k^{(1)}$: k 次の第1種ハンケル関数

$H_k^{(2)}$: k 次の第2種ハンケル関数

ハンケル関数は、ベッセル関数とノイマン関数を用いて、以下のように複素数領域で定義される。

$$\begin{cases} H_k^{(1)}(r) = J_k(r) + iY_k(r) \\ H_k^{(2)}(r) = J_k(r) - iY_k(r) \end{cases} \quad (2.6.19)$$

波動の外部境界値問題(解が構造物の外側の開領域で求められる)場合、式(2.6.19)のハンケル関数を用いた表現が便利である。これは $r \rightarrow \infty$ における漸近形から、無限遠方での解の挙動が簡単にわかるためである。

ここで、時間依存性があるので、第1種ハンケル関数の場合は半径方向における進行波、第2種の場合は後退波という関数形になる。

$$R_{sk}(r) = A_k H_k^{(1)}(\lambda r) \quad \text{with } A_m = \text{const.} \quad (2.6.20)$$

ここに、 A_k ($k = 0, \pm 1, \dots$) は複素未定係数である。以上より、一般解は以下のように整理できる。

$$\begin{aligned} \phi_s(r, \theta, z, t) &= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cdot \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k H_k^{(1)}(\lambda r) \cdot (ie^{i\theta})^k \right] e^{-i\omega t} \\ Z_s(z) &= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h}, \quad R_{sk}(r) = A_k H_k^{(1)}(\lambda r), \quad \Theta_{sk}(\theta) = (ie^{i\theta})^k \end{aligned} \quad (2.6.21)$$

構造物側面における不透過条件を満たすためには、式(2.6.12)は次式に書き直すことができる。

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial r} = -\frac{\partial \phi_i}{\partial r} \quad (r = r_0) \quad (2.6.22)$$

これらより、上式の左辺と右辺は以下の式で表される。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_s}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} \left\{ i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cdot \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k H_k^{(1)}(\lambda r) (ie^{i\theta})^k \right] e^{-i\omega t} \right\} \\
&= i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cdot \lambda \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k H_k^{(1)'}(\lambda r_0) (ie^{i\theta})^k \right] e^{-i\omega t} \\
-\frac{\partial \phi_i}{\partial r} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \phi_i(r, \theta, z, t) = i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\lambda r) (ie^{i\theta})^k \right] e^{-i\omega t} \right\} \\
&= -i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \cdot \lambda \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k'(\lambda r) (ie^{i\theta})^k \right] e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{2.6.23}$$

以上より、各項を比較すると、反射・回折波の速度ポテンシャルは結局次式のようになる。

$$\phi_s(r, \theta, z, t) = -i \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \times \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} i^k \frac{J_k'(\lambda r_0)}{H_k^{(1)'}(\lambda r_0)} H_k^{(1)}(\lambda r) (e^{i\theta})^k \right] e^{-i\omega t} \tag{2.6.24}$$

場全体のポテンシャル ϕ は、入射波のポテンシャル ϕ_i と反射・回折波のポテンシャル ϕ_s との和で表されるため、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
\phi(r, \theta, z, t) &= \phi_i(r, \theta, z, t) + \phi_s(r, \theta, z, t) \\
&= -i \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} i^k \left[J_k(\lambda r) - \frac{J_k'(\lambda r_0)}{H_k^{(1)'}(\lambda r_0)} H_k^{(1)}(\lambda r) \right] (e^{i\theta})^k \right\} e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{2.6.25}$$

2.6.3. 流速, 水圧, 変位の計算

水面形は以下のようになる。

$$\eta_s = \frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi_s}{\partial t} \right)_{z=0} = -\frac{H}{2} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \frac{J_m'(\lambda r_0)}{H_m^{(1)'}(\lambda r_0)} H_m^{(1)}(\lambda r) (e^{i\theta})^m \right] e^{-i\omega t} \quad (2.6.26)$$

半径方向および周方向, 深さ方向の流速 $v_{sr}, v_{s\theta}, v_{sz}$ は次式のようにとなる。

$$\begin{aligned} v_{sr} &= -\frac{\partial \phi_s}{\partial r} = i \frac{g\lambda H}{\omega} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{2 \cosh \lambda h} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \frac{J_m''(\lambda r_0)}{H_m^{(1)'}(\lambda r_0)} H_m^{(1)'}(\lambda r) (e^{i\theta})^m \right] e^{-i\omega t} \\ v_{s\theta} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi_s}{\partial \theta} = -\frac{g}{r\omega} \frac{H \cosh \lambda(h+z)}{2 \cosh \lambda h} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m m \frac{J_m'(\lambda r_0)}{H_m^{(1)'}(\lambda r_0)} H_m^{(1)}(\lambda r) (e^{i\theta})^m \right] e^{-i\omega t} \\ v_{sz} &= \frac{\partial \phi_s}{\partial z} = i \frac{H}{2} \frac{g\lambda \sinh \lambda(h+z)}{\omega \cosh \lambda h} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \frac{J_m'(\lambda r_0)}{H_m^{(1)'}(\lambda r_0)} H_m^{(1)}(\lambda r) (e^{i\theta})^m \right] e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (2.6.27)$$

また, 水圧 p は次式となる。

$$\begin{aligned} p_s &= \rho \left(\frac{\partial \phi_s}{\partial t} - gz \right) \\ &= -\rho g \left\{ \frac{H \cosh \lambda(h+z)}{2 \cosh \lambda h} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \frac{J_m'(\lambda r_0)}{H_m^{(1)'}(\lambda r_0)} H_m^{(1)}(\lambda r) (e^{i\theta})^m \right] e^{-i\omega t} - z \right\} \end{aligned} \quad (2.6.28)$$

さらに、半径方向および周方向、深さ方向の変位 $u_{sr}, u_{s\theta}, u_{sz}$ は次式のようにとなる。

$$\begin{aligned}
 u_{sr} &= \int v_{sr} dt = -\int \frac{\partial \phi_s}{\partial r} dt \\
 &= -\frac{H}{2} \frac{g \lambda \cosh \lambda(h+z)}{\omega^2 \cosh \lambda h} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \frac{J'_m(\lambda r_0)}{H_m^{(1)'(\lambda r_0)} H_m^{(1)}(\lambda r)} (e^{i\theta})^m \right] e^{-i\omega t} \\
 u_{s\theta} &= \int v_{s\theta} dt = -\frac{1}{r} \int \frac{\partial \phi_s}{\partial \theta} dt \\
 &= \frac{H}{2} \frac{g}{\omega^2 r} \frac{\cosh \lambda(h+z)}{\cosh \lambda h} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \frac{J'_m(\lambda r_0)}{H_m^{(1)'(\lambda r_0)} H_m^{(1)}(\lambda r)} (e^{i\theta})^m \right] e^{-i\omega t} \\
 u_{sz} &= \int v_{sz} dt = -\int \frac{\partial \phi_s}{\partial z} dt \\
 &= -\frac{H}{2} \frac{g \lambda \sinh \lambda(h+z)}{\omega^2 \cosh \lambda h} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \frac{J'_m(\lambda r_0)}{H_m^{(1)'(\lambda r_0)} H_m^{(1)}(\lambda r)} (e^{i\theta})^m \right] e^{-i\omega t}
 \end{aligned} \tag{2.6.29}$$

参考文献

MacCamy, R. C., R. A. Fuchs: Wave forces on piles (A diffraction theory), Tech. Memo., No. 69, B.E.F., 1954.

服部昌太郎：「海岸工学」，pp.13-36，コロナ社，1987.

3. 多孔質弾性理論に基づく海底地盤の有効応力応答解析手法

3.1. 連続体の弾性変形解析

線形弾性理論の枠組みにおいて挙動を記述する弾性体の挙動を解析するための支配方程式を誘導する。まず、構成式に基づいた応力-ひずみ関係の定式化を説明し、応力-ひずみ-変位関係を偏微分方程式の形式で誘導する。ここでは、質量の保存則を満たすために、変位の連続性を暗黙に考慮している。これらの説明は単純な一次元条件から始め、二次元、三次元へ展開する。最終的には、これらを一般的な三次元条件におけるテンソル表記に取りまとめる。平衡条件の定式化については、上記の構成関係で得られる応力に加えて、連続体の加速度と物体力を考慮して、Newtonの第一法則に基づいた力の平衡条件を満たす偏微分方程式を誘導する。ここでの物体力としては、連続体要素の体積に比例して作用する重力や浸透力を対象としている。

一次元条件における連続体材料の応力-ひずみ-変位関係を考えるために、一様な平板の軸方向応力による変形を考える。

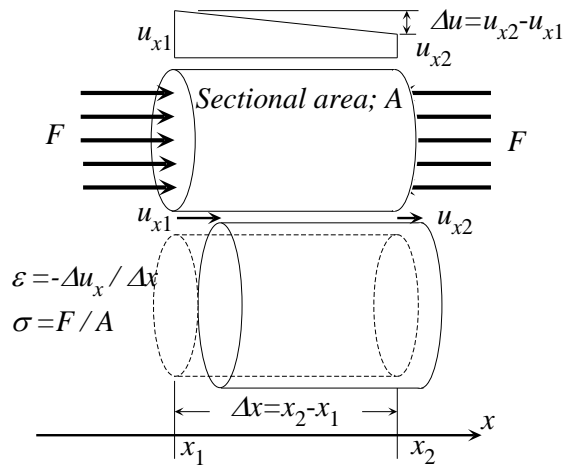


図 3.1-1 軸方向に荷重を受ける棒材料

図 3.1-1 のように、一様断面の棒材料が軸方向に荷重を受けるときの変位 u を考える。一般的に変位 u は外力 F と時間 t 、位置 x の関数であり、以下の式のように表すことができる。

$$u_x = f(F, \Delta t, \Delta x) \quad (3.1.1)$$

弾性体の変形は応力とひずみの関係で記述することができ、この一次元条件における棒の応力とひずみは次式のように定義できる。

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{\Delta u_x}{\Delta x} \rightarrow -\frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (\Delta x \rightarrow 0), \quad \sigma_{xx} = \frac{F}{A} \quad (3.1.2)$$

ここで、 A は断面積であり、応力とひずみの両方は圧縮を正としている。線形弾性理論では、ヤング率を導入して応力とひずみの線形関係を以下の式のように定義する。

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} \quad (3.1.3)$$

さらに、棒の軸に直角な方向のひずみ $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz}$ は、ポアソン比 ν を用いて次式のように表される。

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu\varepsilon_{xx} = \nu \frac{\sigma_{xx}}{E} \quad (3.1.4)$$

次に、二次元条件における連続体材料の応力－ひずみ－変位関係を考えるために、平面条件における一様な平板の平面内応力による変形を考える。

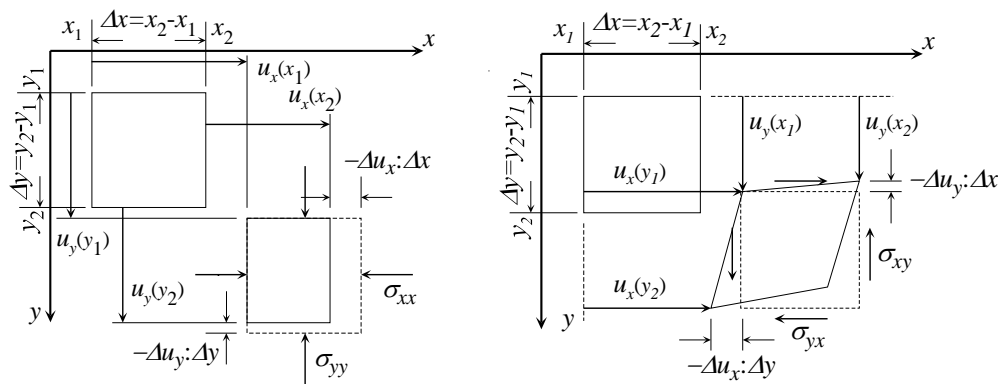


図 3.1-2 二次元条件での平板の弾性変形

図 3.1-2 のように、二次元条件で平板の弾性変形を考える。二つの垂直ひずみ $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$ とせん断ひずみ $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$ は次式のように定義できる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= -\frac{\Delta u_x}{\Delta x} \rightarrow -\frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (\Delta x \rightarrow 0) \\ \varepsilon_{yy} &= -\frac{\Delta u_y}{\Delta y} \rightarrow -\frac{\partial u_y}{\partial y} \quad (\Delta y \rightarrow 0) \\ \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_x}{\Delta y} + \frac{\Delta u_y}{\Delta x} \right) \rightarrow -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad (\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0) \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

線形弾性理論では、この条件における微小応力増分とひずみ増分の線形関係を以下の式と定義する。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx}}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{yy} \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\sigma_{yy}}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{xx} \\
\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= \frac{1}{2G} \sigma_{xy} = \frac{1}{2G} \sigma_{yx}, \quad (\sigma_{xy} = \sigma_{yx})
\end{aligned} \tag{3.1.6}$$

ここでは、新たにせん断剛性率を導入した。さらに、平板面に直角な方向のひずみ ε_{zz} は次式のように表される。

$$\varepsilon_{zz} = -\nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) = \nu \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{E} \tag{3.1.7}$$

これまでの一次元および二次元において得られた構成関係式を一般的な三次元条件における直交座標系へ拡張する。三次元条件における材料の6種類のひずみは以下のように変位から計算できる。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= -\frac{\Delta u_x}{\Delta x} \rightarrow -\frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (\Delta x \rightarrow 0) \\
\varepsilon_{yy} &= -\frac{\Delta u_y}{\Delta y} \rightarrow -\frac{\partial u_y}{\partial y} \quad (\Delta y \rightarrow 0) \\
\varepsilon_{zz} &= -\frac{\Delta u_z}{\Delta z} \rightarrow -\frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (\Delta z \rightarrow 0)
\end{aligned} \tag{3.1.8}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_x}{\Delta y} + \frac{\Delta u_y}{\Delta x} \right) \rightarrow -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad (\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0) \\
\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_y}{\Delta z} + \frac{\Delta u_z}{\Delta y} \right) \rightarrow -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad (\Delta y \rightarrow 0, \Delta z \rightarrow 0) \\
\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_z}{\Delta x} + \frac{\Delta u_x}{\Delta z} \right) \rightarrow -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \quad (\Delta z \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0)
\end{aligned} \tag{3.1.9}$$

この関係をテンソルで表示すると以下のようなになる。

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \Rightarrow \begin{cases} i = j: \varepsilon_{11} = -u_{1,1}, \quad \varepsilon_{22} = -u_{2,2}, \quad \varepsilon_{33} = -u_{3,3} \\ i \neq j: \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = -\frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \end{cases} \tag{3.1.10}$$

線形弾性理論では、この条件における応力とひずみの線形関係を以下の式のように定義する。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx}}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = \frac{1}{2G} \sigma_{11} - \frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\sigma_{yy}}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_{zz} + \sigma_{xx}) = \frac{1}{2G} \sigma_{22} - \frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{\sigma_{zz}}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = \frac{1}{2G} \sigma_{33} - \frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})
\end{aligned} \tag{3.1.11}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= \frac{1}{2G} \sigma_{xy} = \frac{1}{2G} \Delta \sigma_{yx}, \quad (\sigma_{xy} = \sigma_{yx}) \\
\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} &= \frac{1}{2G} \sigma_{yz} = \frac{1}{2G} \sigma_{zy}, \quad (\sigma_{yz} = \sigma_{zy}) \\
\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2G} \sigma_{zx} = \frac{1}{2G} \sigma_{xz}, \quad (\sigma_{zx} = \sigma_{xz})
\end{aligned}
\tag{3.1.12}$$

ここでは、ヤング率とせん断剛性率との間にある次の関係を用いている。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij}
\tag{3.1.13}$$

この応力とひずみの関係をテンソルで表示すると以下のものである。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ii} &= \frac{1}{2G} \sigma_{ii} - 3 \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_{ii} = \frac{1}{3K} \sigma_{ii} \\
\therefore \sigma_m &= K \varepsilon_v \quad \because \sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad \varepsilon_v = \varepsilon_{ii}, \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}
\end{aligned}
\tag{3.1.14}$$

ここで、 K は体積圧縮率である。これらの関係を整理すると応力をひずみ、さらには変位の関数として表記できる。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2G} \sigma_{ij} &= \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij} = \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{E} \frac{E}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \cdot \delta_{ij} = \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \cdot \delta_{ij} \\
\Rightarrow \sigma_{ij} &= \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{ij} + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \cdot \delta_{ij} = 2G \varepsilon_{ij} + \frac{2\nu G}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \cdot \delta_{ij}
\end{aligned}
\tag{3.1.15}$$

一般的なテンソル表記では、Lame の定数 λ, μ を導入して以下の表 3.1-1 のように表される。

表 3.1-1 各変数のテンソル表記

	E, ν	G, K	λ, μ
$E =$	E	$\frac{9GK}{G+3K}$	$\frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}$
$\nu =$	ν	$\frac{3K-2G}{2(G+3K)}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$
$G =$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	G	μ
$K =$	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	K	$\lambda + \frac{2}{3}\mu$
$\mu =$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	G	μ
$\lambda =$	$\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$K - \frac{2}{3}G$	λ

さらに、ひずみテンソルは変位ベクトルから計算することができるので、最終的に以下の微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} = -\lambda u_{k,k} \delta_{ij} - \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \therefore \varepsilon_{ij} &= -\frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

次に、一次元条件における平衡条件を考えるにあたって、一様な棒の要素における力の平衡条件を考える。

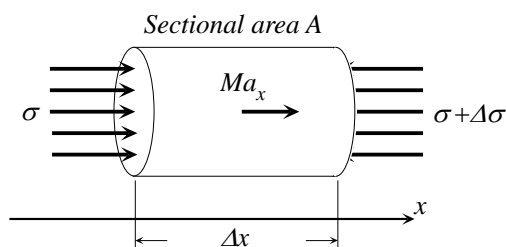


図 3.1-3 一次元条件における平衡条件を求める棒のモデル

体積 $V = A\Delta x$ の棒要素の質量 M と x 軸方向の物体力 Ψ_x は次のように計算できる。ただし、 A は棒の断面積である。

$$M = V\rho = \rho A\Delta x, \quad \Psi_x = \psi_x A\Delta x \quad (3.1.17)$$

ここで、 ρ は密度であり、物体力の係数 ψ_x は、重力の場合 $\psi_x = \rho g$ 、浸透力の場合 $\psi_x = ki_x$ となる (i_x は動水勾配、 k は Darcy の透水係数)。棒要素の両端面に作用する応力を含めた力の平衡条件を満たすように Newton の第一運動法則を適用すると以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} Ma_x &= \sigma_{xx}A - (\sigma_{xx} + \Delta\sigma_{xx})A + \Psi_x \Rightarrow \rho A\Delta x \cdot a_x = -\frac{\Delta\sigma_{xx}}{\Delta x} \Delta x \cdot A + \psi_x A\Delta x \\ \Rightarrow \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= -\frac{\Delta\sigma_{xx}}{\Delta x} + \psi_x \rightarrow \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \psi_x \quad (\Delta x \rightarrow 0) \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

ここで、 a_x は x 軸方向の加速度である。

これを二次元条件に拡張するため一様な平板の要素における力の平衡条件を考える。

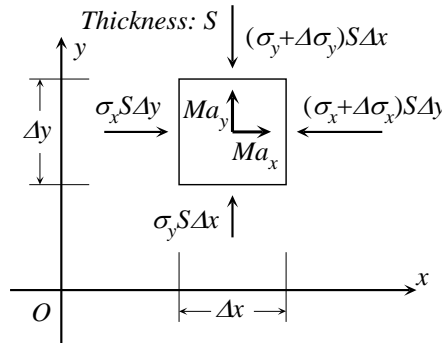


図 3.1-4 二次元条件における平衡条件を求める平板のモデル

体積 $V = S\Delta x\Delta y$ の平板要素の質量 M と物体力ベクトル (Ψ_x, Ψ_y) は次のように計算できる。ただし、 S は平板の厚さである。

$$M = V\rho = \rho S\Delta x\Delta y, \quad (\Psi_x, \Psi_y) = (\psi_x, \psi_y) S\Delta x\Delta y \quad (3.1.19)$$

棒要素の両端面に作用する応力を含めた力の平衡条件を満たすように Newton の第一運動法則を適用すると以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} Ma_x &= \sigma_{xx}S\Delta y - (\sigma_{xx} + \Delta\sigma_{xx})S\Delta y + \sigma_{yx}S\Delta y - (\sigma_{yx} + \Delta\sigma_{yx})S\Delta y + \Psi_x \\ \therefore \rho S\Delta x\Delta y \cdot a_x &= -\frac{\Delta\sigma_{xx}}{\Delta x} \Delta x \cdot S\Delta y - \frac{\Delta\sigma_{yx}}{\Delta y} \Delta y \cdot S\Delta x + \psi_x S\Delta x\Delta y \\ \therefore \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= -\frac{\Delta\sigma_{xx}}{\Delta x} - \frac{\Delta\sigma_{yx}}{\Delta y} + \psi_x \rightarrow \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y} + \psi_x \quad (\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0) \end{aligned} \quad (3.1.20)$$

$$\begin{aligned}
Ma_y &= \sigma_{yy} S \Delta x - (\sigma_{yy} + \Delta \sigma_{yy}) S \Delta x + \sigma_{xy} S \Delta x - (\sigma_{xy} + \Delta \sigma_{xy}) S \Delta x + \Psi_y \\
\therefore \rho S \Delta x \Delta y \cdot a_y &= -\frac{\Delta \sigma_{yy}}{\Delta y} \Delta y \cdot S \Delta x - \frac{\Delta \sigma_{xy}}{\Delta x} \Delta x \cdot S \Delta x + \Psi_y S \Delta x \Delta y \\
\therefore \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= -\frac{\Delta \sigma_{yy}}{\Delta y} - \frac{\Delta \sigma_{xy}}{\Delta x} + \psi_x \rightarrow \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = -\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \psi_y \quad (\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0)
\end{aligned} \tag{3.1.21}$$

ここで、 (a_x, a_y) は加速度ベクトルである。

先ほどの一次元と二次元での検討を考慮して、平衡条件を表す微分方程式は以下のようにテンソル表記できる。

$$\begin{aligned}
\rho \ddot{u}_i &= -\sigma_{ji,j} + \psi_i \\
\varepsilon_{ij} &= -\frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \sigma_{ij} = -\lambda u_{k,k} \delta_{ij} - \mu(u_{i,j} + u_{j,i})
\end{aligned} \tag{3.1.22}$$

この応力テンソルをひずみテンソルまたは変位ベクトルで表記することが可能であり、以下のような微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
\rho \ddot{u}_i &= -\lambda \varepsilon_{kk,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + \psi_i \quad \because \sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \\
\rho \ddot{u}_i &= \lambda u_{k,ki} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) + \psi_i \\
\therefore \varepsilon_{ij} &= -\frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \sigma_{ij} = -\lambda u_{k,k} \delta_{ij} - \mu(u_{i,j} + u_{j,i})
\end{aligned} \tag{3.1.23}$$

この式は動的な条件における平衡条件式であるが、これを静的に定常状態にある場合、すなわち静的条件または準動的条件における平衡条件式は以下の式になる。

$$\lambda u_{k,ki} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) + \psi_i = 0 \quad \because \ddot{u}_i = 0 \tag{3.1.24}$$

ここでは、加速度をゼロとして、動的条件の方程式においてから加速度項を消去している。

3.2. 多孔質弾性体による海底地盤のモデル化

土のような材料の変形を解析するとき、土要素における土粒子骨格と間隙流体の相互作用を考慮する必要がある。地下水の浸透問題においては、土粒子骨格の変形を考慮せずに間隙流体の相対的な移動・変位を専ら解析する方法が採用される場合がある。また、粘性土などの透水性が低い材料の場合には間隙流体の排水（相対的な移動）を許さない条件でせん断強度を検討する場合がある。これらの極端な条件での解析は、限定された条件の中においては十分な精度を得られるが、流体の浸透流れを考慮しながら土粒子骨格の有効応力や変形を十分に検討することはできない。例えば、海底地盤に波浪による水圧変動が作用する場合には間隙流体の移動を適切に考慮し、間隙流体と土粒子骨格の相互作用を計算することは重要である。

間隙流体の流れは Darcy によって実験的に研究され、透水係数 k を導入することによって流速と動水勾配の比例関係を定式化した。この Darcy 則は以下の式のように定式化できる。

$$\dot{w}_i = -k_{ij} i_j \quad (3.2.1)$$

ここで、 w_i は間隙流体の土粒子骨格に対する相対的な変位である。これは Darcy 流速（単位断面から流出する正味の流速）に基づく定義であり、実際の変位は間隙比 n を考慮したものとなる。

$$\frac{w_i}{n}, \quad u_i + \frac{w_i}{n} \quad (3.2.2)$$

一方、動水勾配ベクトル i_i はポテンシャル h の勾配であり、以下の式のように微分することで求められる。

$$\begin{aligned} i_i = h_{,i} &\Rightarrow \dot{w}_i = -k_{ij} \left(\frac{p_{,j}}{\rho_w g} - \frac{\psi_{fj}}{\rho_w g} \right) \\ \therefore h &= \left(\frac{p}{\rho_w g} - \frac{\psi_k x_k}{\rho_w g} \right), \quad \psi_{fi} = (0, 0, \rho_f g), \quad \rho_f = \rho_w S_r + \rho_w (1 - S_r) \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

S_r は飽和度で、流体相は気体相を混合したものをモデル化している。透水係数は異方性を考慮すると 2 階のテンソルであるが、等方性を仮定すれば以下の式のように表すことができる。

$$k_{ij} = k \delta_{ij} \quad (3.2.4)$$

上記の関係式を整理すると以下の方程式が得られる。

$$\frac{\rho_w g}{k} \dot{w}_i + p_{,i} = \psi_{fi} \quad \therefore r \dot{w}_i + p_{,i} = \psi_{fi} \quad \therefore r = \frac{\rho_w g}{k} \quad (3.2.5)$$

これは静的に定常的な条件における流れの関係式である。

間隙流体の保存則について、Terzaghi は間隙流体の非圧縮性を仮定し、これを一次元圧密現象に適用した。これにより、定荷重を受ける地盤における沈下量の時間的な変化を熱伝導方程式と同様な支配方程式により計算することが可能になった。Biot (1941) は間隙流体の圧縮性を考慮しつつ、間隙流体の流れと土粒子骨格の変形の関係を変形を三次元に拡張した。

土粒子骨格の変形と間隙水圧の変化に伴う間隙の体積変化は以下のように計算できる。

$$-\Delta\varepsilon_v + \frac{1-n}{K_s} \Delta p = \Delta u_{i,i} + \frac{1-n}{K_s} \Delta p \quad (3.2.6)$$

一方、間隙流体の移動による流出と間隙水圧の変化に伴う間隙流体の体積変化は以下のように計算できる。

$$\Delta\varepsilon_v = -\Delta w_{i,i} - \frac{n}{K_f} \Delta p \quad (3.2.7)$$

これらは等しいから、以下の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} -(\Delta u_{i,i} + \Delta w_{i,i}) &= \left(\frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_f} \right) \Delta p \approx \frac{1}{B_f} \Delta p \\ \therefore B_f &= \frac{K_f}{n}, \quad \frac{1}{K_f} = \frac{1}{K_l} S_r + \frac{1}{K_g} (1-S_r), \quad K_s \gg K_f \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

ここで導入した係数 K_f, K_l, K_g, K_s はそれぞれ、流体相（間隙流体）、液体相（間隙水）、気体相（間隙気体）、固体相（土粒子）の体積圧縮率である。土粒子自体の間隙水圧の収縮量は比較的小さいため、誘導過程では無視した。さらに、 B_f は間隙水圧の体積変化率を全体で平均化したものである。

Darcy 則による間隙流体との流れと関連づけるために、上式における増分を時間的な変化割合に置き換えると、以下ようになる。

$$\dot{u}_{i,i} + \dot{w}_{i,i} = -\frac{1}{B_f} \dot{p} \quad (3.2.9)$$

ここで、平衡条件式についてまとめる。土要素全体の平衡条件式から考えると固体相と流体相の土要素の二相全体に対する力の平衡は以下の式のようなになる。

$$\begin{aligned} \rho_i \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i &= -\sigma_{j,i,j} - p_i + \psi_i \\ \Rightarrow \rho_i \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i &= \lambda u_{j,j} + \mu (u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_i + \psi_i \\ \therefore \psi_i &= \rho_i (0, 0, g), \quad \rho_i = (1-n)\rho_s + n\rho_f \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

ここで、 ρ_i は土要素全体の密度である。

また、流体相の平衡条件式から考えると固体相と流体相の土要素の二相全体に対する力の平衡は以下の式のようなになる。

$$\rho_f \left(\ddot{u}_i + \frac{\dot{w}_i}{n} \right) = -r_{ij} \dot{w}_j - p_{,i} + \psi_{fi} \quad (3.2.11)$$

$$\because \psi_{fi} = \rho_f(0, 0, g), \quad \rho_f = S_r \rho_w + (1 - S_r) \rho_g$$

式(3.2.10), (3.2.11)の平衡条件式に, 式(3.2.9)の間隙流体の保存則を加えた 3 式が多孔質弾性体の支配方程式を構成している。

3.1 節で示した支配方程式は, 加速度項を含む動的な解析に用いることが可能なものである。三次元解析では方程式の数は $7(=3+3+1)$ つとなり, 解析解はかなり複雑で, 数値計算も複雑な計算を必要とする。したがって, 計算過程を単純化するために解析の精度をいくらか犠牲にする単純化を実際には採用することになる。以下では, 支配方程式を解く場合に選択される支配方程式の単純化を, 解析モデル, 動的な解析条件, 解析次元の順に説明する。

土粒子骨格と間隙流体の取り扱いに対しても, いくつかの単純化が可能である。この場合は解析モデルを単純化することになる。

表 3.2-1 多孔質弾性体理論における定式化モデルと単純化

• $u-w-p$ モデル	: 単純化を行わない
• $u-p$ モデル	: 間隙流体の相対変位の加速度項を無視し, 間隙流体の相対変位を支配方程式から消去する
• u モデル	: 間隙流体の相対変位を無視: 非排水条件を仮定
• $w-p$ モデル	: 土粒子骨格の変形を無視: 土粒子骨格を剛体と仮定

$u-w-p$ モデルでは, 支配方程式を単純化せずそのまま用いることによって, 土粒子骨格と間隙流体との相互作用を考慮することができる。 $u-p$ モデルでは, 間隙流体の相対変位の加速度項のみを無視して, これにより, 三次元条件での支配方程式を 7 つから 4 つへ減らすことが可能になる。 u モデルでは, 間隙流体の相対変位を無視して, 非排水条件を仮定していることになる。 $w-p$ モデルでは, 土粒子骨格の変形を無視し (土粒子骨格を剛体とみなして), 専ら間隙水圧の流れを解析するためのモデルである。

一方, 解析の対象とする現象の動的挙動の重要性に応じて, 加速度項を無視した「準動的な解析」, さらに速度項を無視した「静的な解析」の選択が許される。静的な解析では, 流体の流れを許さない非排水条件を仮定することに等しい。

表 3.2-2 多孔質弾性体理論における解析条件と定式化における単純化

• 動的解析	: 加速度項と速度項の両方を考慮する
• 準動的解析	: 加速度項を無視する
• 静的解析	: 加速度項と速度項の両方を無視する

さらに、解析対象のモデルや要件に応じて、三次元で解析するか、または二次元、一次元で解析するか、解析次元を選択する必要がある。

表 3.2-3 多孔質弾性体理論における解析次元と定式化における単純化

• 三次元解析	: 単純化せずに解く方法。ただし、並行波浪の場合には二次元あるいは一次元へ単純化する場合が一般的である
• 二次元解析	: 並行波浪の場合には通常用いられる
• 一次元解析	: 解析対象の海底地盤の厚さが波長に比べて薄いときには一次元解析で通常は十分

以上の条件から各種解析モデルを定式化する。

• $u-w-p$ モデル

(動的解析条件)

$$\begin{cases} \rho_i \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ \rho_f (\ddot{u}_i + \frac{\ddot{w}_i}{n}) = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f (\dot{u}_{i,i} + \dot{w}_{i,i}) = -\dot{p} \end{cases} \quad (3.2.12)$$

(準動的解析条件)

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f (\dot{u}_{i,i} + \dot{w}_{i,i}) = -\dot{p} \end{cases} \quad \because \ddot{u}_i = 0, \quad \ddot{w}_i = 0 \quad (3.2.13)$$

(静的解析条件)

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f \dot{w}_{i,i} = 0 \end{cases} \quad \because \dot{u}_i = 0, \quad \dot{p} = 0 \quad (3.2.14)$$

• $u-p$ モデル

(動的解析条件)

$$\begin{cases} \rho_t \ddot{u}_i = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ \rho_f \ddot{u}_i = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f(\dot{u}_{i,i} + \dot{w}_{i,i}) = -\dot{p} \end{cases} \quad \because \ddot{w}_i = 0, \quad \dot{w}_i \neq 0 \quad (3.2.15)$$

ここで、相対変位を消去すると以下のようなのである。

$$\therefore \begin{cases} \rho_t \ddot{u}_i = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ \rho_f B_f(\ddot{u}_{i,i}) = r\dot{p} + rB_f \dot{u}_{i,i} - B_f p_{,ii} + B_f \psi_{fi,i} \end{cases} \quad (3.2.16)$$

(準動的解析条件)

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f(\dot{u}_{i,i} + \dot{w}_{i,i}) = -\dot{p} \end{cases} \quad \because \ddot{u}_i = 0 \quad (3.2.17)$$

$$\therefore \begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ 0 = r\dot{p} + rB_f \dot{u}_{i,i} - B_f p_{,ii} + B_f \psi_{fi,i} \end{cases}$$

(静的解析条件)

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f \dot{w}_{i,i} = 0 \end{cases} \quad \because \dot{u}_i = 0, \quad \dot{p} = 0 \quad (3.2.18)$$

$$\therefore \begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ 0 = -B_f p_{,ii} + B_f \psi_{fi,i} \end{cases}$$

• u モデル

(動的解析条件)

$$\begin{cases} \rho_i \ddot{u}_i = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ B_f u_{i,i} = -p \end{cases} \quad \because w_i = 0 \quad (3.2.19)$$

$$\therefore \rho_i \ddot{u}_i = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) + B_f u_{j,ji} + \psi_{ti}$$

(準動的解析条件)

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ 0 = -p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f u_{i,i} = -p \end{cases} \quad \because \ddot{u}_i = 0 \quad (3.2.20)$$

$$\therefore 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) + B_f u_{j,ji} + \psi_{fi}$$

(静的解析条件)

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ti} \\ 0 = -p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f u_{i,i} = -p \end{cases} \quad (3.2.21)$$

$$\therefore 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}) + B_f u_{j,ji} + \psi_{ti}$$

• $w-p$ モデル

(動的解析条件)

$$\begin{cases} \rho_f \ddot{w}_i = -p_{,i} + \psi_{ti} \\ \rho_f \frac{\ddot{w}_i}{n} = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f \dot{w}_{i,i} = -\dot{p} \end{cases} \quad \because u_i = 0 \quad (3.2.22)$$

$$\therefore \begin{cases} \rho_f \frac{\ddot{w}_i}{n} = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f \dot{w}_{i,i} = -\dot{p} \end{cases}$$

(準動的解析条件)

$$\begin{cases} 0 = -p_i + \psi_{fi} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_i + \psi_{fi} \quad \because \ddot{u}_i = 0 \\ B_f \dot{w}_{i,i} = -\dot{p} \end{cases} \quad (3.2.23)$$

$$\therefore \begin{cases} 0 = -r\dot{w}_i - p_i + \psi_{fi} \\ B_f \dot{w}_{i,i} = -\dot{p} \end{cases}$$

(静的解析条件)

$$\begin{cases} 0 = -p_i + \psi_{fi} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_i + \psi_{fi} \quad \because \dot{p} = 0 \\ B_f \dot{w}_{i,i} = 0 \end{cases} \quad (3.2.24)$$

$$\therefore \begin{cases} 0 = -r\dot{w}_i - p_i + \psi_{fi} \\ B_f \dot{w}_{i,i} = 0 \end{cases}$$

Yamamoto (1977)は u-p model の準動的条件下で定式化した支配方程式の数式解を2次元条件において誘導することに成功し、海底地盤の基本的な挙動を明らかにした。Madsen (1978)と Finn et al. (1983), Okusa (1985)はその解を用いて、地盤の挙動における飽和度や透水性などの地盤物性の影響について論じた。三浦ら(2004)はすべてのモデルの動的、準動的、静的解析条件における数式解と数値解を誘導してその精度等について検討した。その結果として、波長の10分の1程度までの浅い部分の海底地盤の応答に着目するのであれば、2次元解析は必要なく1次元解析で、さらには通常の波浪条件における砂地盤の解析では、u-p model で十分な精度が得られることを示した。Zen and Yamazaki (1990a,b), Miura, et al. (2008)は、解の妥当性を、実験室と海岸における観察によって明らかにした。

これら既往の研究の成果を踏まえて、本研究では u-p model を採用するとともに、準動的1次元条件における解を用いることとし、以下の節では初期条件と波浪载荷条件における数式解の誘導について詳しく説明する。

3.3. 一次元・準動的条件下における海底地盤の応答解析

3.3.1. 静的定常状態

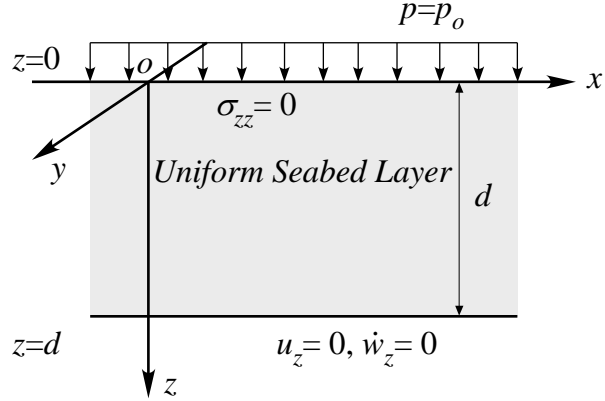


図 3.3-1 対象とする海底地盤層

図 3.3-1 のように厚さや性質が一律な単一の海底地盤層を対象として、応力と変形の初期定常状態を解析する。海底地盤表面には水深に相当する一定の水圧 p_0 が作用し、海底地盤層は固体相と流体相の自重が作用している下で、静的な定常状態にある。

この条件では、一律な水圧を考慮しているので変形は z -軸方向にのみ一次元的に生じる。したがって、 $u-w-p$ モデルを用いて、一次元で静的な条件で解析を行う。

まず、変位、ひずみ、応力の拘束条件は、

$$\begin{aligned} u_z &= u_z(z), \quad u_x = u_y = 0 \\ \dot{w}_z &= \dot{w}_z(z), \quad \dot{w}_x = \dot{w}_y = 0 \\ p &= p(z) \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

となり、静的条件下での支配方程式は

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,ij} + u_{j,ij}) - p_{,i} + \psi_{ii} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_{,i} + \psi_{fi} \\ B_f \dot{w}_{i,i} = 0 \end{cases} \quad \because \dot{u}_i = 0, \quad \dot{p} = 0 \quad (3.3.2)$$

$$\begin{cases} E_u \frac{\partial^2 u_{sz}}{\partial z^2} - \frac{\partial p_s}{\partial z} = -\rho_t g \\ -r\dot{w}_{sz} - \frac{\partial p_s}{\partial z} = -\rho_f g \\ B_f \frac{\partial \dot{w}_{sz}}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad \because E_u = \lambda + 2\mu \quad (3.3.3)$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{zz} &= -\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \\
\sigma_{zz} &= E_u \varepsilon_{zz} = -E_u \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \\
\sigma_{xx} = \sigma_{yy} &= \lambda \varepsilon_{zz} = -\lambda \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}
\end{aligned} \tag{3.3.4}$$

となる。よって一般解，特殊解は次式のように表される。

$$\begin{aligned}
u_{gz}(z) &= \alpha_{uz} e^{\kappa_z z}, \quad \dot{w}_{gz}(z) = \alpha_{wz} e^{\kappa_z z}, \quad p_g(z) = \alpha_p e^{\kappa_z z} \\
E_u \frac{\partial^2 u_{gz}}{\partial z^2} - \frac{\partial p_g}{\partial z} &= 0 \Rightarrow \kappa_z^2 E_u u_{gz} - \kappa_z p_g = 0 \\
-r \dot{w}_{gz} - \frac{\partial p_g}{\partial z} &= 0 \Rightarrow -r \dot{w}_{gz} - \kappa_z p_g = 0 \\
B_f \frac{\partial \dot{w}_{gz}}{\partial z} &= 0 \Rightarrow \kappa_z B_f \dot{w}_{gz} = 0
\end{aligned} \tag{3.3.5}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \kappa_z^2 E_s & 0 & -\kappa_z \\ 0 & -r & -\kappa_z \\ 0 & \kappa_z B_f & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{gz} \\ \dot{w}_{gz} \\ p_g \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\Rightarrow \det[] = 0 &\Rightarrow \kappa_z^2 E_s \cdot \kappa_z \cdot \kappa_z B_f = 0 \\
\Rightarrow \kappa_z = 0 &\text{ (quadratic root)}
\end{aligned} \tag{3.3.6}$$

$$\therefore \begin{cases} u_{gz} = a_{uz} + b_{uz} z + c_{uz} z^2 + d_{uz} z^3 \\ \dot{w}_{gz} = a_{wz} + b_{wz} z + c_{wz} z^2 + d_{wz} z^3 \\ p_g = a_p + b_p z + c_p z^2 + d_p z^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{us} (2c_{uz} + 6d_{uz} z) - (b_p + 2c_p z + 3d_p z^2) = 0 \\ -r (a_{wz} + b_{wz} z + c_{wz} z^2 + d_{wz} z^3) - (b_p + 2c_p z + 3d_p z^2) = 0 \\ B_f (b_{wz} + 2c_{wz} z + 3d_{wz} z^2) = 0 \end{cases}$$

$$\therefore d_{uz} = 0, \quad a_{wz} = -\frac{2E_{us}}{r} c_{uz}, \quad b_{wz} = c_{wz} = d_{wz} = 0, \tag{3.3.7}$$

$$\begin{aligned}
b_p &= 2E_{us} c_{uz}, \quad c_p = d_p = 0 \\
\therefore \begin{cases} u_{gz} = +a_{uz} + b_{uz} z + c_{uz} z^2 \\ \dot{w}_{gz} = -\frac{2E_{us}}{r} c_{uz} \\ p_g = +2E_{us} z c_{uz} + a_p \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{us} \frac{\partial^2 u_{pz}}{\partial z^2} - \frac{\partial p_p}{\partial z} = -\rho_t g \\ -r \dot{w}_{pz} - \frac{\partial p_p}{\partial z} = -\rho_f g \\ B_f \frac{\partial \dot{w}_{pz}}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \quad \therefore \left\{ \begin{array}{l} u_{pz} = -\frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}} gz^2 \\ \sigma_{pz} = -E_{us} \frac{\partial u_{pz}}{\partial z} = (\rho_t - \rho_f) gz \\ \dot{w}_{pz} = 0 \\ p_p = \rho_f gz \end{array} \right. \quad (3.3.8)$$

次に、無限層厚地盤(図 3.3-2)に当てはめると一般解、特殊解は式(3.3.14)のように表される。

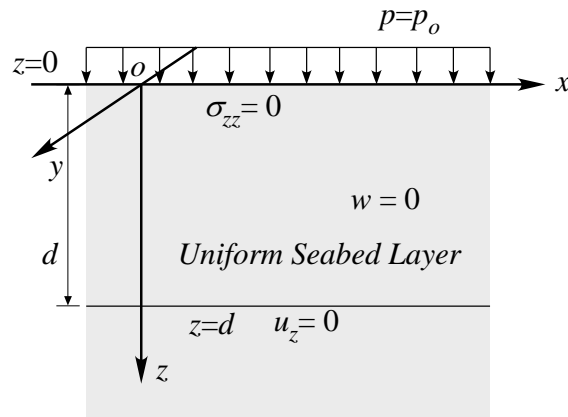


図 3.3-2 無限層厚地盤

$$\begin{pmatrix} u_{gz}(z) \\ \sigma_{gz}(z) \\ \dot{w}_{gz}(z) \\ p_g(z) \end{pmatrix} = [S(z)] \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ a_p \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & 0 \\ 0 & -E_{us} & -2E_{us}z & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{r}E_{us} & 0 \\ 0 & 0 & 2E_{us}z & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ c_p \end{pmatrix} \quad (3.3.9)$$

$$\begin{pmatrix} u_{pz}(z) \\ \sigma_{pz}(z) \\ \dot{w}_{pz}(z) \\ p_p(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}} gz^2 \\ (\rho_t - \rho_f) gz \\ 0 \\ \rho_f gz \end{pmatrix} \quad (3.3.10)$$

境界条件より、解を誘導する。

$$\begin{array}{l} z=0: \quad \left\{ \begin{array}{l} bc1: \quad \sigma_{zz} = -(\lambda + 2\mu)u_{z,z} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u_z}{\partial z}(0) = 0 \\ bc2: \quad p(0) = p_{so} \end{array} \right. \\ z=d: \quad \left\{ bc3: \quad u_s(d) = 0 \right. \\ z=\infty: \quad \left\{ bc4: \quad \dot{w}_z(z) = 0; \quad no-flow \right. \end{array} \quad (3.3.11)$$

$$\begin{pmatrix} u_z(z) \\ \sigma_{zz}(z) \\ \dot{w}_z(z) \\ p(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{gz}(z) \\ \sigma_{gz}(z) \\ \dot{w}_{gz}(z) \\ p_g(z) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{pz}(z) \\ \sigma_{pz}(z) \\ \dot{w}_{pz}(z) \\ p_p(z) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & 0 \\ 0 & -E_{us} & -2E_{us}z & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{r}E_{us} & 0 \\ 0 & 0 & 2E_{us}z & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ c_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}}gz^2 \\ (\rho_t - \rho_f)gz \\ 0 \\ \rho_f gz \end{pmatrix} \quad (3.3.12)$$

$$\begin{aligned} bc4: \dot{w}_z(z) &= -\frac{2}{r}E_{us}c_{uz} = 0 \Rightarrow c_{uz} = 0 \\ bc2: p(0) &= 2E_{us} \cdot 0 \cdot c_{uz} + c_p = p_{so} \Rightarrow c_p = p_{so} \\ bc1: \sigma_{zz}(0) &= -E_{us}b_{uz} - 2E_{us} \cdot 0 \cdot c_{uz} = 0 \Rightarrow b_{uz} = 0 \\ bc3: u_z(d) &= 0 \Rightarrow a_{uz} + db_{uz} + d^2c_{uz} = \frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}}gd^2 \Rightarrow a_{uz} = \frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}}gd^2 \end{aligned} \quad (3.3.13)$$

$$\begin{pmatrix} u_z(z) \\ \sigma_{zz}(z) \\ \dot{w}_z(z) \\ p_s(z) \\ \varepsilon_{zz} \\ \sigma_{xx} = \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2E_u}(\rho_t - \rho_f)g(d^2 - z^2) \\ (\rho_t - \rho_f)gz \\ 0 \\ p_o + \rho_f gz \\ \frac{1}{E_u}(\rho_t - \rho_f)gz \\ \frac{\lambda}{E_u}(\rho_t - \rho_f)gz \end{pmatrix} \quad (3.3.14)$$

また、有限層厚地盤(図 3.3-3)に対して同様に一般解、特殊解を式(3.3.20)に示す。

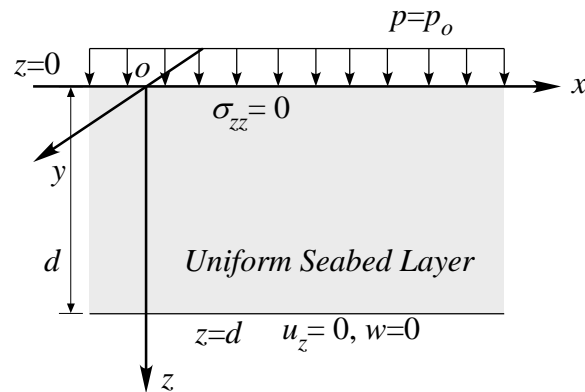


図 3.3-3 有限層厚地盤

$$\begin{pmatrix} u_{gz}(z) \\ \sigma_{gzz}(z) \\ \dot{w}_{gz}(z) \\ p_g(z) \end{pmatrix} = [S(z)] \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ a_p \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & 0 \\ 0 & -E_{us} & -2E_{us}z & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{r}E_{us} & 0 \\ 0 & 0 & 2E_{us}z & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ c_p \end{pmatrix} \quad (3.3.15)$$

$$\begin{pmatrix} u_{pz}(z) \\ \sigma_{pzz}(z) \\ \dot{w}_{pz}(z) \\ p_p(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}}gz^2 \\ (\rho_t - \rho_f)gz \\ 0 \\ \rho_fgz \end{pmatrix} \quad (3.3.16)$$

境界条件から解を誘導すると以下のようなのである。

$$z=0: \begin{cases} bc1: \sigma_{zz} = -(\lambda + 2\mu)u_{z,z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_z}{\partial z}(0) = 0 \\ bc2: p(0) = p_{so} \end{cases} \quad (3.3.17)$$

$$z=d: \begin{cases} bc3: u_z(d) = 0 \\ bc4: \dot{w}_z(d) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} u_z(z) \\ \sigma_{zz}(z) \\ \dot{w}_z(z) \\ p(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{gz}(z) \\ \sigma_{gzz}(z) \\ \dot{w}_{gz}(z) \\ p_g(z) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{pz}(z) \\ \sigma_{pzz}(z) \\ \dot{w}_{pz}(z) \\ p_p(z) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & 0 \\ 0 & -E_{us} & -2E_{us}z & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{r}E_{us} & 0 \\ 0 & 0 & 2E_{us}z & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ c_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}}gz^2 \\ (\rho_t - \rho_f)gz \\ 0 \\ \rho_fgz \end{pmatrix} \quad (3.3.18)$$

$$bc4: \dot{w}_z(d) = -\frac{2}{r}E_{us}c_{uz} = 0 \Rightarrow c_{uz} = 0$$

$$bc2: p(0) = 2E_{us} \cdot 0 \cdot c_{uz} + c_p = p_{so} \Rightarrow c_p = p_{so} \quad (3.3.19)$$

$$bc1: \sigma_{zz}(0) = -E_{us}b_{uz} - 2E_{us} \cdot 0 \cdot c_{uz} = 0 \Rightarrow b_{uz} = 0$$

$$bc3: u_z(d) = 0 \Rightarrow a_{uz} + db_{uz} + d^2c_{uz} = \frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}}gd^2 \Rightarrow a_{uz} = \frac{\rho_t - \rho_f}{2E_{us}}gd^2$$

$$\begin{pmatrix} u_z(z) \\ \sigma_{zz}(z) \\ \dot{w}_z(z) \\ p_s(z) \\ \varepsilon_{zz} \\ \sigma_{xx} = \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2E_u}(\rho_t - \rho_f)g(d^2 - z^2) \\ (\rho_t - \rho_f)gz \\ 0 \\ p_o + \rho_fgz \\ \frac{1}{E_u}(\rho_t - \rho_f)gz \\ \frac{\lambda}{E_u}(\rho_t - \rho_f)gz \end{pmatrix} \quad (3.3.20)$$

よって、応答関数、拡張型応答関数は次のように表される。

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} u_{sz}(z) \\ \sigma_{szz}(z) \\ \dot{w}_{sz}(z) \\ p_s(z) \end{pmatrix} &= [S(z)] \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ c_p \end{pmatrix} + (V(z)) = [S(z)][S(0)]^{-1} \begin{pmatrix} u_{sz}(0) \\ \sigma_{szz}(0) \\ \dot{w}_{sz}(0) \\ p_s(0) \end{pmatrix} + (V(z)) \\
&= [R(z)] \begin{pmatrix} u_{sz}(0) \\ \sigma_{szz}(0) \\ \dot{w}_{sz}(0) \\ p_s(0) \end{pmatrix} + (V(z)) \quad \because (V(0)) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.3.21}$$

$$[S(z)] = \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & 0 \\ 0 & -E_{us} & -2E_{us}z & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{r}E_{us} & 0 \\ 0 & 0 & 2E_{us}z & 1 \end{bmatrix}, \quad (V(z)) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2E_{us}}(\rho_t - \rho_f)gz^2 \\ (\rho_t - \rho_f)gz \\ 0 \\ \rho_f gz \end{pmatrix} \tag{3.3.22}$$

$$[S(0)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -E_{us} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2E_{us}}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \therefore [S(0)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{E_{us}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r}{2E_{us}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.3.23}$$

$$\therefore [R(z)] = [S(z)][S(0)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{E_{us}}z & -\frac{r}{2E_{us}}z^2 & 0 \\ 0 & 1 & rz & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -rz & 1 \end{bmatrix} \tag{3.3.24}$$

$$\begin{pmatrix} u_{sz}(z) \\ \sigma_{szz}(z) \\ \dot{w}_{sz}(z) \\ \frac{p_s(z)}{\varepsilon_{szz}} \\ \sigma_{sxx}(z) \end{pmatrix} = [S_m(z)][S(0)]^{-1} \begin{pmatrix} u_{sz}(0) \\ \sigma_{szz}(0) \\ \dot{w}_{sz}(0) \\ p_s(0) \end{pmatrix} + (V_m(z)) = [R_m(z)] \begin{pmatrix} u_{sz}(0) \\ \sigma_{szz}(0) \\ \dot{w}_{sz}(0) \\ p_s(0) \end{pmatrix} + (V_m(z)) \tag{3.3.25}$$

$$\therefore [S_m(z)] = \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & 0 \\ 0 & -E_{us} & -2E_{us}z & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2E_{us}}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 2E_{us}z & 1 \\ \hline 0 & -1 & -2z & 0 \\ 0 & -\lambda & -2\lambda z & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.26)$$

$$\therefore [R_m(z)] = [S_m(z)][S(0)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{z}{E_{us}} & -\frac{rz^2}{2E_{us}} & 0 \\ 0 & 1 & rz & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -rz & 1 \\ 0 & \frac{1}{E_{us}} & \frac{rz}{E_{us}} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda}{E_{us}} & \frac{r\lambda z}{E_{us}} & 0 \end{bmatrix}, \quad (V_m(z)) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2E_{us}}(\rho_t - \rho_f)gz^2 \\ (\rho_t - \rho_f)gz \\ 0 \\ \rho_f gz \\ \hline \frac{1}{E_{us}}(\rho_t - \rho_f)gz \\ \frac{\lambda}{E_{us}}(\rho_t - \rho_f)gz \end{pmatrix} \quad (3.3.27)$$

3.3.2. 一次元・準動的条件

静的定常状態と同様の流れで応答関数を求める。まず、 $u-p$ モデル，準動的条件での支配方程式を一次元条件で書く。

$$\begin{cases}
 0 = \lambda u_{,ji} + \mu(u_{,ij} + u_{,ji}) - p_{,i} + \psi_{,ii} \\
 0 = r\dot{p} + rB_f \dot{u}_{,i,i} - B_f p_{,ii} + B_f \psi_{,f,i,i}
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \Delta u_z}{\partial z^2} - \frac{\partial \Delta p}{\partial z} = 0 \\
 r \frac{\partial \Delta p}{\partial t} + rB_f \frac{\partial^2 \Delta u_z}{\partial z \partial t} - B_f \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial z^2} = 0
 \end{cases}$$

$$\Delta \dot{w}_i = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta p}{\partial z}, \quad \Delta \varepsilon_{zz} = -\frac{\partial \Delta u_z}{\partial z} \tag{3.3.28}$$

$$\Delta \sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu) \Delta \varepsilon_{zz} = -(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta u_z}{\partial z}$$

$$\Delta \sigma_{xx} = \Delta \sigma_{yy} = \lambda \Delta \varepsilon_{zz} = -\lambda \frac{\partial \Delta u_z}{\partial z}$$

よって，一般解は次のように表される。

$$\Delta u_z(z, t) = \alpha_{uz} e^{\kappa_z z} e^{-i\omega t}, \quad \Delta p(z, t) = \alpha_p e^{\kappa_z z} e^{-i\omega t}$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \Delta u_z}{\partial z^2} - \frac{\partial \Delta p}{\partial z} = 0 \quad \therefore \kappa_z^2 (\lambda + 2\mu) \Delta u_z - \kappa_z \Delta p = 0 \tag{3.3.29}$$

$$\therefore r \frac{\partial \Delta p}{\partial t} + rB_f \frac{\partial^2 \Delta u_z}{\partial z \partial t} - B_f \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial z^2} = 0 \quad \therefore -i\omega r \Delta p - i\omega \kappa_z r B_f \Delta u_z - \kappa_z^2 B_f \Delta p = 0$$

$$\begin{bmatrix} \kappa_z^2 E_u & -\kappa_z \\ -i\omega \kappa_z B_f r & -i\omega r - \kappa_z^2 B_f \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u_z \\ \Delta p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \therefore E_u = \lambda + 2\mu$$

$$\Rightarrow \det[] = 0 \Rightarrow E_u B_f [\kappa_z^4 - A \kappa_z^2] = 0 \quad \therefore A = -i\omega r \frac{E_u + B_f}{E_u B_f} \tag{3.3.30}$$

$$\kappa_z = 0 \text{ (double root)} -\zeta, +\zeta; \quad \zeta = \sqrt{A}$$

$$\therefore \begin{cases}
 \Delta u_z = (a_{uz} + b_{uz} z + c_{uz} e^{-\zeta z} + d_{uz} e^{+\zeta z}) e^{i\omega t} \\
 \Delta \dot{w}_z = (a_{wz} + b_{wz} z + c_{wz} e^{-\zeta z} + d_{wz} e^{+\zeta z}) e^{i\omega t} \\
 \Delta p = (a_p + b_p z + c_p e^{-\zeta z} + d_p e^{+\zeta z}) e^{i\omega t}
 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,ij} + u_{j,ij}) - p_i + \psi_{ti} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_i + \psi_{fi} \\ B_f(\dot{u}_{i,i} + \dot{w}_{i,i}) + \dot{p} = 0 \end{cases} \therefore \begin{cases} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \Delta u_z}{\partial z^2} - \frac{\partial \Delta p}{\partial z} = 0 \\ -r\Delta \dot{w}_z - \frac{\partial \Delta p}{\partial z} = 0 \\ B_f \left(\frac{\partial^2 \Delta u_z}{\partial z \partial t} + \frac{\partial \Delta \dot{w}_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu)(a_{uz} \cdot 0 + b_{uz} \cdot 0 + c_{uz} \zeta^2 e^{-\zeta z} + d_{uz} \zeta^2 e^{+\zeta z}) - (a_p \cdot 0 + b_p \cdot 1 - c_p \zeta e^{-\zeta z} + d_p \zeta e^{+\zeta z}) = 0 \\ -r(a_{wz} + b_{wz} z + c_{wz} e^{-\zeta z} + d_{wz} e^{+\zeta z}) - (a_p \cdot 0 + b_p \cdot 1 - c_p \zeta e^{-\eta z} + d_p \zeta e^{+\zeta z}) = 0 \\ -i\omega B_f(-a_{uz} \cdot 0 + b_{uz} \cdot 1 - c_{uz} \zeta e^{-\zeta z} + d_{uz} \zeta e^{+\zeta z}) - B_f(a_{wz} \cdot 0 + b_{wz} \cdot 1 - c_{wz} \zeta e^{-\zeta z} + d_{wz} \zeta e^{+\zeta z}) \\ -i\omega(a_p + b_p z + c_p e^{-\zeta z} + d_p e^{+\zeta z}) = 0 \end{cases} \quad (3.3.31)$$

$$\begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,ij} + u_{j,ij}) - p_i + \psi_{ti} \\ 0 = -r\dot{w}_i - p_i + \psi_{fi} \\ B_f(\dot{u}_{i,i} + \dot{w}_{i,i}) = -\dot{p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu)(a_{uz} \cdot 0 + b_{uz} \cdot 0 + c_{uz} \zeta^2 e^{-\zeta z} + d_{uz} \zeta^2 e^{+\zeta z}) - (a_p \cdot 0 + b_p \cdot 1 - c_p \zeta e^{-\zeta z} + d_p \zeta e^{+\zeta z}) = 0 \\ -r(a_{wz} + b_{wz} z + c_{wz} e^{-\zeta z} + d_{wz} e^{+\zeta z}) - (a_p \cdot 0 + b_p \cdot 1 - c_p \zeta e^{-\eta z} + d_p \zeta e^{+\zeta z}) = 0 \\ -i\omega B_f(-a_{uz} \cdot 0 + b_{uz} \cdot 1 - c_{uz} \zeta e^{-\zeta z} + d_{uz} \zeta e^{+\zeta z}) - B_f(a_{wz} \cdot 0 + b_{wz} \cdot 1 - c_{wz} \zeta e^{-\zeta z} + d_{wz} \zeta e^{+\zeta z}) \\ -i\omega(a_p + b_p z + c_p e^{-\zeta z} + d_p e^{+\zeta z}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -b_p = 0, (\lambda + 2\mu)\zeta^2 c_{uz} + \zeta c_p = 0, (\lambda + 2\mu)\zeta^2 d_{uz} - \zeta d_p = 0 \\ -ra_{wz} + b_p = 0, -rb_{wz} = 0, -rc_{wz} + c_p \zeta = 0, -rd_{wz} - d_p \zeta = 0 \\ -i\omega B_f b_{uz} - B_f b_{wz} - i\omega a_p = 0, -i\omega b_p = 0, \\ i\omega B_f \zeta c_{uz} + B_f \zeta c_{wz} - i\omega c_p = 0, -i\omega B_f \zeta d_{uz} - B_f \zeta d_{wz} - i\omega d_p = 0 \end{cases} \quad (3.3.32)$$

$$\begin{cases} a_{wz} = 0, b_{wz} = 0, c_p = -(\lambda + 2\mu)\zeta c_{uz}, d_p = (\lambda + 2\mu)\zeta d_{uz} \\ a_p = -B_f b_{uz}, b_p = 0, c_{wz} = \frac{\zeta}{r} c_p = -\frac{\lambda + 2\mu}{r} \zeta^2 c_{uz}, d_{wz} = -\frac{\zeta}{r} d_p = -\frac{\lambda + 2\mu}{r} \zeta^2 d_{uz} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta u_z(z, t) \\ \Delta \sigma_{zz}(z, t) \\ \Delta \dot{w}_z(z, t) \\ \Delta p(z, t) \end{pmatrix} = e^{-i\omega t} [S(z)] \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ d_{uz} \end{pmatrix} = e^{-i\omega t} \begin{pmatrix} 1 & z & e^{-\zeta z} & e^{+\zeta z} \\ 0 & -E_u & +E_u \zeta e^{-\zeta z} & -E_u \zeta e^{+\zeta z} \\ 0 & 0 & Wz e^{-\zeta z} & Wz e^{+\zeta z} \\ 0 & -B_f & -P e^{-\zeta z} & +P e^{+\zeta z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ d_{uz} \end{pmatrix} \quad (3.3.33)$$

$$\therefore Wz = -\frac{(\lambda + 2\mu)}{r} \zeta^2 = -\frac{E_u}{r} \zeta^2, \quad P = (\lambda + 2\mu)\zeta = E_u \zeta$$

次に、無限層厚地盤(図 3.3-4)において境界条件より解を誘導する。

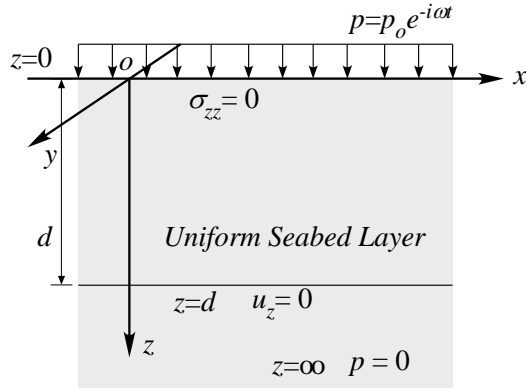


図 3.3-4 無限層厚地盤

$$\begin{aligned}
 z=0: & \begin{cases} bc1: \Delta\sigma_{zz} = -(\lambda+2\mu)\Delta u_{z,z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial\Delta u_z}{\partial z}(0) = 0 \\ bc2: p(0) = p_o e^{-i\omega t} \end{cases} \\
 z=d: & \{bc3: \Delta u_z(d) = 0 \\
 z=\infty: & \{bc4: \Delta p(\infty) = 0
 \end{aligned} \tag{3.3.34}$$

$$\begin{aligned}
 bc1: \Delta\sigma_{zz}(0) = 0 & \quad \therefore -E_u b_{uz} + E_u \zeta c_{uz} - E_u \zeta d_{uz} = 0 \\
 bc2: \Delta p(0) = p_o e^{-i\omega t} & \quad \therefore -B_f b_{uz} - P c_{uz} + P d_{uz} = p_o \\
 bc3: \Delta u_z(d) = a_{uz} + b_{uz} d + c_{uz} e^{-\zeta d} + d_{uz} e^{+\zeta d} = 0 \\
 bc4: \Delta p(\infty) = -B_f b_{uz} - P c_{uz} e^{-\zeta\infty} + P d_{uz} e^{+\zeta\infty} = converge \\
 \therefore & \begin{cases} 0 = \lambda u_{j,ji} + \mu(u_{i,ij} + u_{j,ij}) - p_i + \psi_{ii} \\ 0 = r\dot{p} + rB_f \dot{u}_{i,i} - B_f p_{,ii} + B_f \psi_{fi,i} \end{cases} \\
 \therefore d_{uz} = 0, b_{uz} = -\frac{p_o}{B_f + E_u}, c_{uz} = -\frac{p_o / \zeta}{B_f + E_u}, a_{uz} = p_o \frac{d + e^{-\zeta d} / \zeta}{B_f + E_u}
 \end{aligned} \tag{3.3.35}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta u_z(z,t) \\ \Delta \sigma_{zz}(z,t) \\ \Delta \dot{w}_z(z,t) \\ \Delta p_s(z,t) \\ \Delta \varepsilon_{zz}(z,t) \\ \Delta \sigma_{xx}(z,t) = \Delta \sigma_{yy}(z,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_o \frac{1}{B_f + E_u} \left(d + \frac{e^{-\zeta d}}{\zeta} - z - \frac{1}{\zeta} e^{-\zeta z} \right) e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{E_u}{B_f + E_u} (1 - e^{-\zeta z}) e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{\zeta}{r} \frac{E_u}{B_f + E_u} e^{-\zeta z} e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{1}{B_f + E_u} (B_f + E_u e^{-\zeta z}) e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{1}{B_f + E_u} (1 - e^{-\zeta z}) e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{\lambda}{B_f + E_u} (1 - e^{-\zeta z}) e^{-i\omega t} \end{pmatrix} \quad (3.3.36)$$

有限層厚地盤(図 3.3-5)においても同様に境界条件より解を誘導する。

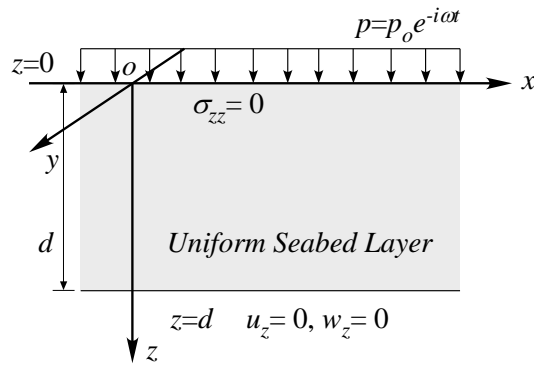


図 3.3-5 有限層厚地盤

$$\begin{aligned} z=0: & \begin{cases} bc1: \Delta \sigma_{zz} = -(\lambda + 2\mu) \Delta u_{z,z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Delta u_z}{\partial z}(0) = 0 \\ bc2: p(0) = p_o e^{-i\omega t} \end{cases} \\ z=d: & \begin{cases} bc3: \Delta u_z(d) = 0 \\ bc4: \Delta \dot{w}(d) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.3.37)$$

$$\begin{aligned} bc1: \Delta \sigma_{zz}(0) &= 0 \\ \therefore -E_u b_{uz} + E_u \zeta c_{uz} - E_u \zeta d_{uz} &= 0 \\ bc2: \Delta p(0) &= p_o e^{-i\omega t} \\ \therefore -B_f b_{uz} - P c_{uz} + P d_{uz} &= p_o \\ bc3: \Delta u_z(d) &= a_{uz} + b_{uz} d + c_{uz} e^{-\zeta d} + d_{uz} e^{+\zeta d} = 0 \\ bc4: \Delta \dot{w}(d) &= W_z c_{uz} e^{-\zeta d} + W_z d_{uz} e^{+\zeta d} = 0 \\ \therefore c_{uz} e^{-\zeta d} + d_{uz} e^{+\zeta d} &= 0, \quad a_{uz} + b_{uz} d = 0 \end{aligned} \quad (3.3.38)$$

$$a_{uz} = \frac{p_o d}{B_f + E_u}, \quad b_{uz} = -\frac{p_o}{B_f + E_u} \quad (3.3.39)$$

$$c_{uz} = -p_o \frac{1/\zeta}{B_f + E_u} \frac{e^{+\zeta d}}{2 \cosh \zeta d}, \quad d_{uz} = p_o \frac{1/\zeta}{B_f + E_u} \frac{e^{-\zeta d}}{2 \cosh \zeta d}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta u_z(z, t) \\ \Delta \sigma_{zz}(z, t) \\ \Delta \dot{w}_z(z, t) \\ \Delta p_s(z, t) \\ \Delta \varepsilon_{zz}(z, t) \\ \Delta \sigma_{xx}(z, t) = \Delta \sigma_{yy}(z, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_o \frac{1}{B_f + E_u} \left(d - z - \frac{1}{\zeta} \frac{\sinh \zeta(d-z)}{\cosh \zeta d} \right) e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{E_u}{B_f + E_u} \left(1 - \frac{\cosh \zeta(d-z)}{\cosh \zeta d} \right) e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{\zeta}{r} \frac{E_u}{B_f + E_u} \frac{\sinh \zeta(d-z)}{\cosh \zeta d} e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{1}{B_f + E_u} \left(B_f + E_u \frac{\cosh \zeta(d-z)}{\cosh \zeta d} \right) e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{1}{B_f + E_u} \left(1 - \frac{\cosh \zeta(d-z)}{\cosh \zeta d} \right) e^{-i\omega t} \\ p_o \frac{\lambda}{B_f + E_u} \left(1 - \frac{\cosh \zeta(d-z)}{\cosh \zeta d} \right) e^{-i\omega t} \end{pmatrix} \quad (3.3.40)$$

よって、 $u-p$ モデル、一次元・準動的条件下での応答関数は次のように導かれる。

$$\begin{pmatrix} \Delta u_z(z, t) \\ \Delta \sigma_{zz}(z, t) \\ \Delta \dot{w}_z(z, t) \\ \Delta p(z, t) \end{pmatrix} = e^{-i\omega t} [S(z)] \begin{pmatrix} a_{uz} \\ b_{uz} \\ c_{uz} \\ c_p \end{pmatrix} = e^{-i\omega t} [S(z)][S(0)]^{-1} \begin{pmatrix} \Delta u_z(0, t) \\ \Delta \sigma_{zz}(0, t) \\ \Delta \dot{w}_z(0, t) \\ \Delta p(0, t) \end{pmatrix} \quad (3.3.41)$$

$$[S(z)] = \begin{bmatrix} 1 & z & e^{-\zeta z} & e^{+\zeta z} \\ 0 & -E_u & E_u \zeta e^{-\zeta z} & -E_u \zeta e^{+\zeta z} \\ 0 & 0 & Wz e^{-\zeta z} & Wz e^{+\zeta z} \\ 0 & -B_f & -P e^{-\zeta z} & P e^{+\zeta z} \end{bmatrix}, \quad [S(0)] = e^{-i\omega t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -E_u & E_u \zeta & -E_u \zeta \\ 0 & 0 & Wz & Wz \\ 0 & -B_f & -P & P \end{bmatrix} \quad (3.3.42)$$

$$\therefore Wz = -\frac{E_u}{r} \zeta^2, \quad P = E_u \zeta$$

$$\therefore [S(0)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{r}{Wz} & 0 \\ 0 & -\frac{P}{E_u(P+B_f\zeta)} & 0 & -\frac{\zeta}{P+B_f\zeta} \\ 0 & \frac{B_f}{2E_u(P+B_f\zeta)} & \frac{1}{2Wz} & -\frac{1}{2(P+B_f\zeta)} \\ 0 & -\frac{B_f}{2E_u(P+B_f\zeta)} & \frac{1}{2Wz} & \frac{1}{2(P+B_f\zeta)} \end{bmatrix} \quad (3.3.43)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta u_z(z,t) \\ \Delta \sigma_{zz}(z,t) \\ \Delta \dot{w}_z(z,t) \\ \Delta p(z,t) \\ \Delta \varepsilon_{zz}(z,t) \\ \Delta \sigma_{sxx}(z,t) \end{pmatrix} = e^{-i\omega t} [S_m(z)][S(0)]^{-1} \begin{pmatrix} \Delta u_z(0,t) \\ \Delta \sigma_{zz}(0,t) \\ \Delta \dot{w}_z(0,t) \\ \Delta p(0,t) \end{pmatrix} = e^{-i\omega t} [R_m(z)] \begin{pmatrix} \Delta u_z(0,t) \\ \Delta \sigma_{zz}(0,t) \\ \Delta \dot{w}_z(0,t) \\ \Delta p(0,t) \end{pmatrix} \quad (3.3.44)$$

$$\therefore [S_m(z)] = \begin{bmatrix} 1 & z & e^{-\zeta z} & e^{+\zeta z} \\ 0 & -E_u & E_u \zeta e^{-\zeta z} & -E_u \zeta e^{+\zeta z} \\ 0 & 0 & Wz e^{-\zeta z} & Wz e^{+\zeta z} \\ 0 & -B_f & -P e^{-\zeta z} & P e^{+\zeta z} \\ 0 & -1 & \zeta e^{-\zeta z} & -\zeta e^{+\zeta z} \\ 0 & -\lambda & \lambda \zeta e^{-\zeta z} & -\lambda \zeta e^{+\zeta z} \end{bmatrix} \quad (3.3.45)$$

$$\therefore [R_m(z)] = [S_m(z)][S(0)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{E_u z \zeta + B_f \sinh z \zeta}{E_u (B_f + E_u) \zeta} & r \frac{1 - B_f \cosh z \zeta}{E_u \zeta^2} & -\frac{z \zeta - \sinh z \zeta}{(B_f + E_u) \zeta} \\ 0 & \frac{E_u + B_f \cosh z \zeta}{B_f + E_u} & r \frac{\sinh z \zeta}{\zeta} & E_u \frac{1 - \cosh z \zeta}{B_f + E_u} \\ 0 & \frac{B_f \zeta \sinh z \zeta}{r (B_f + E_u)} & \cosh z \zeta & \frac{-E_u \zeta \sinh z \zeta}{r (B_f + E_u)} \\ 0 & B_f \frac{1 - \cosh z \zeta}{B_f + E_u} & -r \frac{\sinh z \zeta}{\zeta} & \frac{B_f + E_u \cosh z \zeta}{B_f + E_u} \\ \hline 0 & -\frac{E_u + B_f \cosh z \zeta}{E_u (B_f + E_u)} & r \frac{\sinh z \zeta}{E_u \zeta} & \frac{1 - \cosh z \zeta}{B_f + E_u} \\ 0 & \lambda \frac{E_u + B_f \cosh z \zeta}{E_u (B_f + E_u)} & r \lambda \frac{\sinh z \zeta}{E_u \zeta} & \lambda \frac{1 - \cosh z \zeta}{B_f + E_u} \end{bmatrix} \quad (3.3.46)$$

参考文献

Biot, M. A.: General theory of three-dimensional consolidation, *Journal of Applied Physics* 26(2), pp.155–164, 1941.

Finn, W. D. L.: Siddharthan, R., Martin, G. R.: Response of seafloor to ocean waves, *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 109(4), pp.556–572, 1983.

Madsen, O. S.: Wave-induced pore pressures and effective stresses in a porous bed, *Géotechnique* 28(4), pp.377–393, 1978.

Miura, K., Asahara, S., Tanaka, J., Otsuka, N., and Konami, T.: Field Observation of Wave Induced Pore Water Pressure Change in Seabed, *Fourth International Conference on Scour and Erosion*, pp.348-355, 2008.

Okusa, S.: Wave-induced stress in unsaturated submarine sediments, *Géotechnique* 35(4), pp.517–532, 1985.

Yamamoto, T.: Wave induced instability seabed, in *Proceedings of the ASCE Special Conference, Coastal Sediments '77*, pp.898–913, 1977.

Zen, K., Yamazaki, H.: Mechanism of wave-induced liquefaction and densification in seabed, *Soils and Foundations, Vol.30, No.4*, pp.90-104, 1990a.

Zen, K., Yamazaki, H.: Oscillatory pore pressure and liquefaction in seabed induced by ocean waves, *Soils and Foundations, Vol.30, No.4*, pp.147–161, 1990b.

三浦均也・浅原信吾・大塚夏彦・上野勝利：波浪に対する海底地盤応答の連成解析のための地盤の定式化，第49回地盤工学シンポジウム論文集，pp.233-240，2004.

4. 掃流力による底質移動の定量的評価手法

4.1. 海底面におけるせん断力の算定

流速により海底面に作用するせん断応力を，次式と表す（参考，土木学会(2009)）。

$$\tau_b = C_b \rho_w v^2 \text{ (N/m}^2\text{)} \quad (4.1.1)$$

ここで， C_b は海水の粘性，海底面の粗度を考慮するための無次元定数である。

4.2. 底質移動量の算定

まず底質が移動する範囲（深さ）を考える。式(4.1.1)で求められたせん断力 τ_b が海底地盤のせん断力 τ_f を上回る範囲で底質移動が起きる。

$$\tau_f = c + \sigma_z \tan \phi \text{ (N/m}^2\text{)}, \quad \tau_f = \tau_b \quad \therefore \sigma_f = \frac{\tau_b - c}{\tan \phi} \quad (4.2.1)$$

よって，式(4.2.1)のような条件を満たす海底地盤内の深さ z_f を求めればよい。しかし，深さ z の関数である σ_z は複素関数であるため数式で解を定めることは困難である。よって，目的関数を次の式のように設定し，数値解を求める。

$$f(z) = \tau_b - \tau_f = 0 \quad (4.2.2)$$

次に，底質の移動量を求める。単位幅あたりの底質の移動速度を次式のように定義する。

$$q = C_q \frac{1}{2} v z_f \text{ (m}^3\text{/s/m)} \rightarrow \text{(m}^2\text{/s)} \quad (4.2.3)$$

三浦ら (2010)は，海底地盤尿面において流動化する層厚 z_f が海底地盤の有効応力応答の影響を直接受けることを指摘し，定性的ではあるが掃流砂が蓄積的に特定方向へ移動することを，モデルを用いて示し，実在の海岸施設周辺の数値解析によっても検討した。

底質では砂粒子同士の摩擦などの移動を阻害する働きが起こっているため，底質の移動速度は流速よりも幾分低いことが考えられる。よって，無次元定数 $C_q \leq 1$ となる。また，流速は合成速度で考えるべきであり，合成速度の方向に底質移動が起きるので流速 v は次式のように表す。

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} \text{ (m/s)} \quad (4.2.4)$$

粘着力のない砂地盤を想定しているため，地盤を $c=0$ と仮定して試算を行う。

$$\tau_b = C_b \rho_w v^2, \quad \tau_f = \sigma_z \tan \phi = (\rho_t - \rho_f) g z \tan \phi$$

$$\tau_f = \tau_b, \quad z \rightarrow d_f \quad \therefore d_f = \frac{C_b \rho_w}{(\rho_t - \rho_f) g \tan \phi} v^2 \approx 0.17 C_b v^2 \quad (\text{m}) \quad (4.2.5)$$

$$d_f \approx 1.6 C_b,$$

$$q = C_q \frac{1}{2} v d_f = \frac{C_q C_b \rho_w}{2(\rho_t - \rho_f) g \tan \phi} v^3 \approx 0.09 C_b C_q v^3 \quad (\text{m}^3/\text{s/m}) \rightarrow (\text{m}^2/\text{s}) \quad (4.2.6)$$

$$q_r = q \cdot \frac{v_r}{v} = \frac{C_b C_q \rho_w}{2(\rho_t - \rho_f) g \tan \phi} v^2 v_r$$

$$q_\theta = q \cdot \frac{v_\theta}{v} = \frac{C_b C_q \rho_w}{2(\rho_t - \rho_f) g \tan \phi} v^2 v_\theta \quad (4.2.7)$$

$$q_x = q \cdot \frac{v_x}{v} = \frac{C_b C_q \rho_w}{2(\rho_t - \rho_f) g \tan \phi} v^2 v_y$$

$$q_y = q \cdot \frac{v_y}{v} = \frac{C_b C_q \rho_w}{2(\rho_t - \rho_f) g \tan \phi} v^2 v_y$$

ここで、Type-3 波浪の最大流速に相当するよう $v = 3 \text{ m/s}$ とすると、以下のように計算できる。

$$q \approx 2.4 C_b C_q \quad (4.2.8)$$

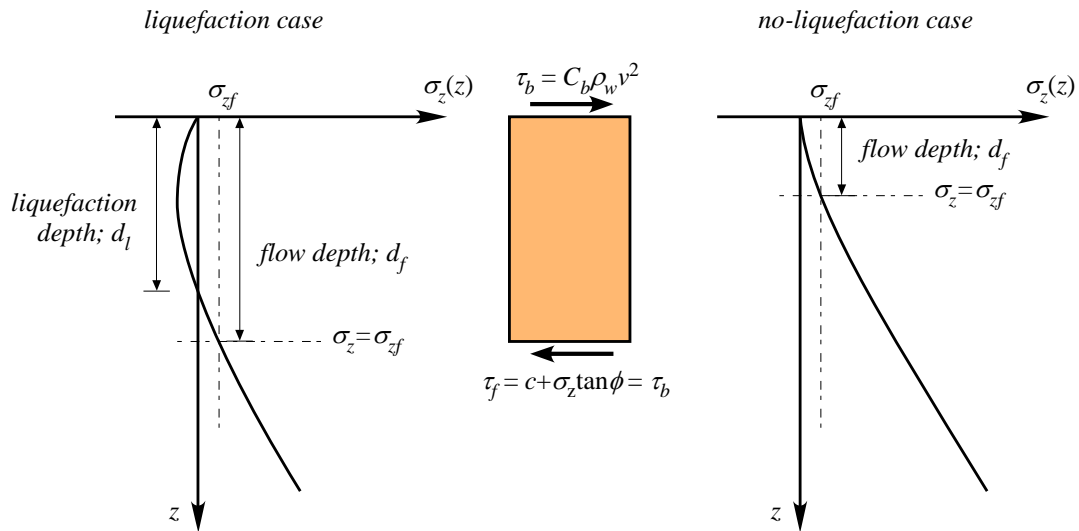


図 4.2-1 底質移動の定量的な評価法の模式図

さらに、波浪の周期あたりの底質移動量を求める。波浪が一波長通過する間に流速は方向を変え、底質の流動も双方向に発生する。この流動は非対称である。したがって、ここでは一周あたり、トータルの底質移動量を次の式のように定義する。

$$q_{cx} = \int_{t=0}^T q_x dt, \quad q_{cy} = \int_{t=0}^T q_y dt,$$

$$q_{cr} = \int_{t=0}^T q_r dt, \quad q_{c\theta} = \int_{t=0}^T q_\theta dt \quad (\text{m}^2/\text{s} \cdot \text{s}) \rightarrow (\text{m}^2/\text{c}) \quad \text{per cycle} \quad (4.2.9)$$

これを単位時間に変換すると以下の式のようにになる。

$$\begin{aligned}\bar{q}_x &= \frac{1}{T} q_{cx} = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T q_x dt, & \bar{q}_y &= \frac{1}{T} q_{cy} = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T q_y dt, \\ \bar{q}_r &= \frac{1}{T} q_{cr} = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T q_r dt, & \bar{q}_\theta &= \frac{1}{T} q_{c\theta} = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T q_\theta dt \quad (\text{m}^2/\text{s})\end{aligned}\tag{4.2.10}$$

4.3. 底質貯留量の算定

前項の底質移動量はある地点を通過する流量を示しているもので、その地点で底質が流入するの流出するのかは判別がつかない。流入する場合には底質が堆積して海底面は上昇し、流出する場合には底質が侵食され海底面は下降する。このことを定量的に評価するために、以下のような貯留量を用いる必要がある。

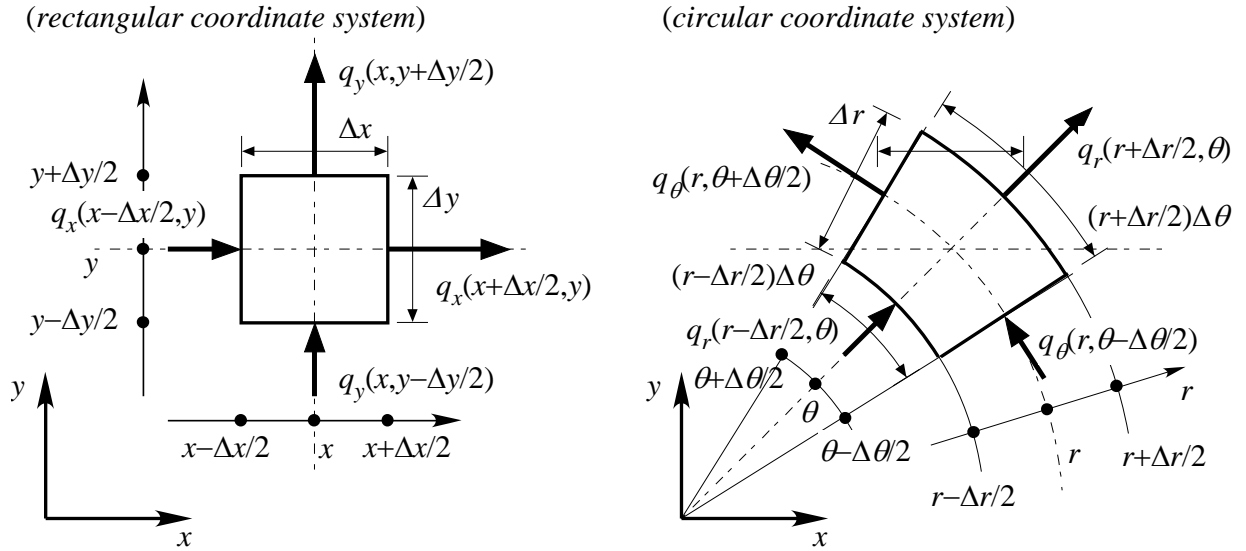


図 4.3-1 底質の侵食・堆積の推定モデル

$$\begin{aligned}
 Q \cdot \Delta x \cdot \Delta y &= (-q_{x(x+\Delta x/2,y)} \Delta y + q_{x(x-\Delta x/2,y)} \Delta y) + (-q_{y(x,y+\Delta y/2)} \Delta x + q_{y(x,y-\Delta y/2)} \Delta x) \\
 \Rightarrow Q &= -\frac{q_{x(x+\Delta x/2,y)} - q_{x(x-\Delta x/2,y)}}{\Delta x} - \frac{q_{y(x,y+\Delta y/2)} - q_{y(x,y-\Delta y/2)}}{\Delta y} \\
 &\rightarrow -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right) \quad (\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0) \quad (\text{m/c})
 \end{aligned}
 \tag{4.3.1}$$

$$\begin{aligned}
 Q \cdot \Delta r \cdot r \Delta \theta &= (-q_{r(r+\Delta r/2,\theta)} (r+\Delta r/2) \Delta \theta + q_{r(r-\Delta r/2,\theta)} (r-\Delta r/2) \Delta \theta) + (-q_{\theta(r,\theta+\Delta \theta/2)} \Delta r + q_{\theta(r,\theta-\Delta \theta/2)} \Delta r) \\
 \Rightarrow Q &= -\frac{q_{r(r+\Delta r/2,\theta)} (r+\Delta r/2) - q_{r(r-\Delta r/2,\theta)} (r-\Delta r/2)}{r \Delta r} - \frac{q_{\theta(r,\theta+\Delta \theta/2)} \Delta r - q_{\theta(r,\theta-\Delta \theta/2)} \Delta r}{\Delta \theta} \\
 &\rightarrow -\left(\frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{q_r}{r} + \frac{\partial q_\theta}{r \partial \theta}\right) \quad (\Delta r \rightarrow 0, \Delta \theta \rightarrow 0) \quad (\text{m/c})
 \end{aligned}
 \tag{4.3.2}$$

これらは直交座標系と円筒座標系それぞれにおいて定式化したものである。

底質の流入量が流出量を上回り、海底面が上昇する場合には正の値をとり、逆に流出量が流入量を上回り、海底面が下降する場合には負の値をとる。1周期あたりの貯留量で説明すると以下の式のように評価できる。

$$Q_c = -\frac{q_{cx(x+\Delta x/2,y)} - q_{cx(x-\Delta x/2,y)}}{\Delta x} - \frac{q_{cy(x,y+\Delta y/2)} - q_{cy(x,y-\Delta y/2)}}{\Delta y}$$

$$\rightarrow -\left(\frac{\partial q_{cx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{cy}}{\partial y}\right) \quad (\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0) \quad (\text{m/c}) \quad (4.3.3)$$

$$Q_c = -\frac{q_{cr(r+\Delta r/2,\theta)}(r+\Delta r/2) - q_{cr(r-\Delta r/2,\theta)}(r-\Delta r/2)}{r\Delta r} - \frac{q_{c\theta(r,\theta+\Delta\theta/2)}\Delta r - q_{c\theta(r,\theta-\Delta\theta/2)}\Delta r}{\Delta y}$$

$$\rightarrow -\left(\frac{\partial q_{cr}}{\partial r} + \frac{q_{cr}}{r} + \frac{\partial q_{c\theta}}{r\partial\theta}\right) \quad (\Delta r \rightarrow 0, \Delta\theta \rightarrow 0) \quad (\text{m/c}) \quad (4.3.4)$$

参考文献

土木学会：「水理公式集」，pp.156-160，土木学会，2009.

三浦均也，守政信吾，大塚夏彦，山崎浩之，小浪岳治：海底地盤の不安定化に及ぼす流速と水圧変動の相乗効果，土木学会論文集 B2（海岸工学），Vol.66, No.1, pp.851-855, 2010.

5. 波浪による底質移動の解析的検討

5.1. 波浪と地盤材料の解析条件

土木学会・海洋工学委員会(1994)では共通の条件で複数の研究者が地盤の波浪に対する海底地盤の有効応力応答解析を実施したが、これらの既往の研究成果との比較検討が可能ないように本研究でも同一の設定を採用した。

対象とする波浪域は一様水深 $h=20\text{m}$ 、入射波の周期を $T=13\text{s}$ (波長 $L=167.5\text{m}$) とし、波高を $H=10\text{m}$ を上限としてパラメトリックに変化させた。

土木学会・海洋工学委員会(1994)では複数の典型的な海底地盤材料を選定した。表 5.1-1 はそれらのうち三種類 (緩い砂, 正規圧密粘土, 礫) の物理的・力学的性質を列挙している。

表 5.1-1 解析で用いた代表的な土質の物理的・力学的性質 (土木学会・海洋工学委員会(1994))

Material Type	Loose Sand	NC Clay	Gravel	Note
ρ : bulk density of wet material (kg/m^3)	1.90×10^3	1.80×10^3	1.75×10^3	
ρ_s : density of solid phase (kg/m^3)	2.65×10^3	2.75×10^3	2.36×10^3	
n : porosity	0.454	0.543	0.448	
G_s : shear modulus of solid phase (N/m^2)	0.4×10^8	0.3×10^8	1.0×10^8	
ν_s : Poisson's ratio	0.30	0.30	0.30	
B : Skempton's B-value in 1-D	0.40	0.80	0.60	
k : coefficient of permeability (m/s)	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-8}	1.0×10^{-2}	
E_{us} : stiffness in 1-D of solid phase (N/m^2)	1.40×10^8	1.05×10^8	3.50×10^8	$E_{us} = 2(1-\nu_s)G_s / (1-2\nu_s)$
K_f : bulk modulus of fluid phase (N/m^2)	0.424×10^8	2.28×10^8	2.35×10^8	$K_f = nE_{us}B' / (1-B')$
S_r : degree of saturation of pore (%)	99.30	99.88	99.88	$Sr = (1/K_a - 1/K_f) / (1/K_a - 1/K_w)$
c_v : coefficient of consolidation in 1D (m^2/sec)	1.43	1.07×10^{-4}	3.57×10^2	$c_v = kE_{us} / (g\rho_w)$
h_v : hydraulic consolidation factor (sec/m^2)	1.75	1.17×10^4	4.67×10^{-3}	$h_v = 1/(c_v B')$

density of air: $\rho_a = 0.0$ (kg/m^3)

bulk modulus of air: $K_a = 3.03 \times 10^5$ (N/m^2)

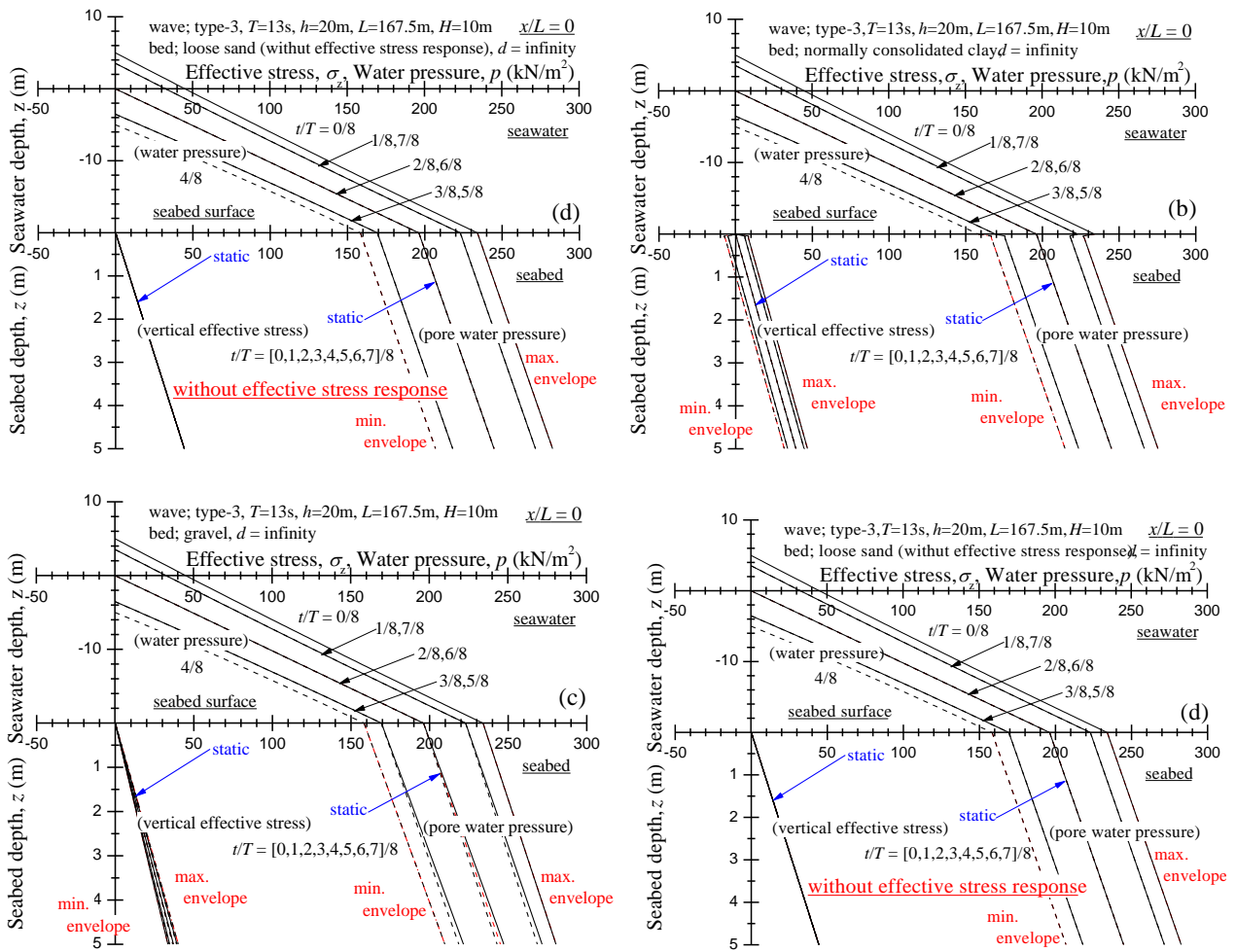


図 5.1-1 海底地盤における有効応力挙動 (a) 緩い砂, (b) 正規圧密粘土, (c) 礫, (d) 応答無し

また、図 5.1-1 は進行波の下における 3 種類の土質で構成される海底地盤の波浪に対する有効応力応答を示している。図の上段は海水中的の水圧変化、下段は海底地盤中の間隙水圧・有効応力応答を示している。ただし、図 5.1-1 (d) は海底地盤の波浪への応答を考慮しない場合に、間隙水圧のみが変化し、有効応力は静水圧状態で変動しないことを示している。三浦ら(2004)が示したように、正規圧密粘土や礫と比較して、緩い砂は波浪に対する有効応力応答が顕著であることから、本研究では緩い砂で構成される海底地盤を選択した。

5.2. 進行波における底質移動

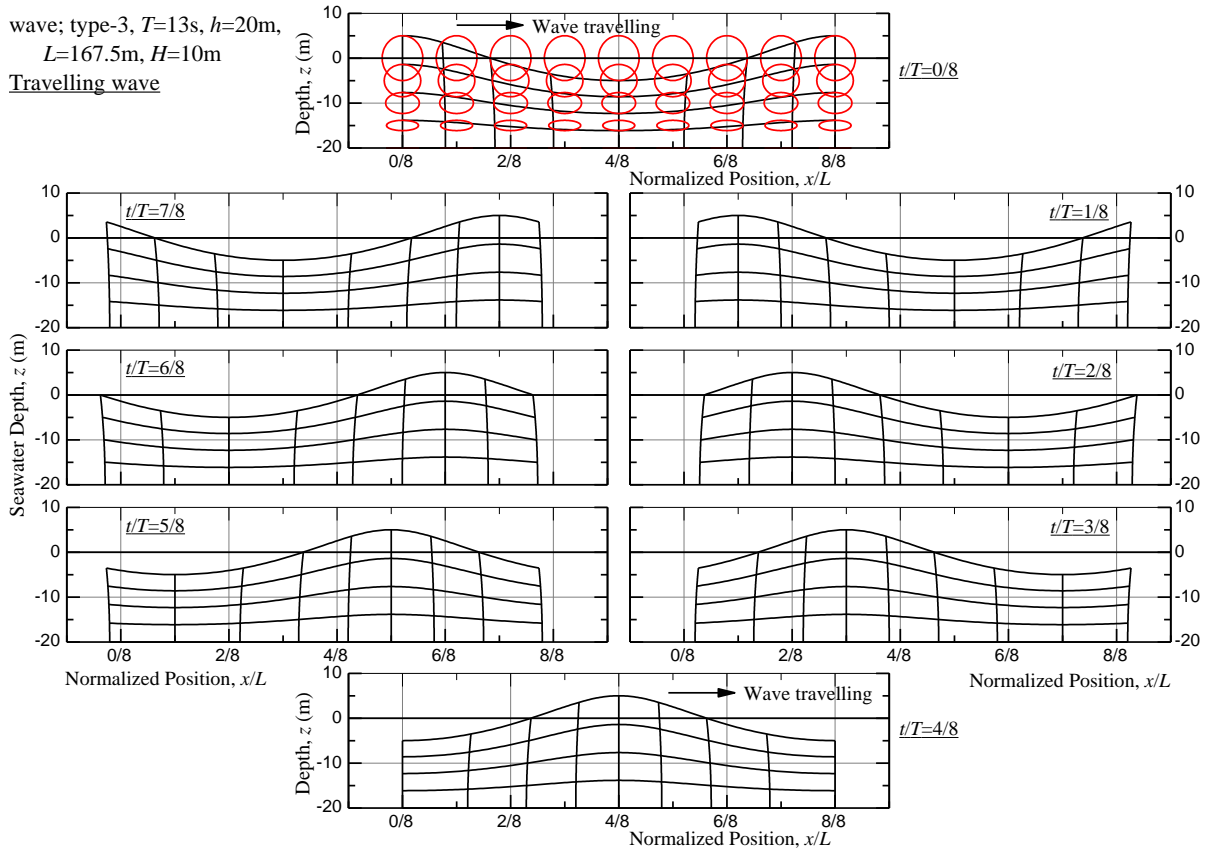


図 5.2-1 進行波における水粒子の運動特性と水粒子の軌道

この節では、進行波における水粒子の運動特性について調べる。

図 5.2-1 は波の 1 周期を 8 分割し、水粒子の運動をメッシュの移動と変形により表しているものである。横軸は波長で正規化した水平位置を、縦軸は平均海面を基準に上向きを正とした鉛直位置を示している。また、最上段の正規化時刻 $t/T=0$ に対応するグラフには水粒子が 1 周期の間に描く軌道を赤い曲線で示してある。

次に 1 周期の間の海水面のピークに着目すると、進行方向 (x の正方向、右方向) に等速で伝達しており、海水面の形状は変形することなく伝達されている。これは水粒子の変位や速度といった位相が等速で伝達されていることを示している。また 1 周期の間、水粒子はそれぞれの位置において楕円軌道を描いており、決して特定の方向への変位が蓄積されることはなく留まっていることがわかる。つまり、海底地盤の底質の移動を考える際に、海水の流速だけでは底質はその位置を周期的に変えて振動するものの一方へ蓄積して移動することはないということである。ただし、本研究においては潮流などの一方への流れは対象としておらず、平面波のみを対象にしている。これは構造物等によって波の進行が阻害され、反射・回折といった挙動を示す場合も同様である。水粒子と土粒子は共に所定の位置において振動運動をするのみであり、底質の移動による洗掘や侵食、堆積といった現象を説明できていないことを意味する。

5.2.1. 海底面における水圧と流速の関係

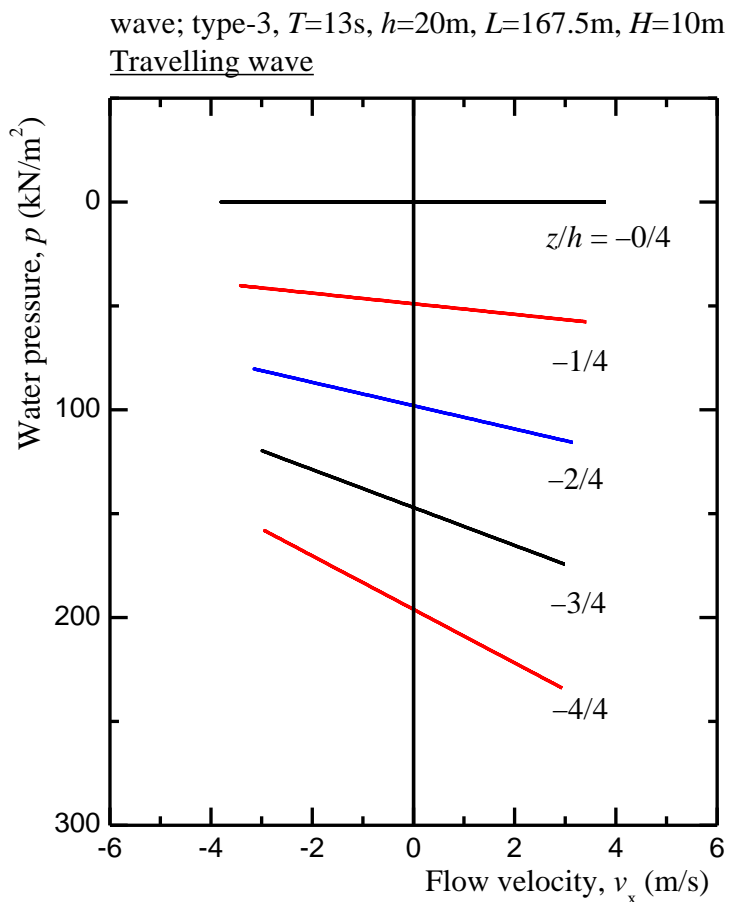


図 5.2-2 進行波における水粒子の流速と水圧変動の水深に依存した関係

次に進行波における水粒子の流速と水圧変動の水深の関係を図 5.2-2 に示す。図 5.2-2 では横軸に水粒子の流速を、縦軸にその水粒子位置における水圧（下向きを正）にとり流速と水圧の関係を示している。ここでは水深を 4 分割し、深さを 20m と仮定した場合の深さ 5m ごとにおいてその関係を示している。また、 $z/h=0/4$ は海面上の水粒子に、 $z/h=4/4$ は海底面における水粒子に対応している。海面上では微小振幅波理論より水圧は常に 0 であるため水平な線分で表される。水面下の水粒子においては、流速と水圧の変動関係は直線的であることがわかる。また、どの深さにおいても流速が正の場合において水圧は増幅し、流速が負の場合において水圧は減衰する傾向にある。さらに、水圧の変動振幅は深さが増すにつれて増大する傾向が見られる。海底面の水粒子についてみると、流速の両振幅は $5.88m/s$ であり、水圧変動の両振幅は $\Delta p = 75.7kPa$ であり、1 気圧の $3/4$ に相当する。さらに微小振幅波理論では波高に比例して流速、水圧変動が増減するので、流速と水圧変動の割合は波の周期 T や水深 h によって決まることとなる。

5.2.2. 海底地盤における間隙水圧と有効応力の変動

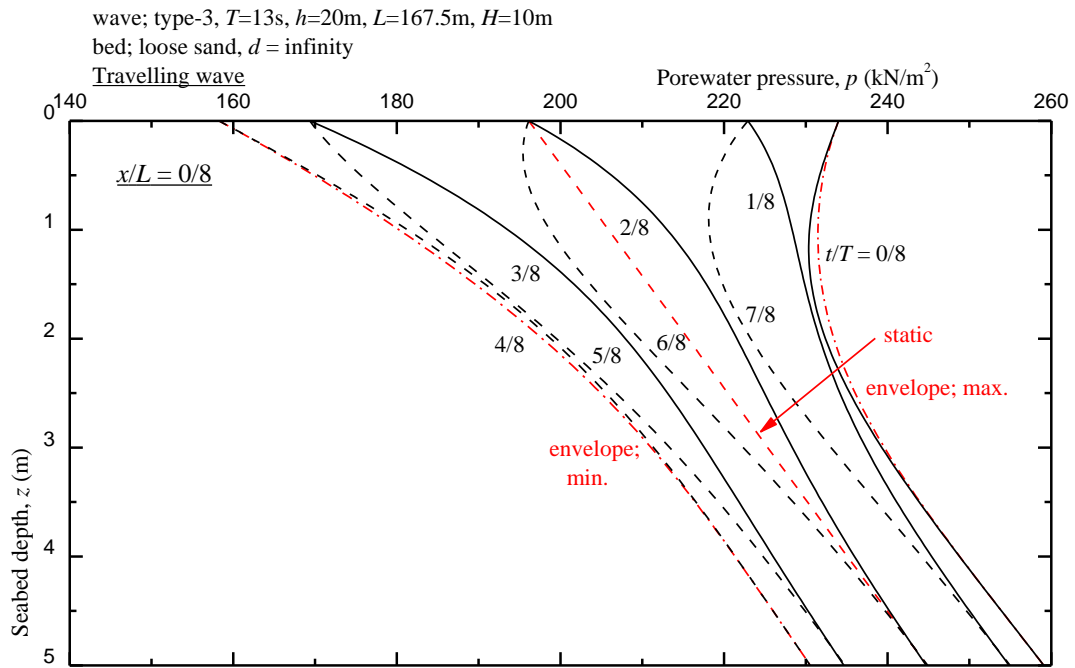


図 5.2-3 進行波を受ける海底地盤の間隙水圧応答特性

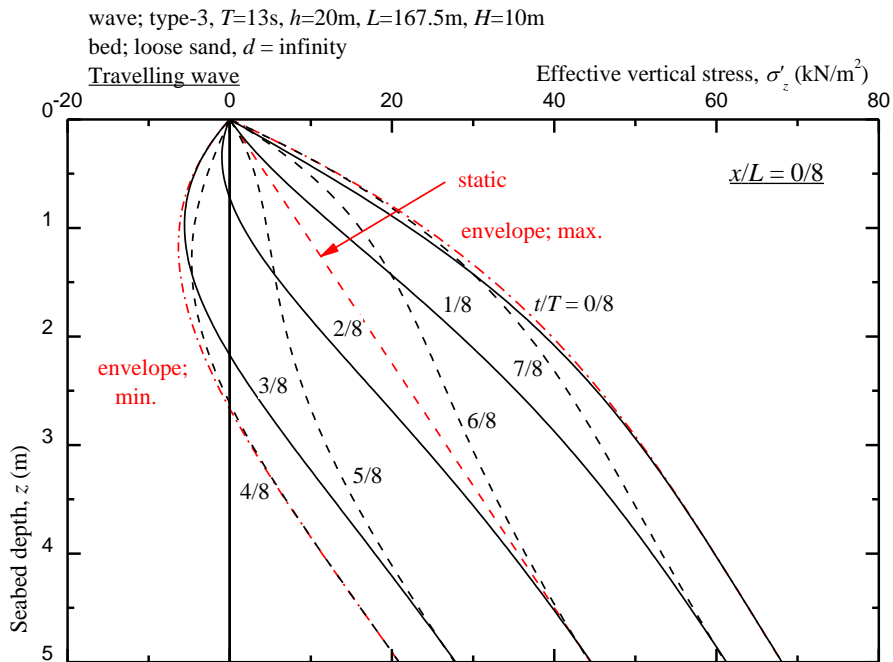


図 5.2-4 進行波を受ける海底地盤の有効応力応答特性

この節では、進行波を受ける海底地盤における間隙水圧の応答特性および有効応力の応答特性を検討する。

図 5.2-3 と図 5.2-4 はそれぞれ原点($x/L=0/8$)において、横軸に間隙水圧および有効応力を縦軸に下向きを正で海底地盤の深さをとった進行波を受ける海底地盤の間隙水圧および有効応力の応答特性を表したものである。本研究では多孔質線形弾性モデルによって、海底面における水圧変動を入力値として有効応力を深さと時間の関数として計算している。図 5.2-3 と図 5.2-4 では 1 周期を 8 分割し、 $1/8$ 位相ごとの間隙水圧と有効応力と深さの関係を曲線で示している。また、静水圧条件における直線的な水圧分布および間隙水圧の最小値と最大値を包絡する 2 本の包絡曲線を赤の一点鎖線で示している。間隙水圧は海底地盤表面において水圧と等しく、海水の水圧に合わせて振動している。間隙水圧の変動振幅は海底面 $z=0$ において最大であり海底地盤の深さが深くなるとともに減衰していく。本研究の波浪条件においては深さ $z=4.5m$ 程度でほぼ一定値に収束する。鉛直有効応力は海底面($z=0$)において境界条件として常に一定値 0 である。したがって、海底地盤の表面近くの浅い範囲では有効応力の変動は小さいが、深さとともに変動幅は増幅する傾向がある。ただし、この変動幅は深さ $z=4.0m$ 以深ではほぼ一定となる。海底地盤の底質の移動は有効応力が減少することの影響を強く受ける。なぜならば、有効応力が減少すると、土粒子間の接点に作用する力が減少し、土のコンシステンシー、剛性および強度が減少すると考えられる。さらに有効応力が減少し負になると、海底地盤の土質材料はコンシステンシーを失って流動化し、流速により容易に底質が移動する状況となる。図 5.2-4 より海底面から比較的浅い部分では、有効応力が負になる領域が 1 周期の間に特定の位相で繰り返し発生している。このことは波浪により地盤が繰り返し液状化することを示している。地震によっても砂地盤が液状化する現象がみられるが、これは繰り返してせん断力を受けることでダイレイタンスの性質により間隙水圧が発生し蓄積することによる現象であり、このような現象は本研究の対象外である。緩い砂の場合、深さ 2m を超える範囲で間隙水圧が負になる領域が出現している。この時の位相は $t/T=2/8\sim 4/8$ の範囲で、海底面では間隙水圧が静水圧より減少し最低値に達する範囲であると考えられる。すなわち、海面が標準よりも低下し始め最低値に至るまで、或いは最低値を少し超えたあたりの範囲であることが分かる。そしてこれらはそのタイミングで底質の移動が卓越することを示唆している。

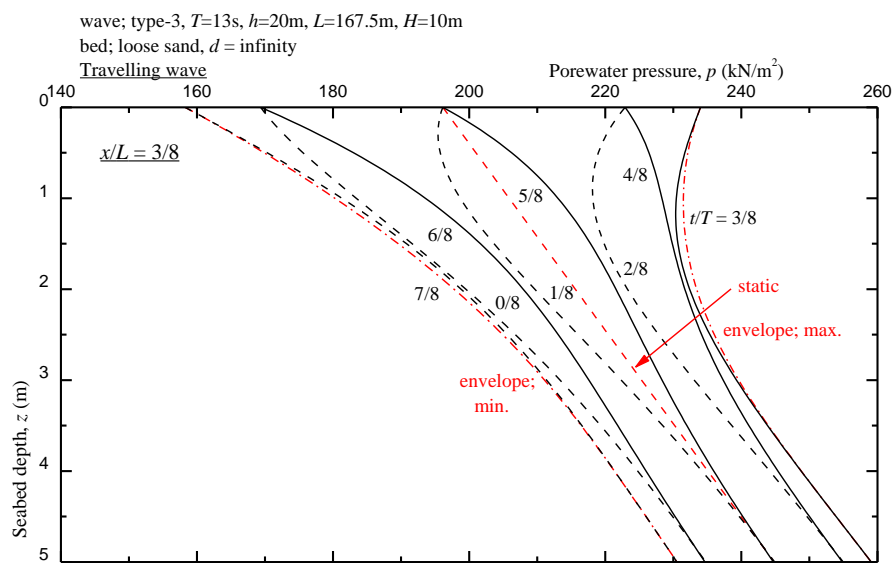
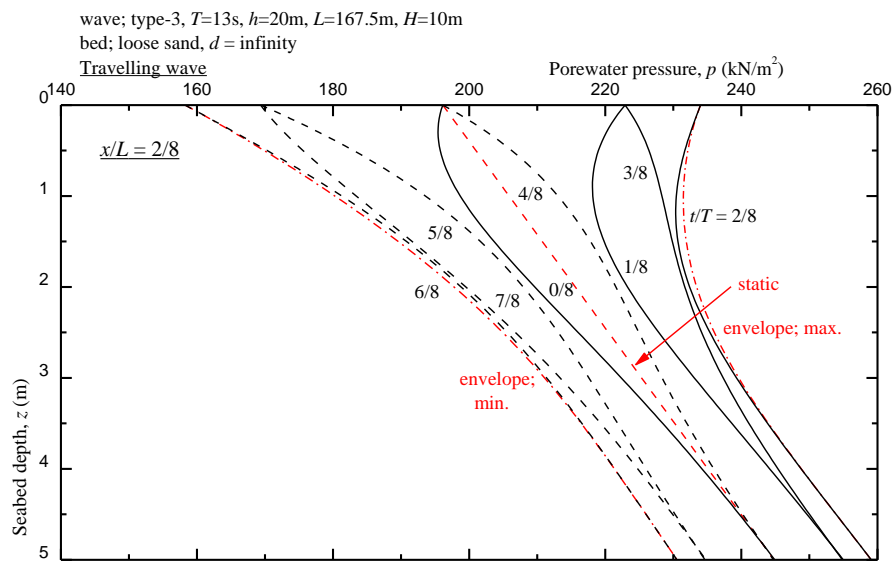
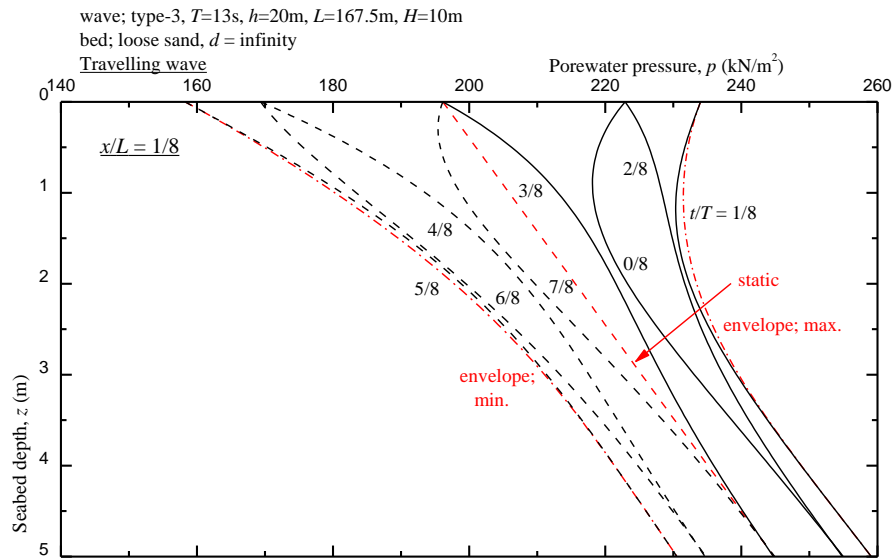


図 5.2-5 進行波を受ける海底地盤の間隙水圧応答特性 ($x/L = 1/8 \sim 3/8$)

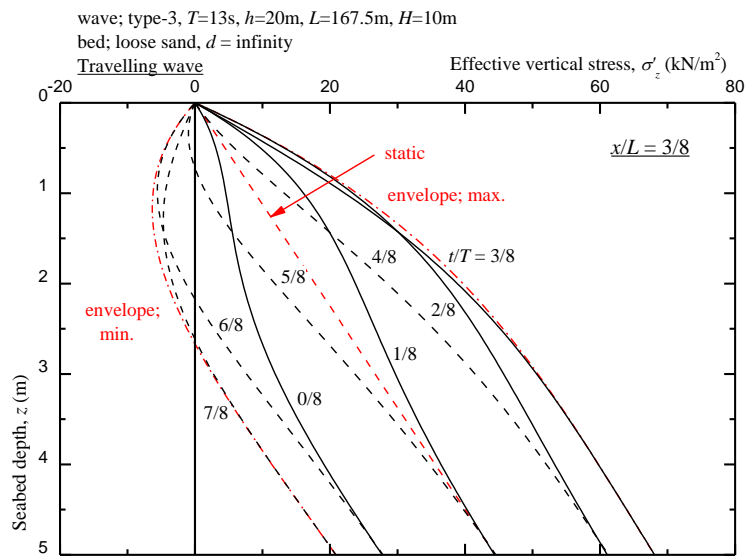
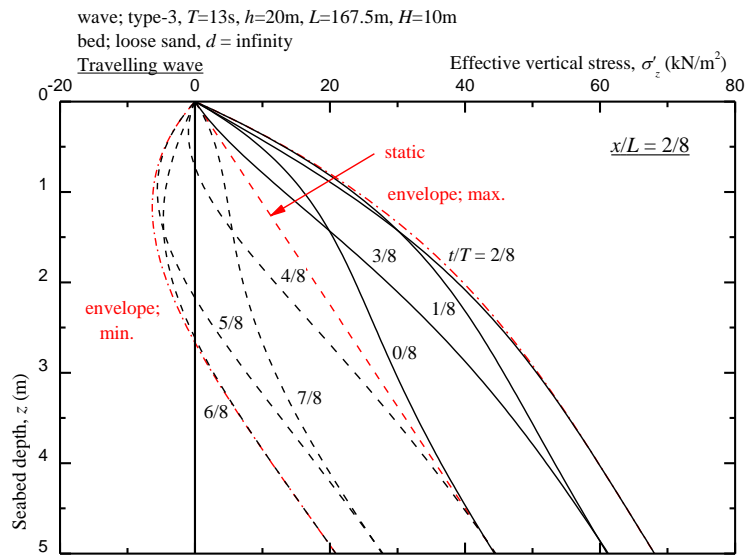
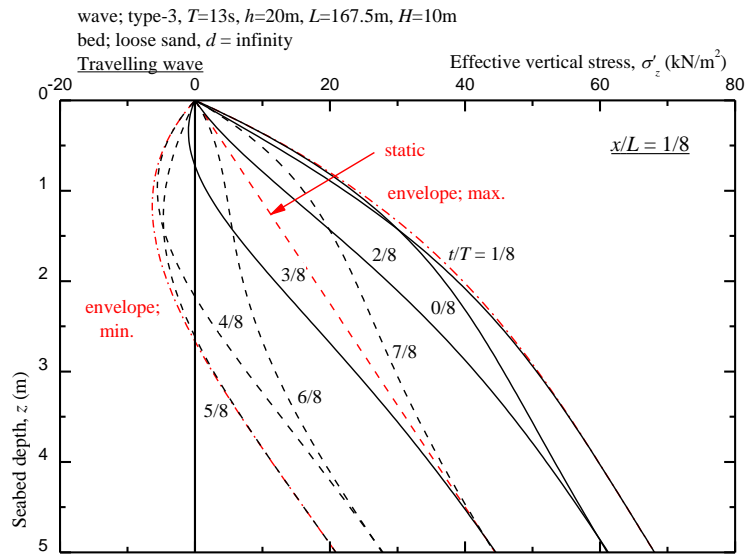


図 5.2-6 進行波を受ける海底地盤の有効応力特性 ($x/L = 1/8 \sim 3/8$)

図 5.2-5 と図 5.2-6 は異なる複数の地点における間隙水圧と有効応力の変動状況を示している。進行波では地盤の間隙水圧と有効応力の応答は場所が異なっても基本的には変わることなく、波の位相に応じてタイミングが異なるだけである。間隙水圧と有効応力の最大値・最小値の包絡線は全く同じである。

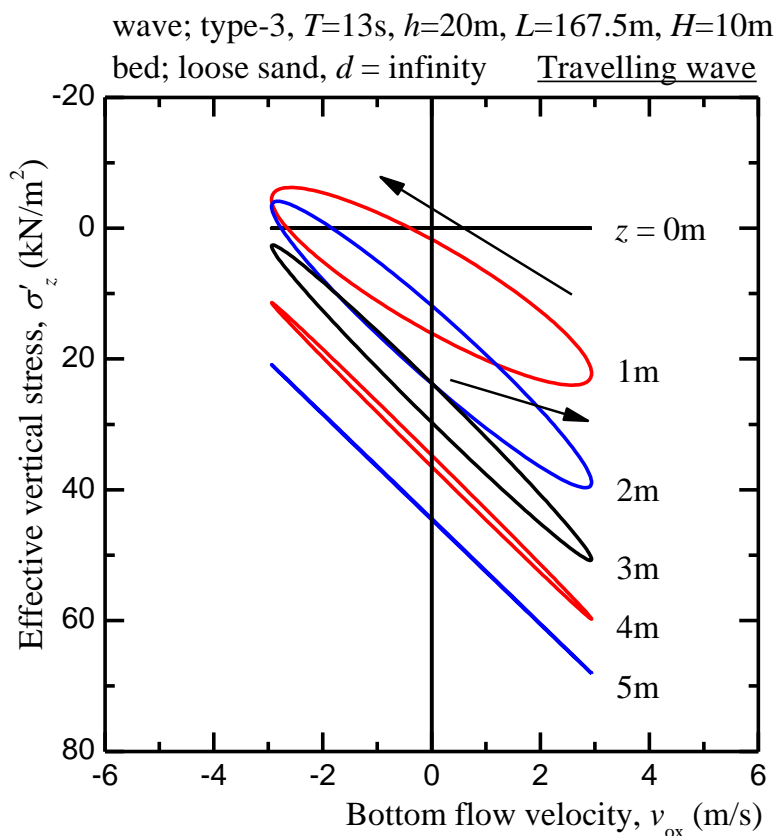


図 5.2-7 進行波を受ける海底地盤における表面流速と有効応力の関係

次に表面流速と有効応力の関係性をみていく。図 5.2-7 は横軸に海底面での流速を縦軸に下向きを正で有効応力をとった図である。海底地盤の深さ $z=0 \sim 5m$ のときの海底面の流速と有効応力の関係を表しており、 $z=0$ においては有効応力が 0 であるため水平な線を描く。 $z=1m$ および $z=2m$ においては反時計回りに楕円状の線を描く。このようになる理由は海底地盤の応答は間隙水の粘性の影響を受け、浸透現象に影響を及ぼすからである。海底面からの深さが深くなると、間隙水圧の影響が小さくなるため、徐々に楕円は扁平になり、 $z=5m$ ではほぼ直線になる。また、どの深さにおいても図 5.2-7 の左側、つまり流速が負のときに有効応力が減少していることが分かる。さらに $z=1m$ および $z=2m$ においては有効応力が負になる部分生まれ、土が水圧に引っ張られ持ち上げられている状況になっている。そのようなときに流速を受けると当然その流速方向に底質は移動するので、海底地盤の底質は進行方向と逆向きに卓越することが示唆されている。なお、この関係は注目する地点によらず一定であり、すべての地点で同じ挙動が観察できることを意味している。

5.2.3. 底質の移動量，貯留量

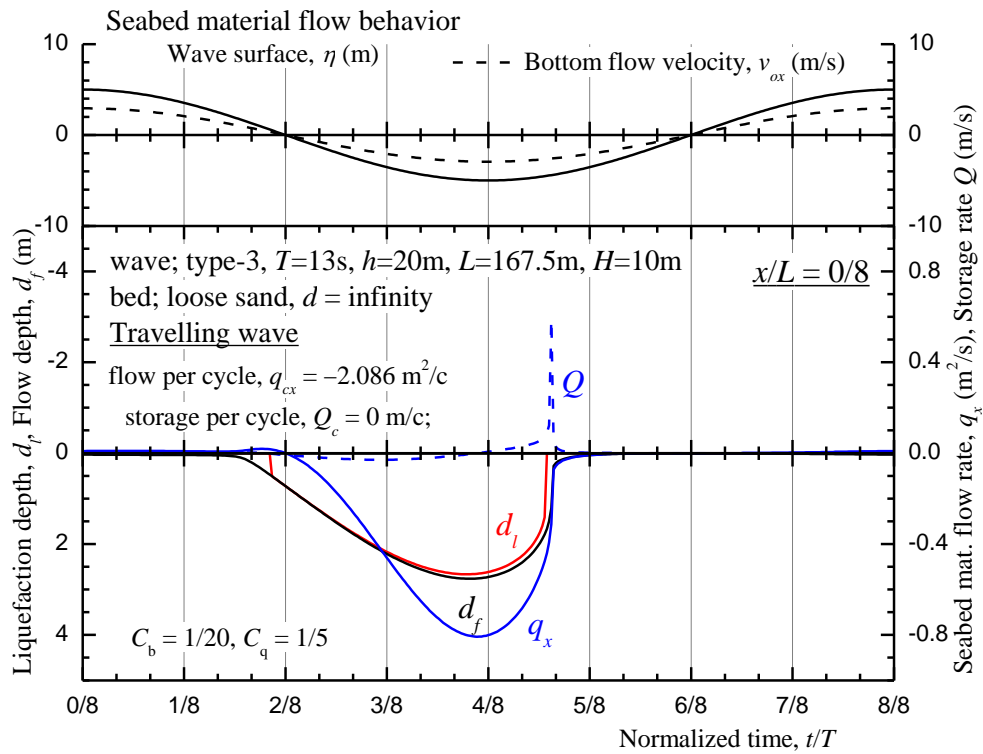


図 5.2-8 底質移動における流動深さ，底質移動量，貯留量の時間的変化 ($x/L = 0/8$)

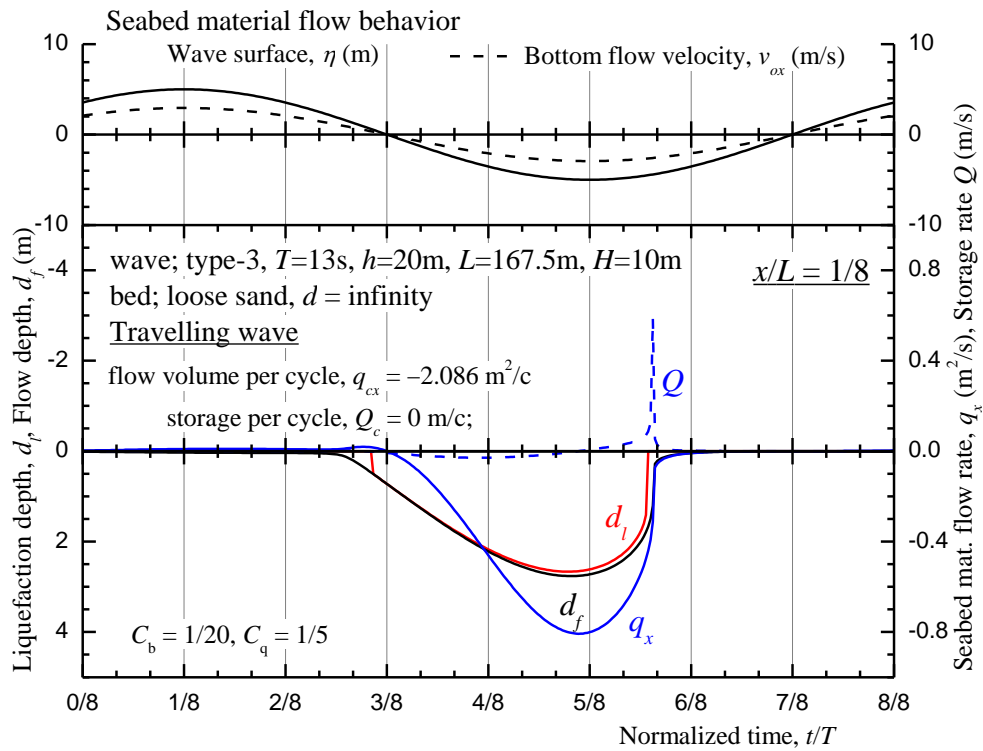


図 5.2-9 底質移動における流動深さ，底質移動量，貯留量の時間的変化 ($x/L = 1/8$)

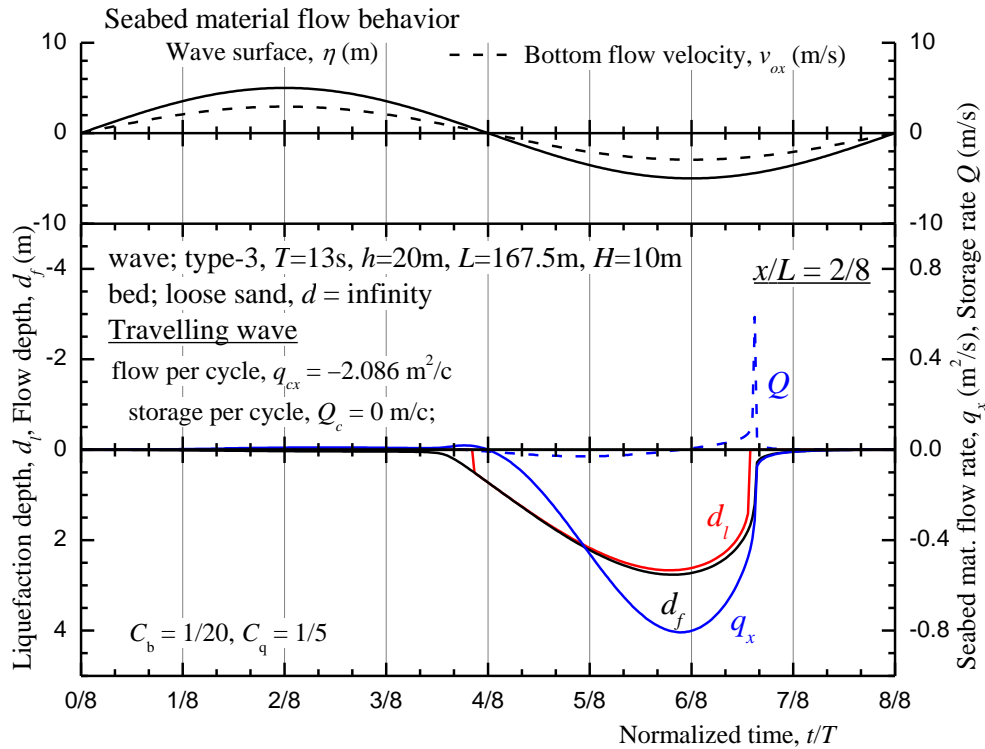


図 5.2-10 底質移動における流動深さ，底質移動量，貯留量の時間的変化($x/L = -2/8$)

この節では，底質移動における各量の時間的変化について調べる。

海底地盤の底質移動の基本的な挙動を明らかにするために，図 5.2-8，5.2-9，5.2-10 はそれぞれ異なる 3 地点において，底質移動における液状化深さ d_l ，流動深さ d_f ，底質移動量 q_x および貯留量 Q の時間的変化を示している。上部のグラフの実線は海水面の水位 η ，点線は海底面での流速を表している。そこから海水面の水位が下がっているときは水圧が下がるため，流速が負になることが分かる。液状化深さ d_l は有効応力が負になる範囲を示し，流動深さ d_f はさらに流速を考慮して底質が移動する範囲を示している。そのため，流動深さ d_f の方がわずかに大きくなる。底質移動量 q_x は進行波の単位幅あたりの底質移動量の速度を，また貯留量 Q は底質移動量 q_x を差分して得られる，海底地盤における底質の侵食と堆積の速度を示している。海底面における流速の変動は前後において対称であるが，海底地盤の有効応力応答の影響を強く受け，底質の流動は $x/L = 0/8$ においては $t/T = 2/8 \sim 4.5/8$ の時間において負の方向に卓越している。同様に $x/L = 1/8, 2/8$ の場合を見ていくと，水位，流速が進行方向に進むと，液状化深さ d_l や流動深さ d_f ，底質移動量 q_x は波形を変えずに進行方向に移動することがわかる。つまり，場所が違っても波形の違いにより変化の生じるタイミングは異なるが，同じ変化が起こっていることになる。その結果，1 周期あたりに蓄積する底質移動量 q_{cx} はどの地点においても $-2.086 \text{ m}^2/\text{c}$ となり，1 周期あたりの貯留量 Q_c は 0 となる。

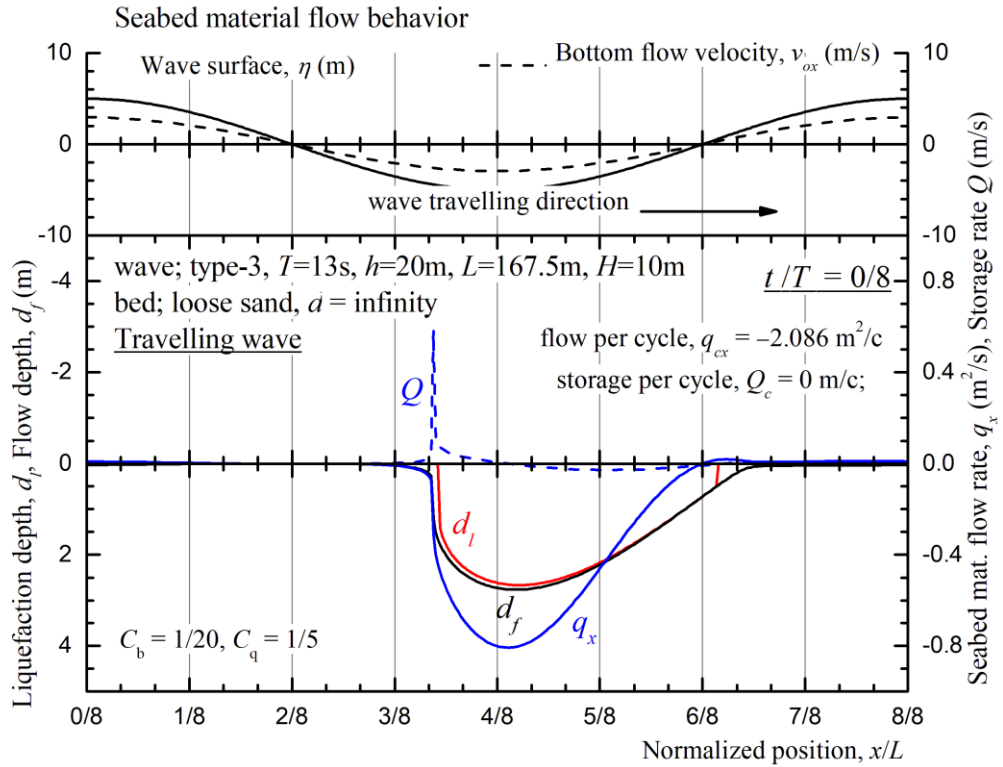


図 5.2-11 底質移動における流動深さ，底質移動量，貯留量の分布($t/T = 0/8$)

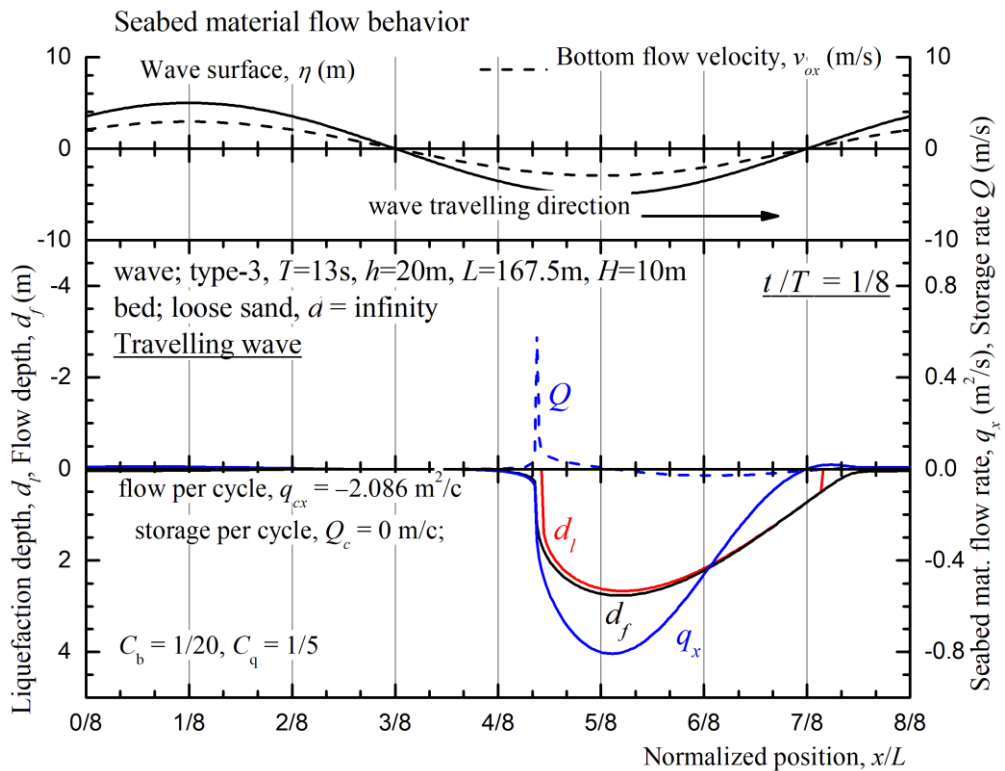


図 5.2-12 底質移動における流動深さ，底質移動量，貯留量の分布($t/T = 1/8$)

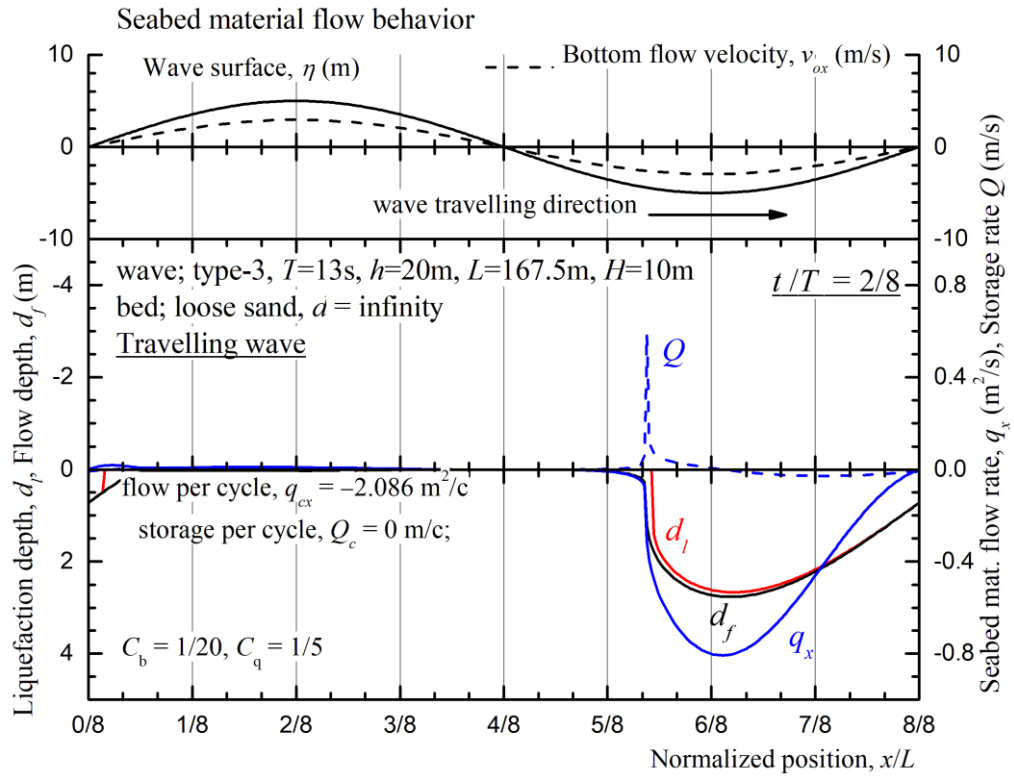


図 5.2-13 底質移動における流動深さ，底質移動量，貯留量の分布($t/T = 2/8$)

この節では時刻を固定して場所ごとの各量の分布について調べる。図 5.2-11, 5.2-12, 5.2-13 は異なる 3 つの時間において海底地盤における底質移動の挙動を 1 波長に対して示したものである。時刻が経過すると底質移動が卓越する範囲は海底面の低下位置に合わせて移動していることが分かる。また、図 5.2-11 は図 5.2-8 を縦軸において反転したようなグラフになっていることが分かる。このような特性の 1 周期における時間的推移を示したものが次の図 5.2-14 である。

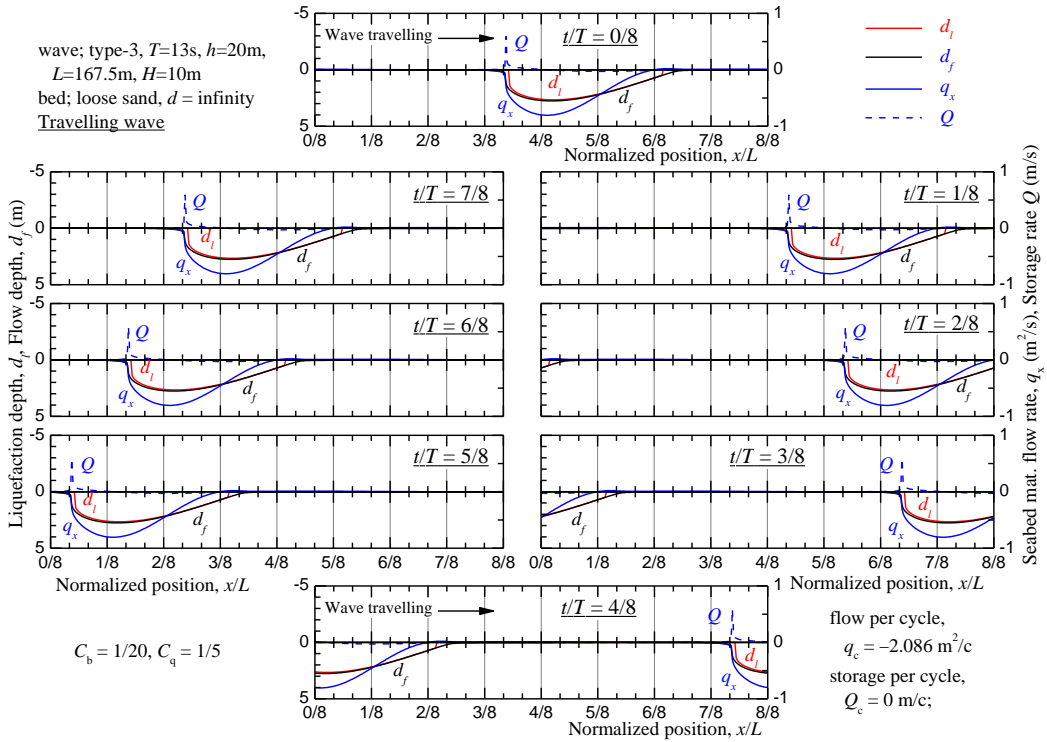


図 5.2-14 底質移動における流動深さ，底質移動量，貯留量の時間的推移

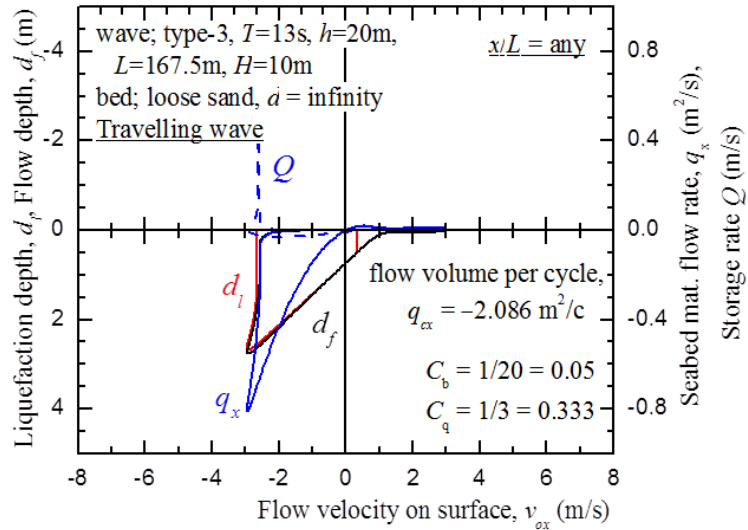


図 5.2-15 底質移動挙動における流動深さ，底質移動量，貯留量と表面流速の関係

図 5.2-15 は横軸に表面流速をとり，縦軸に下向きを正にして液状化深さ d_l ，流動深さ d_f ，底質移動量 q_x および貯留量 Q をそれぞれ表し，1 周期の間の海底地盤における底質移動の挙動を示したものである。表面流速は前後に調和振動的に対称に変動するが，流動深さが大きくなることに合わせて底質移動量 q_x が負の方向に卓越していることは明らかである。また，このような関係は地点によらず全く同じである。

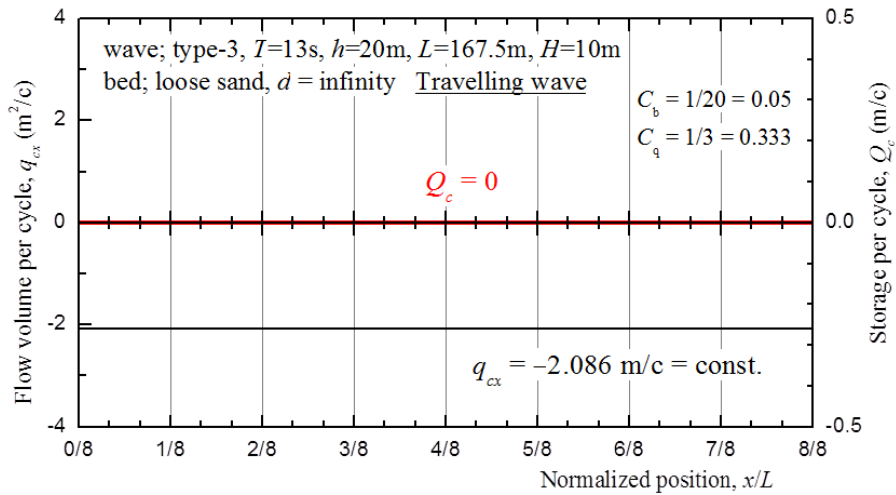


図 5.2-16 底質移動挙動における周期あたりの底質移動量，貯留量の分布

図 5.2-16 は底質移動挙動における 1 周期あたりに蓄積する底質移動量 q_{cx} およびその差分量となる海底地盤における底質の侵食・堆積の 1 周期あたりの貯留量 Q_c を表したものである。1 周期あたりに蓄積する底質移動量 q_{cx} はどの位置においても $-2.086 m^2/c$ の一定値をとる。そのため，その差分量として得られる Q_c はすべての地点において 0 である。このことはすべての地点で底質の流動が生じ，負の方向に向けて一定であるが，その結果として底質の侵食や堆積が生じることがないことを示している。

5.3. 定常波における底質移動

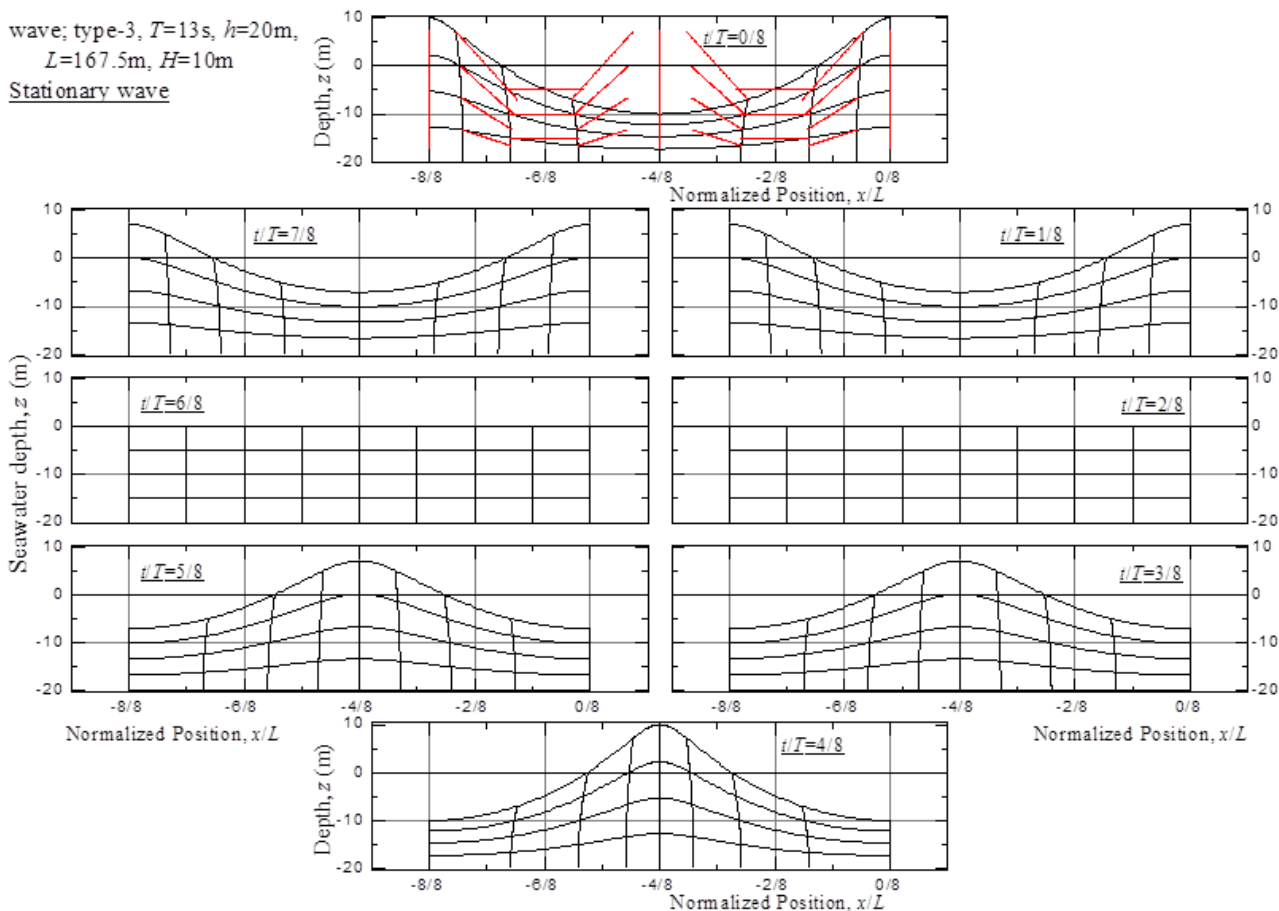


図 5.3-1 定常波における水粒子の運動特性

この節では、定常波における水粒子の運動特性について調べる。

図 5.3-1 は 1 周期を 8 分割して上から時計回りに $1/8$ ごとの経過を並べたもので海水の水粒子の挙動を示している。進行波では異なる地点において位相はズれるものの海水の挙動は基本的に同じ挙動であったが、定常波の場合には地点によって海水の挙動が大きく異なる。図 5.3-1 の $t/T = 2/8, 6/8$ では定常波は節の位置になるため、海水面の変位が 0 になっていることがわかる。一方、 $t/T = 0/8$ では定常波は腹の位置になるため、 $x/L = -8/8, 0/8$ において入射波の振幅の 2 倍の振幅 10m を観測する。 $t/T = 0/8$ においても同様で、 $x/L = -4/8$ において入射波の振幅の 2 倍の振幅 10m を観測する。したがって、水粒子の軌道は進行波では楕円軌道を描いたのに対し、定常波では線軌道となり線分上を振動する。この場合も水粒子の位置は特定の方向へ蓄積して移動するのではなく、所定の位置にとどまって振動することがわかる。また、波の形状、位相は全体として移動せず、留まって振動するのみである。

5.3.1. 海底面における水圧と流速の関係

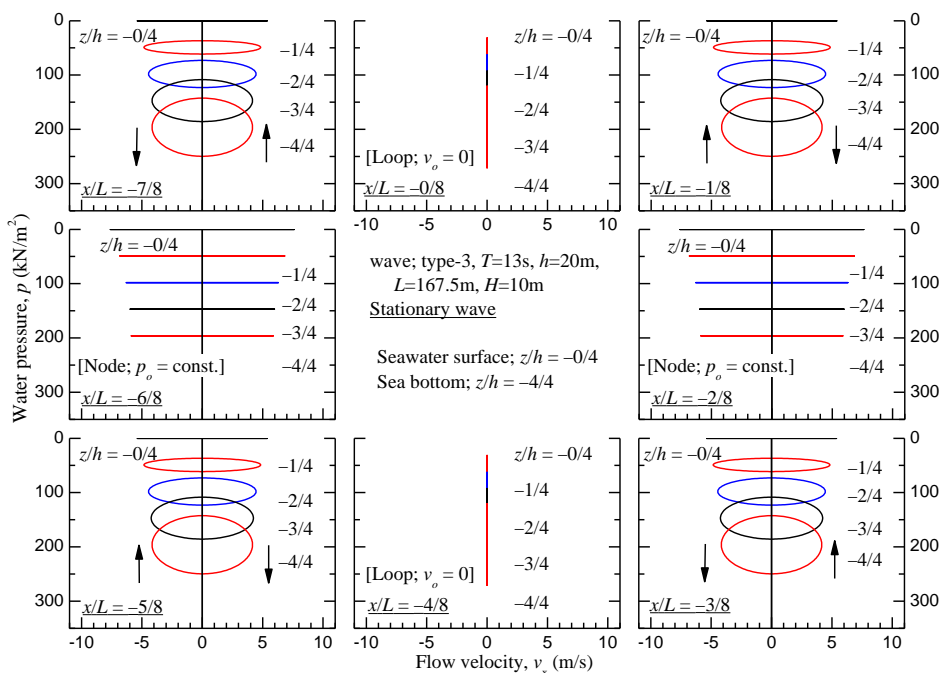


図 5.3-2 定常波を受ける水粒子の水平流速と水圧変動の水深に依存した関係

この節では、定常波における水粒子の流速と水圧変動の水深ごとの関係を調べる。

図 5.3-2 は 1 波長を 8 分割して場所ごとにおける水粒子の水平流速と水圧変動の水深に依存した関係を腹と節、およびその中間地点を含む 8 地点における海水面を含む 1m ごとの異なる深さにおいて表したものである。 $x/L = -2/8, -6/8$ では定常波の節の位置になるため、水圧 $p_0 = const.$ であるから、各水深において横軸に平行な分布を描くが、他の地点に比べて水平流速の変動は最大となる。一方、 $x/L = -0/8, -4/8$ では定常波の腹の位置になるため、水平流速 $v_0 = 0$ であるため横軸に垂直な分布を描くが、水圧は他の地点に比べて最も大きく変動する。それらの中間地点においては、水圧変動および水平流速の変動は腹と節の中程度のものとして発生し、水粒子の流速と水圧変動の関係は楕円上の軌道を描く。この楕円上の軌道を描く向きは場所により異なっている。

5.3.2. 海底地盤における間隙水圧と有効応力の変動

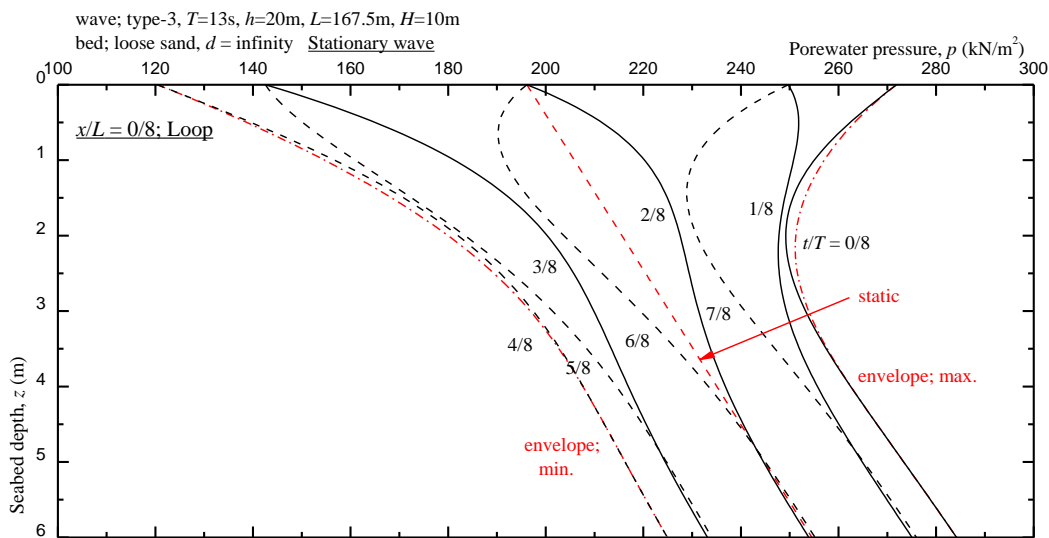


図 5.3-3 定常波を受ける海底地盤の間隙水圧応答特性($x / L = 0 / 8$)

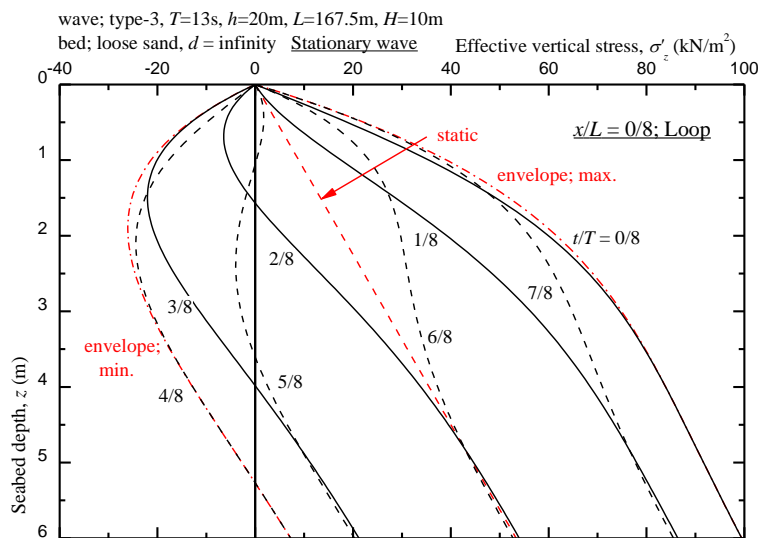


図 5.3-4 定常波を受ける海底地盤の有効応力応答特性($x / L = 0 / 8$)

つづいて、定常波を受ける海底地盤の間隙水圧の応答特性および有効応力の応答特性を検討する。

図 5.3-3, 図 5.3-4 はそれぞれ原点($x/L = 0/8$), つまり定常波の腹の位置における間隙水圧および有効応力の応答特性を表したものである。この挙動は進行波における間隙水圧応答特性の図 5.2-3 および図 5.2-4 と同様であり、腹の位置のため振幅が 2 倍であるため応答も 2 倍となっている。本研究では無限地盤を仮定したが、深さ $z = 5.0m$ 程度で間隙水圧はほぼ一定の傾きに収束する。一方、有効応力の変動幅は深さ $z = 4.5m$ 以深ではほぼ一定の傾きに収束する。進行波に比べて、有効応力が負になる領域が大きく、深さ $z = 5m$ を超え、より深いところまで地盤が不安定化することになる。

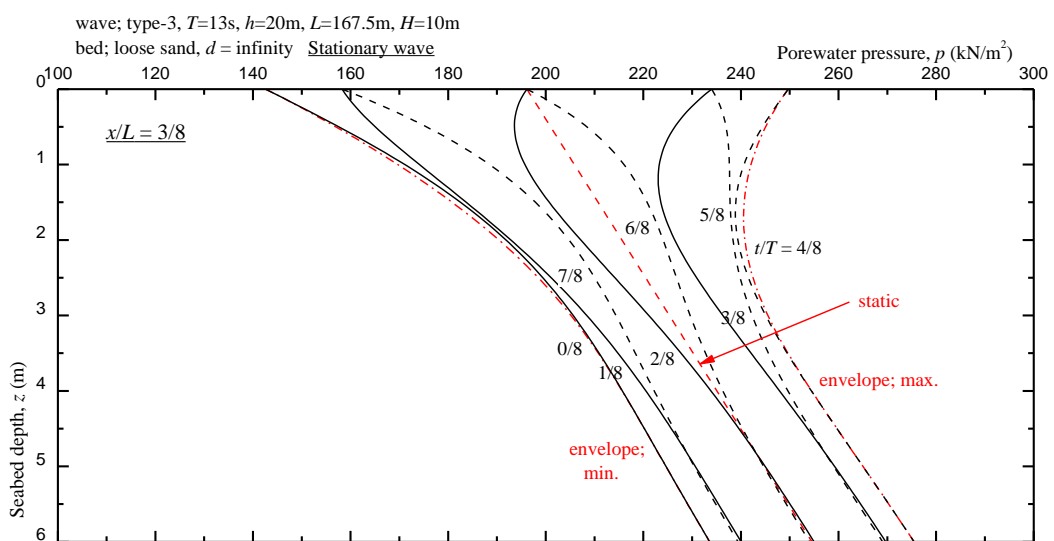
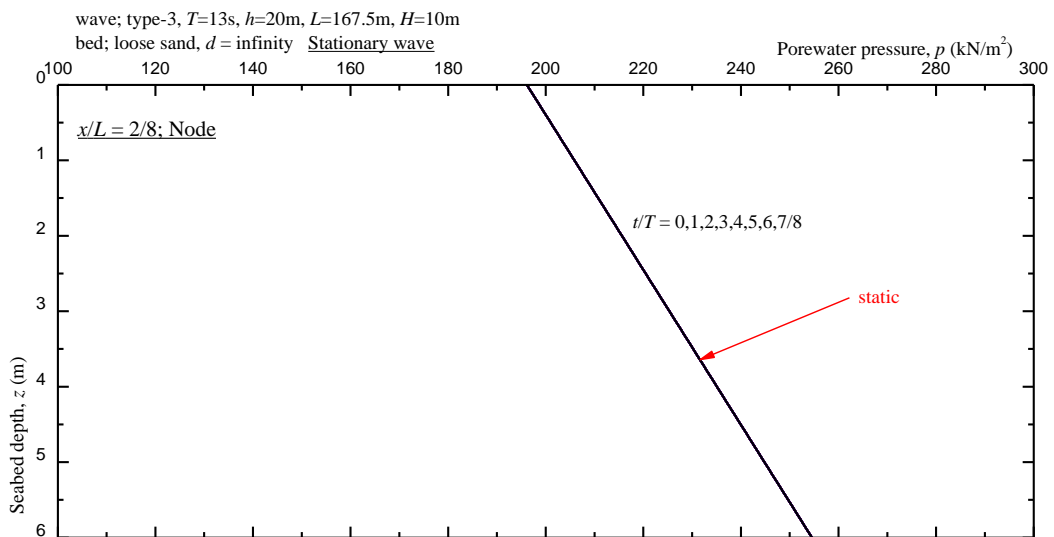
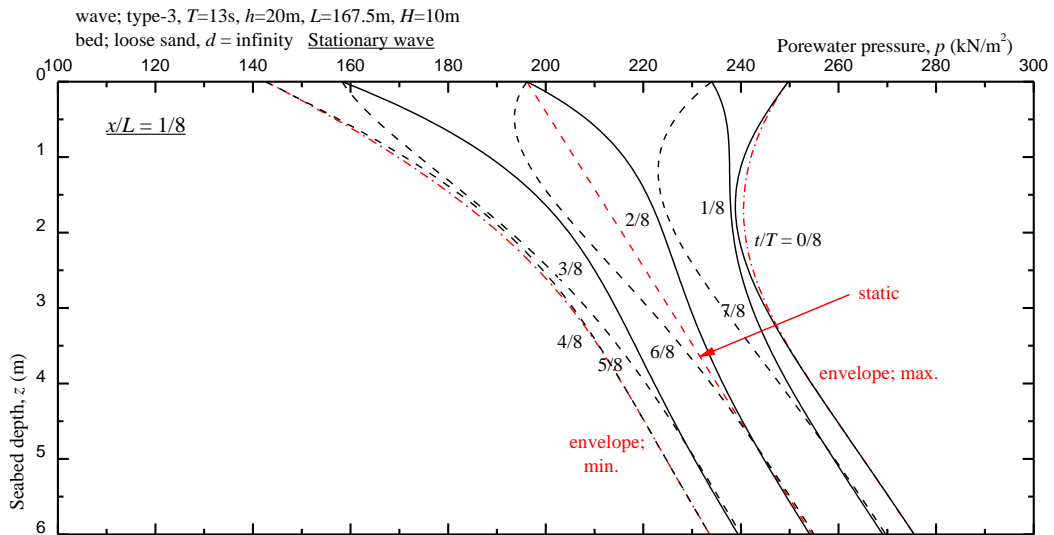


図 5.3-5 定常波を受ける海底地盤の間隙水圧応答特性 ($x/L = -1/8 \sim -3/8$)

図 5.3-5 は $x/L = -1/8, -2/8, -3/8$ の位置における海底地盤の間隙水圧の応答を示している。 $x/L = -2/8$ のときは定常波の節の位置に相当し、海水面の変動とそれに伴う水圧の変動がないため、地盤内における間隙水圧の変動は発生せず、常に静水圧状態を保ったままである。腹と節の中間的な位置 $x/L = -1/8, -3/8$ においては、砂地盤で特有の間隙水圧の応答がみられる。ただし、水圧変動は腹の位置の 70%程度であるから、応答の振幅も中程度で有効応力が負になる不安定化する領域は腹に比べて狭くなっている。また、水圧を受けるタイミングは t/T ごとに描かれる曲線は描かれる時刻がそれぞれ異なるが、同じ曲線を描いていることがわかる。つまり、定常波が 1 波長分通過したとき海底地盤のすべての場所において、別々の時刻に同様の間隙水圧を受けていることになる。

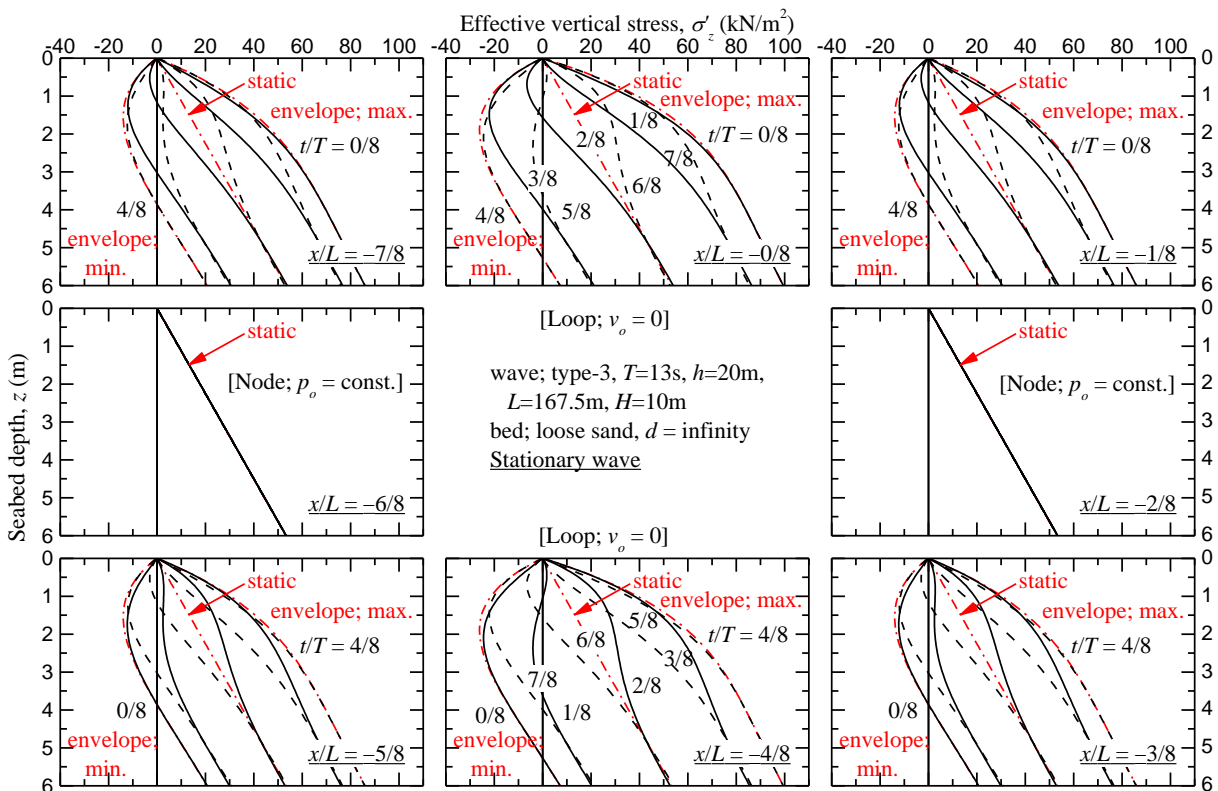


図 5.3-6 定常波を受ける海底地盤の有効応力特性(1 波長)

図 5.3-6 は 1 波長分を 8 分割した位置における海底地盤の有効応力応答の分布特性を $1/8$ ごと時計回りに表したものである。 $x/L = 0/8$ における図は先ほどの図 5.3-4 と同様でこの位置に防波堤のような直線型の構造物があると仮定してもよい。 $x/L = 0/8, -4/8$ においては海底地盤に水圧による有効応力が発生するが、腹の位置に相当するため流速が生じない。よって、負の有効応力を生じて砂が持ち上げられても流速を受けることはないため、この位置では底質が移動しない。次に $x/L = -2/8, -6/8$ では水圧が一定のため有効応力が負になることはない。よって底質が弱体化することはないので砂は移動しない。全体を通して、先ほどの進行波に比べ、定常波のときには有効応力が負になる深さが $z = 5m$ を超え、より底質移動が起きやすくなっていることがわかる。

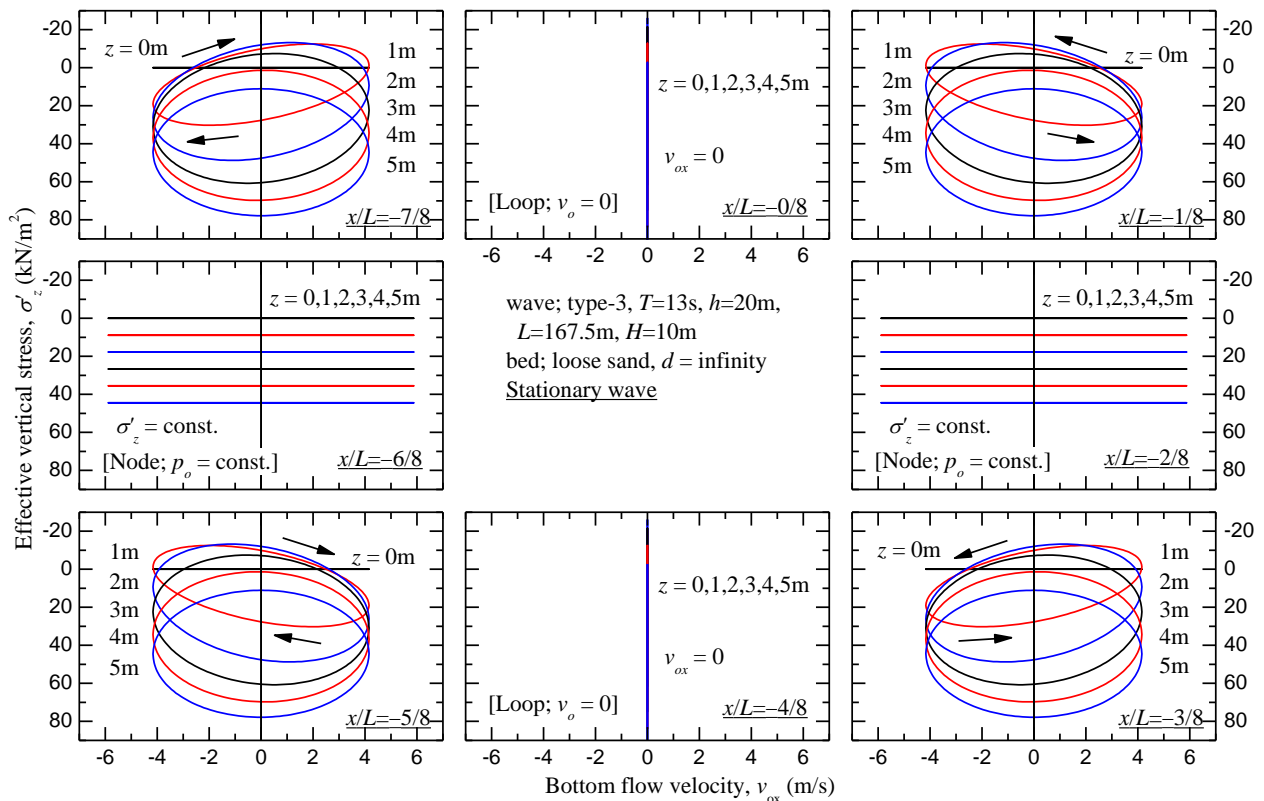


図 5.3-7 定常波を受ける海底地盤における表面流速と有効応力の関係

図 5.3-7 は定常波を受ける海底地盤における表面流速と有効応力の関係の分布を $1/8$ 波長ごと時計回りに表したものである。横軸に海底面での流速を、縦軸に下向きを正として海底地盤に生じる有効応力を取り、海底面からの地盤の深さが $z=0 \sim 5m$ のときを $1m$ ごとに調べてまとめている。腹の位置 $x/L=0/8, -4/8$ では海底面での水平流速が 0 となるので、軌道は y 軸上に描かれ、深さごとに直線上を振動することになる。ここでは有効応力が負になることが周期的に起こるが、水平流速が 0 であるから底質は移動しない。節の位置 $x/L=-2/8, -6/8$ においては水圧が一定であり有効応力が変動しないので x 軸に平行な直線軌道を深さごとに描くことになる。ここでは水平流速が繰り返し双方向に発生するので底質は移動するが、海底地盤は常に静水圧状態を保ち不安定化しないので、底質の移動量は限定的なものになる。 $x/L=-1/8$ をみると、水深が浅い場合においては図の左上方向に上がっていく楕円を描いている。 $z=1, 2, 3m$ のときにおいては地盤の有効応力が負になるところがあるため、底質のコンシステンシーは低下し流動しやすい状態となっている。有効応力が負になるときの流速の向きを見ると正の流速より負の流速を受けることの方が多いため、底質は後ろ側へ流動する。つまり、定常波の節のある位置に向かって底質移動が発生することになる。 $x/L=3/8$ をみると、水深が浅い時、図の右上方向に上がる楕円軌道が描かれる。 $x/L=-1/8$ と同様に $z=1, 2, 3m$ のときにおいては有効応力が負になる部分が存在する。そして、このときの海底面での流速の向きに着目すると、負の流速より正の流速を多く受けることが分かり、このことからこの位置の底質は正の流速により、前側へ流動する。よって、定常波の節のある位置に向かって底質移動が発生することになる。 $x/L=-5/8, -7/8$ においても同様の現象が起きているため、海底地盤の土質材料は定常波の節の位置に集まってくる。これこそが今まで問題としてきた洗掘の問題のメカニズムであ

ると考えられる。節に砂が集まるならばその他の場所の砂は減っていく。よって、構造物の置かれる $x/L=0/8$ は腹の位置になるため砂が減っていくことになる。

5.3.3. 底質の移動量, 貯留量

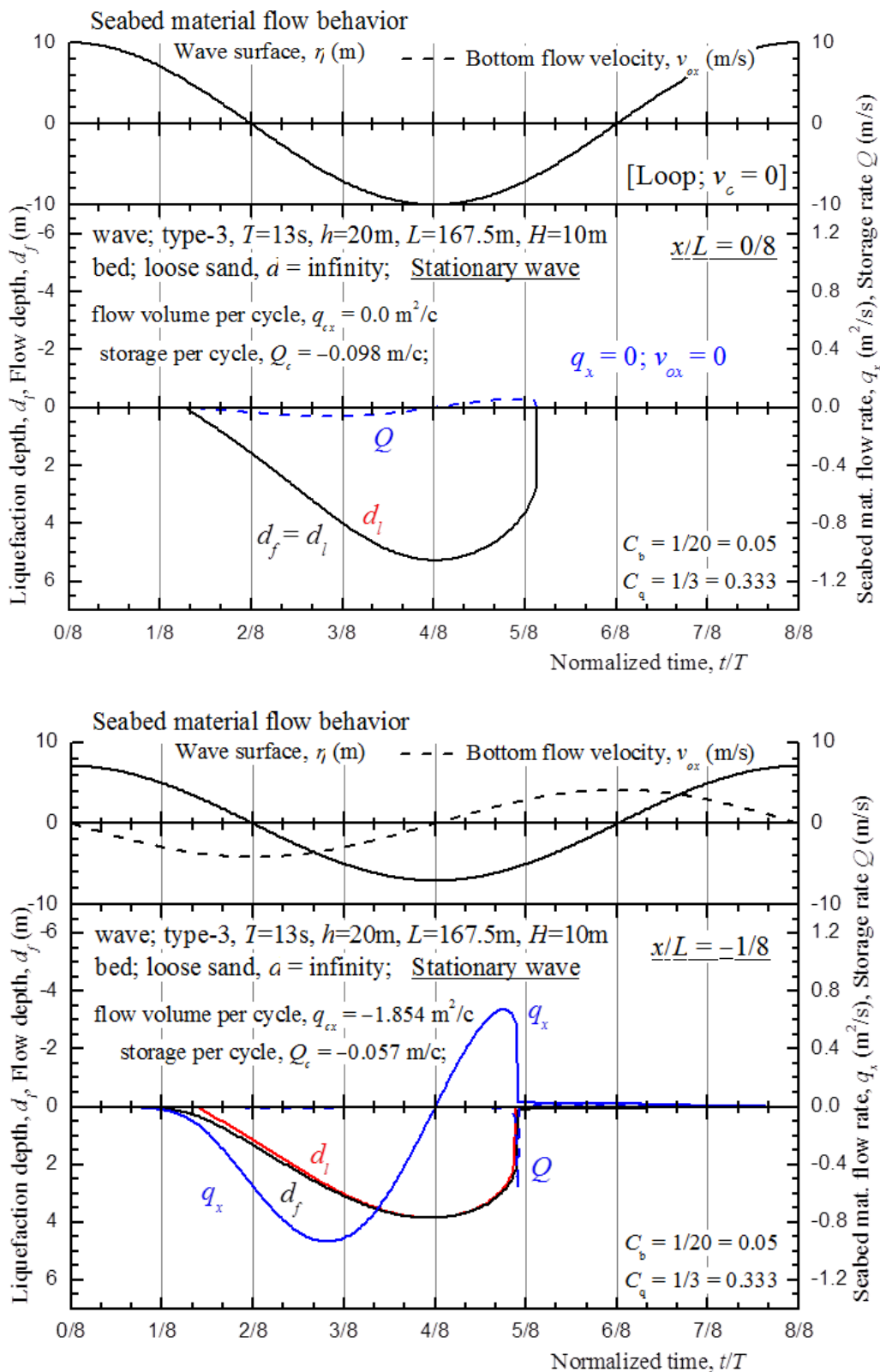


図 5.3-8 底質移動における流動深さ, 底質移動量, 貯留量の時間的変化($x/L = 0/8, -1/8$)

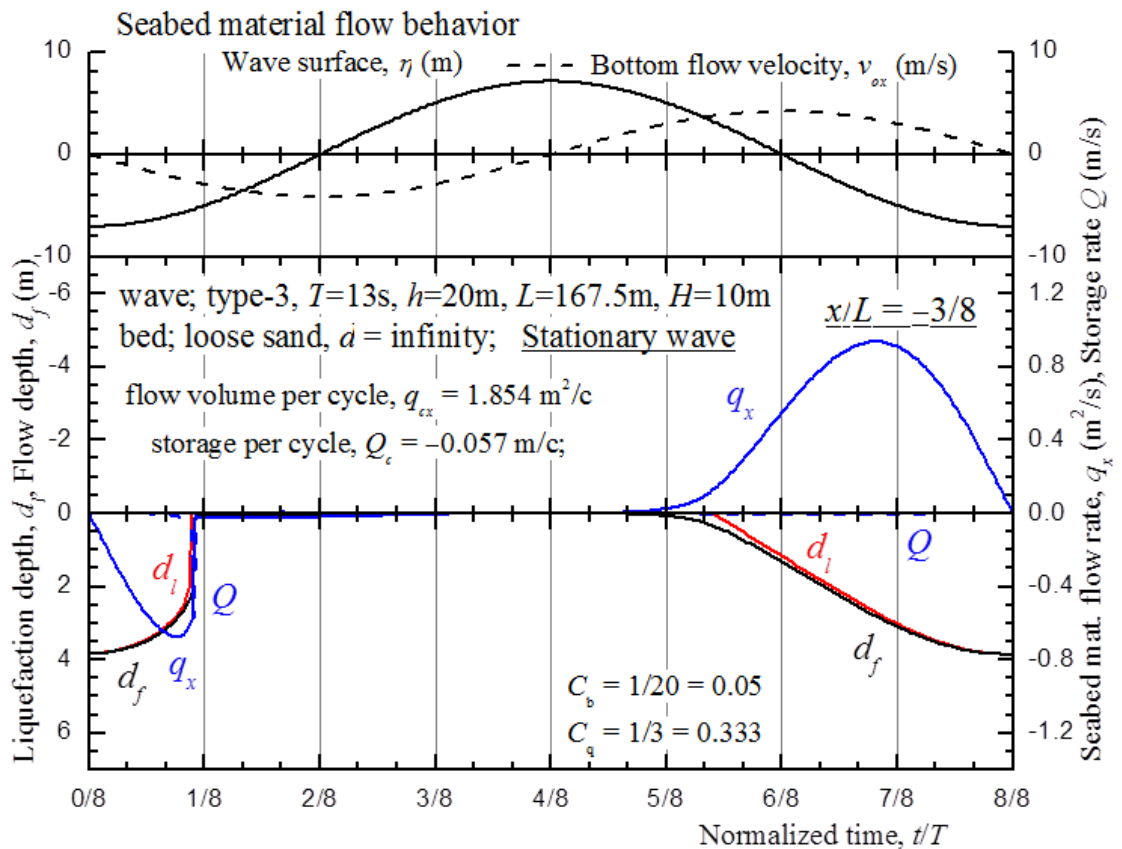
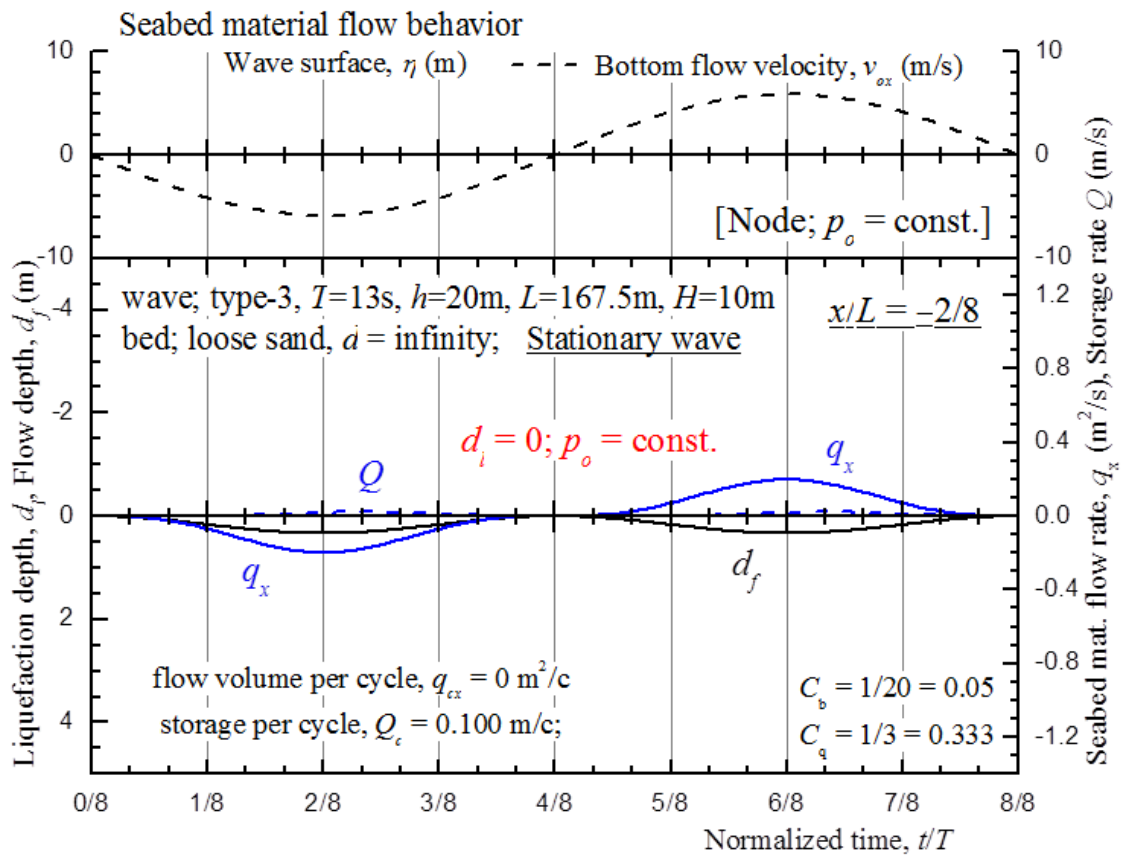


図 5.3-9 底質移動における流動深さ, 底質移動量, 貯留量の時間的变化($x/L = -2/8, -3/8$)

図 5.3-8, 5.3-9 は 1 波長を 8 分割して腹と節およびその中間点を含む 4 ヶ所における底質移動の挙動の時間的な変化を示している。腹の位置 $x/L=0/8$ においては海底面での水圧変動が大きいため液状化深さ d_l が大きく現れるが、水平流速が 0 であるから流動深さ d_f は液状化深さ d_l と等しくなっている。水平流速が生じないということは底質の移動も生じないことになるから、底質移動量 q_x は常に 0 となる。節の位置 $x/L=-2/8$ においては水平流速が双方向に生じるため、流速の変動に対応した流動深さ d_f が現れる。節の位置では水圧が一定より、地盤は不安定化しないから液状化深さ d_l は 0 である。また、地盤が不安定化しないため流動深さ d_f は大きくなく、流速の最大値が 6m/s であるのに対し流動深さ d_f は 30cm 以下である。底質移動量 q_x の時間的な変化は水平流速の方向に対して対称形であるから、1 周期あたりに蓄積する底質移動量 q_{cx} は 0 となる。腹と節の中間地点 $x/L=-1/8, -3/8$ では、流動深さ d_f が表れている時に流速を受けると流速の向きに対応して底質移動量 q_x が発生していることがわかる。また、水平流速が生じているため、流動深さ d_f は液状化深さ d_l に比べやや大きく現れる。 $x/L=-1/8$ では 1 周期あたりに蓄積する底質移動量 q_{cx} は $-1.854m^2/c$ となり、底質は節の位置 $x/L=-2/8$ に向かって流動することが分かる。一方、 $x/L=-3/8$ では 1 周期あたりに蓄積する底質移動量 q_{cx} は $1.854m^2/c$ となり、底質は節の位置 $x/L=-2/8$ に向かって流動することが分かる。

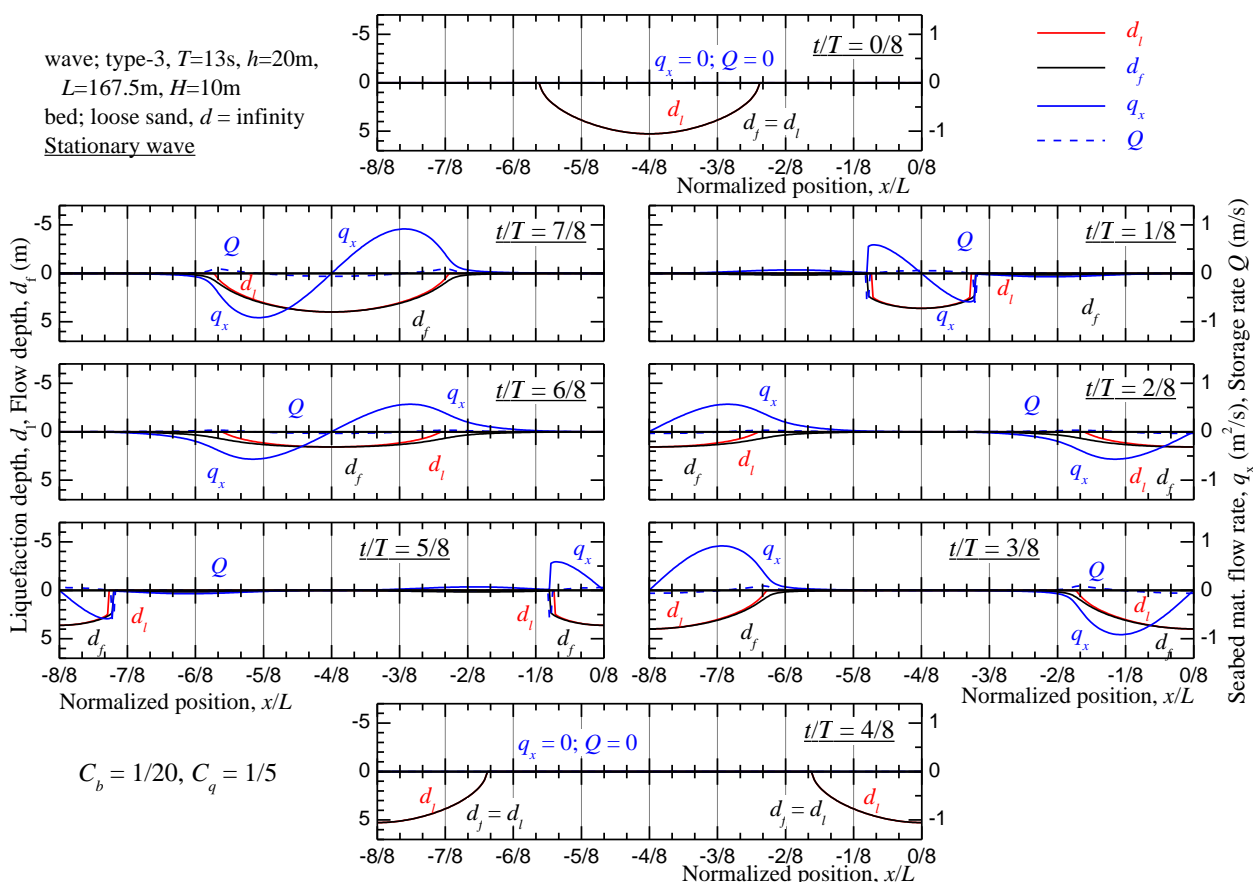


図 5.3-10 底質移動における流動深さ，底質移動量，貯留量の時間ごとの分布

図 5.3-10 は 1 波長を 8 分割し時間ごとにおける底質移動の挙動を 1 周期にわたって示している。底質移動の波長内での分布と時間的な変化を概観することができる。また、半波長ごとの分布を比較すると、位相は異なるが、液化化深さ d_l 、流動深さ d_f および底質移動量 q_x は同じ挙動をしていることが分かる。

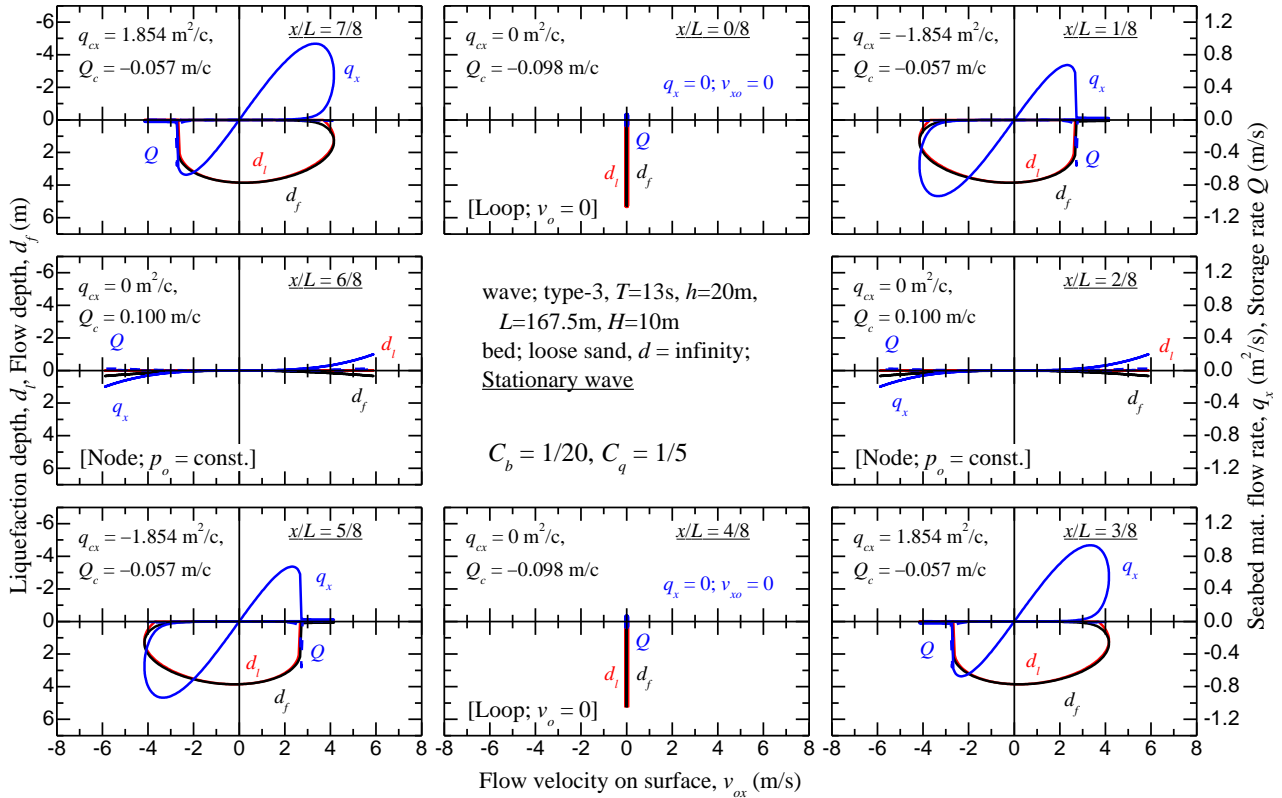


図 5.3-11 底質移動における流動深さ、底質移動量、貯留量と表面流速の関係

図 5.3-11 は 1 波長を 8 分割して腹と節およびその中間地点を含む 8 ヶ所における底質移動の挙動について、横軸に水平流速をとり縦軸に底質移動を示す諸量をプロットしているものである。腹の位置 $x/L = 0/8, -4/8$ では底質移動が生じないことが分かる。また、節の位置 $x/L = -2/8, -6/8$ では底質移動が生じるが海底地盤が不安定化しないため底質移動量 q_x が限定的である。中間地点においては地点ごとで特定の方に卓越していることがわかる。また、 $x/L = -1/8, -5/8$ と $x/L = -3/8, -7/8$ ではそれぞれ同じ挙動をしていることが読み取れる。また、図中には 1 周期あたりに蓄積する底質移動量 q_{cx} と 1 周期あたりの貯留量 Q_c も書き込まれている。

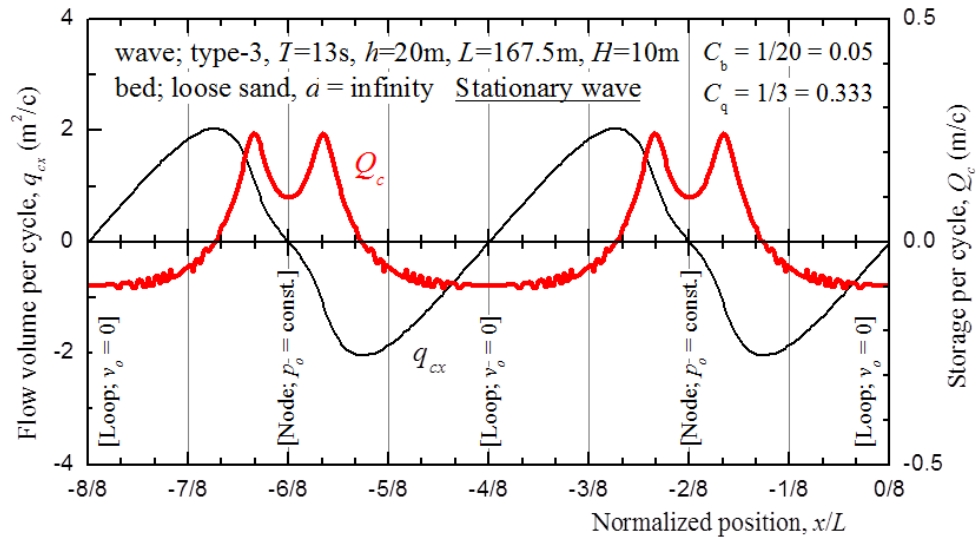


図 5.3-12 底質移動における 1 周期あたりの底質移動量および貯留量の分布

次に、定常波を受けるときの底質移動における周期あたりの底質移動量、貯留量の分布を調べる。

図 5.3-12 は 1 周期あたりに蓄積する底質移動量 q_{cx} と 1 周期あたりの貯留量 Q_c を 1 波長において表している。ここで Q_c は q_{cx} の導関数となっておりそれぞれの地点における底質の流入と流出の収支を示す値となっている。定常波を受けるとき、海底地盤は波長全体において底質移動を生じて、その結果として腹とその周囲は侵食するが、節とその周囲では底質が堆積することを明瞭に示している。進行波では蓄積的な底質の侵食と堆積は見られなかったが、定常波においては底質の侵食と堆積が見られ、海底面の上下変動が生じる可能性があるといえる。

5.4. 直線構造物および屈曲直線構造物周辺における底質移動

5.4.1. 直線構造物

a) 直線構造物（垂直入射）

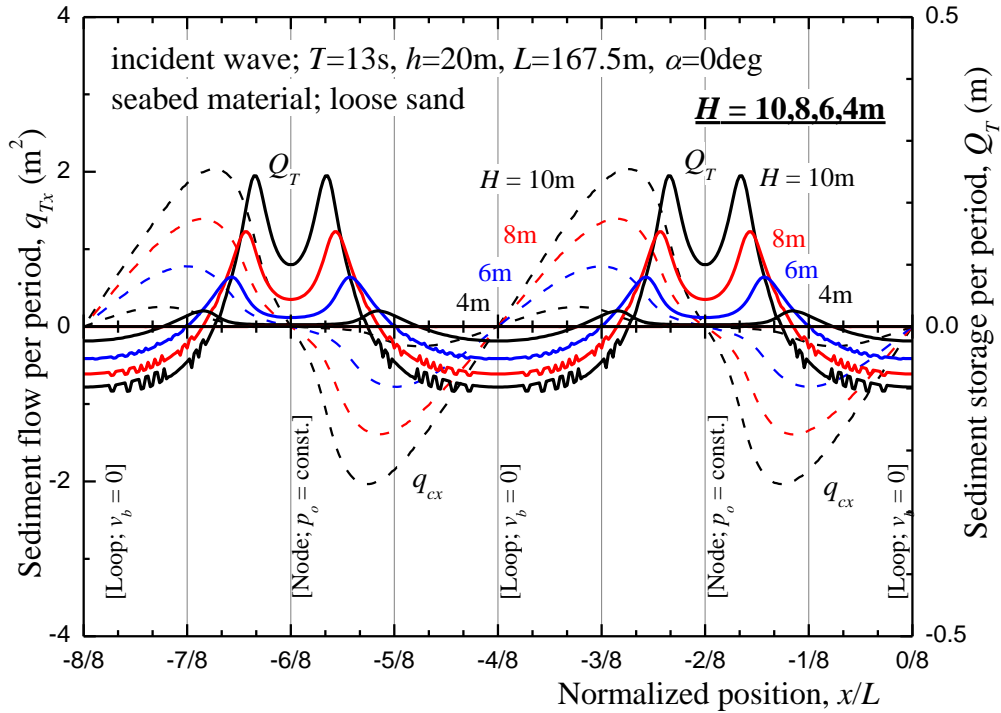


図 5.4-1 直線構造物へ垂直に入射する場合の底質流動挙動

ここでは平面波が直線構造物に垂直に入射する場合 ($\alpha=0^\circ$) を検討する。図 5.4-1 は波高に対する挙動を示すために、 $H=10\text{m}$ から 2m までパラメトリックに変化させたときの 1 周期当りの漂砂挙動を 1 波長の範囲で示している。破線は漂砂量 q_{Tx} 、実線は漂砂蓄積量 Q_T を示している。2 つの節 ($x/L=-6/8, -2/8$) を反対称として漂砂量 q_{Tx} が変化している。このことは節の右側では底質は左方向へ ($q_{Tx}<0$) 節に向かって移動する、一方で節の左側では底質は右方向へ ($q_{Tx}>0$) 節に向かって移動することを示している。この結果として、節では漂砂蓄積量 Q_T は正で堆積し、逆に腹では Q_T は負で侵食することが示されている。ちなみに、式(4.3.1)が示すように Q_T は q_{Tx} の導関数である。このような傾向は波高 H が低くなると、流速と有効応力の変動がともに減少するので、図 5.4-1 に示すように漂砂量は大きく減少することがわかる。

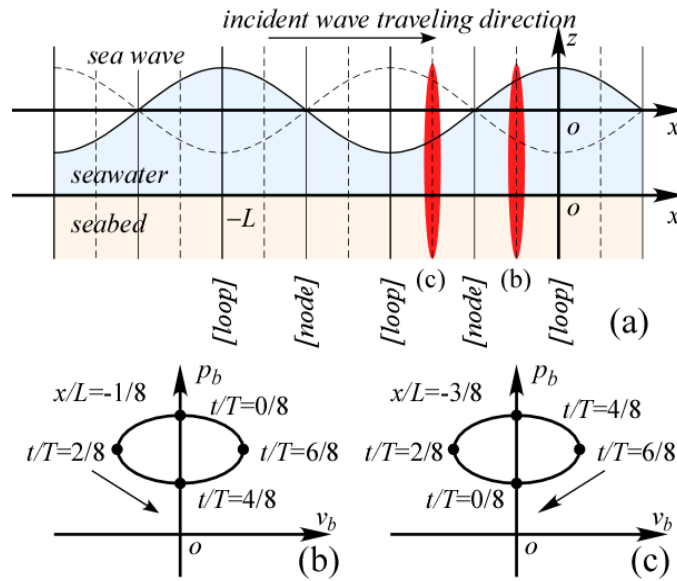


図 5.4-2 直線構造物へ垂直入射するときの定常波： (a) 波形；
海底面における水圧と流速の関係 $x/L =$ (b) $-1/8$, (c) $-3/8$

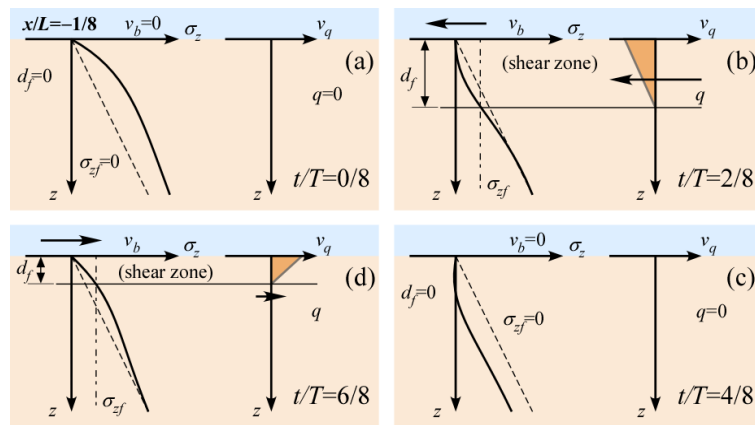


図 5.4-3 節と腹の中間点($x/L = -1/8$)における負方向への底質流動挙動： (a-d) $t/T = 0/8, 2/8, 4/8, 6/8$

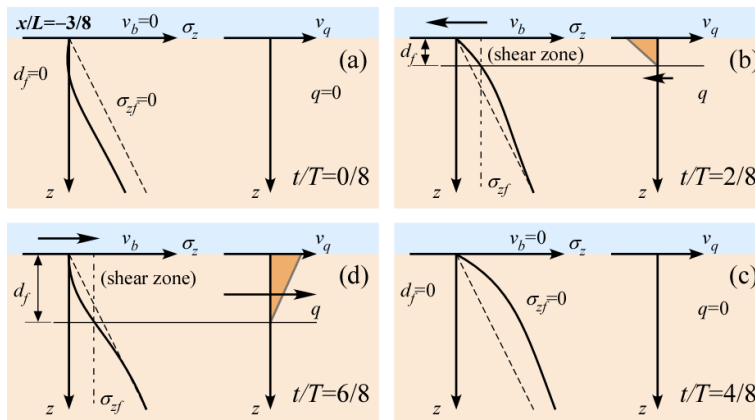


図 5.4-4 節と腹の中間点($x/L = -3/8$)における正方向への底質流動挙動： (a-d) $t/T = 0/8, 2/8, 4/8, 6/8$

図 5.4-2 は(a)に定常波全体の波形を示し、(b, c) には節と腹の中間点 ($x/L=-1/8, -3/8$) における海底面における水圧と流速の関係を模式的に示す。

さらに、図 5.4-3、図 5.4-4 は同じ腹と節の中間点における底質流動量の挙動を示している。海底面の水圧が低下する過程において、有効応力は静水圧状態よりも低減する地盤は応答する。したがって、図 5.4-3 に示す節よりも右側に位置する地点 ($x/L=-1/8$) では、流速が負である $t/T=2/8$ の時の方が、流速が正である $t/T=6/8$ の時よりも有効応力は低下しているので、せん断領域深さ d_f はより深くなる。その結果として、1 周期の間における流動量 q_T は負の方向へ偏る。一方、図 5.4-4 に示す節よりも左側に位置する地点 ($x/L=-3/8$) では、 q_T は正の方向へ偏る。このようなメカニズムによって図 5.4-1 に示した底質移動は腹部から節部に向かい、節部での堆積と腹部での侵食を引き起こしている。

入江ら(1984)に代表される模型実験や現地観測では腹部で堆積するいわゆる L-型の挙動が多く報告されているが、松田ら(2017)が Dean Number に基づく相似則に基づく実験では、有効応力応答と流速の関係はここに示した解析と整合し、掃流による底質移動が卓越する場合には N-型の堆積が発生する可能性を示唆している。

b) 直線構造物 (斜め入射)

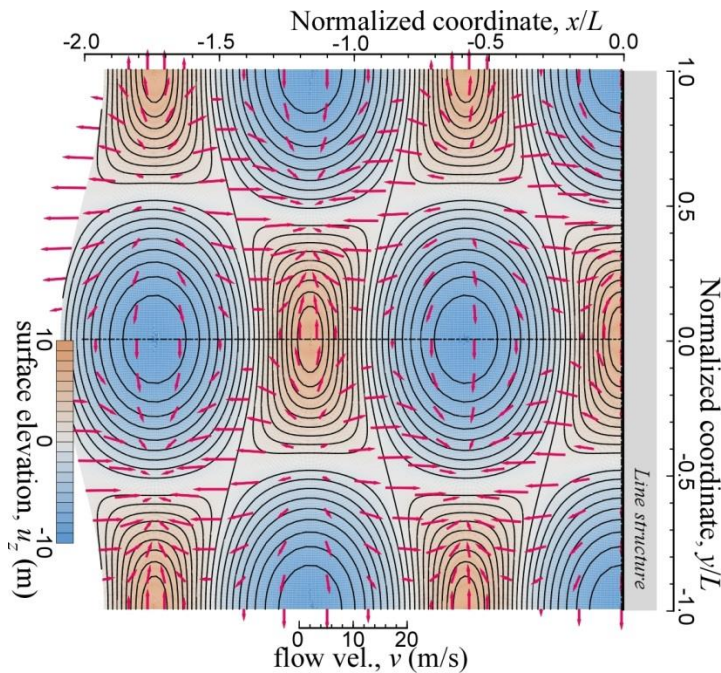


図 5.4-5 直線構造物における海面の水位と流速

図 5.4-5 は直線構造物へ平面波 ($H=10\text{m}$) が $\alpha=30^\circ$ で入射するケースについて、 $t/T=0$ の時の海水面の水位を等高線と色階調で、流速をベクトルで示している。海面の水平変位を考慮しているため、構造物に対して平行に現れるはずの水位変動がゼロとなる節は蛇行して描かれている。水面形を保ったまま、y-軸方向に (図では上向き) に進行することになり、式(2.4.16)に示した x-軸方向には定常波、y-軸方向には進行波の特徴を確認することができる。

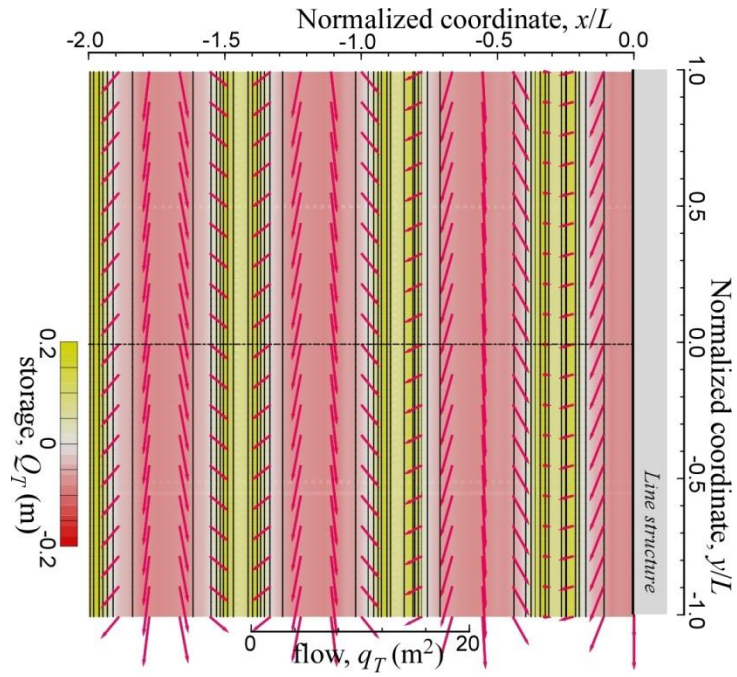


図 5.4-6 直線構造物における 1 周期当りの漂砂，海底地盤の侵食・堆積挙動

また，図 5.4-6 は 1 周期当りの漂砂量 q_T をベクトルで，また漂砂蓄積量 Q_T を等高線と色階調で示している。この条件では， x -軸方向にのみ定常波の特性が現れるので， y -軸と平行な帯状に構造物側面を含む腹部では侵食，節部では堆積する傾向を読み取ることができる。 y -軸方向では進行方向と逆向きに q_T ベクトルが生じている。

5.4.2. 屈曲直線構造物

a) 屈曲直線構造物（斜め入射）

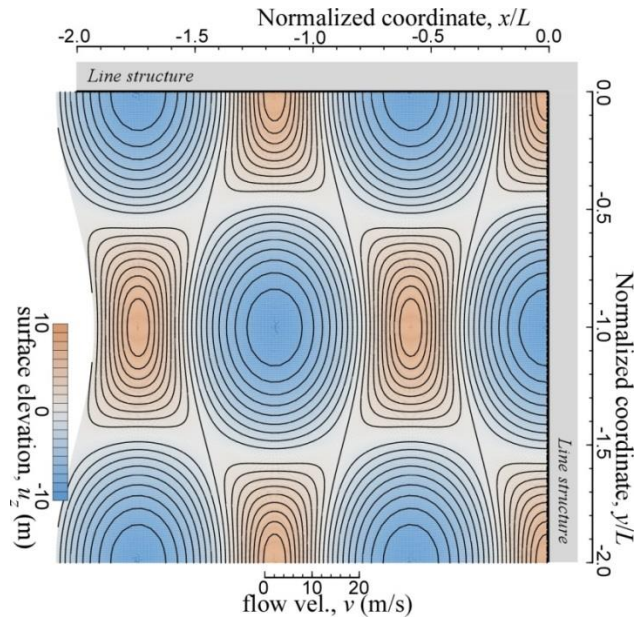


図 5.4-7 直角構造物における海面の水位と流速

図 5.4-7 は直角構造物へ平面波 ($H=5\text{m}$) が $\alpha=30^\circ$ で入射するケースについて、 $t/T=0$ の時の海水面における鉛直変位を等高線と色階調で示している。式(2.5.2)が示すように x -, y -両軸方向に定常波の特性を示すので、節が形成する格子の中央に腹（波峰と波谷）が点で発生する。直線構造物の場合とは異なり、腹と節の位置は移動せずに所定の地点に留まる。図 5.4-6 と比較すると明らかなように、直線構造物の場合には入射方向によらず構造物の側面では腹が現れるが、直角構造物では構造物の側面にも腹と節が周期的に現れることがわかる。

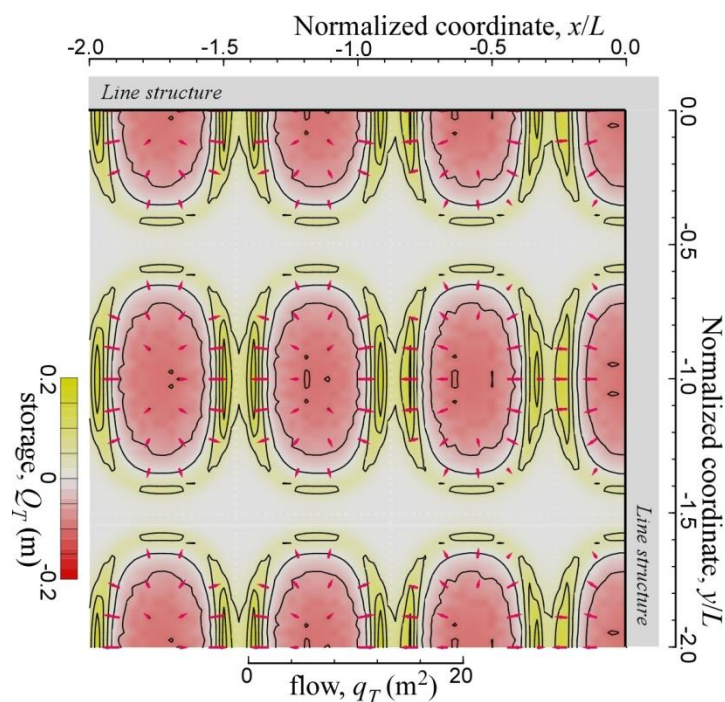


図 5.4-8 直角構造物における 1 周期当りの漂砂量，海底の侵食・堆積挙動

図 5.4-8 は 1 周期当りの漂砂量 q_T をベクトルで，漂砂蓄積量 Q_T を等高線と色階調で示している。腹部に底質の侵食が生じ，隣接する腹部の間の格子線上の節部に底質が堆積する傾向があると読み取れる。したがって，この場合には構造物の側面においても座標原点を侵食として，周期的に侵食と堆積が現れることが示唆されている。

b) 侵食・堆積挙動に及ぼす入射角の影響

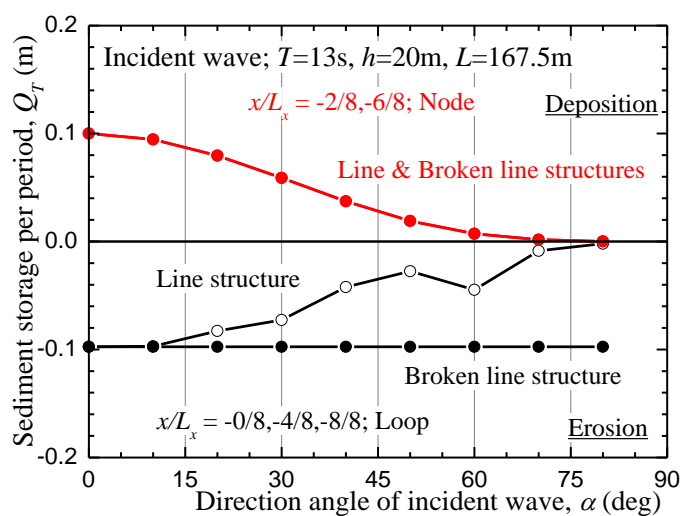


図 5.4-9 海底の侵食・堆積に及ぼす波浪入射角の影響

図 5.4-9 は直線構造物と直角構造物両者において、節部（座標原点，隅角部）における侵食量（1 周期当りの負の漂砂貯蓄量 Q_T ）および節部（ $x/L_x=2/8$, $y=0$ ）における堆積量（1 周期当りの正の漂砂蓄積量 Q_T ）を入射角 α に対してプロットしている。ただし、重複波の波高を等しくして比較検討するために、入射波は直線構造物で $H=10\text{m}$ ，直角構造物で 5m とした。

直線構造物では、垂直に入射する場合（ $\alpha=0^\circ$ ）で x 軸方向の定常波の特性が最も強いので、堆積量，侵食量ともに最大であるが，入射角が垂直から外れて α が大きくなるにつれて堆積量，侵食量はともに減少している。侵食量の値が $\alpha=60^\circ$ で少し乱れるのは，海底地盤内に発生・消滅する液状化によりせん断層の厚さが急激に拡大または縮小するためである。

直角構造物では常に 2 方向で定常波の特性を示すことから，隅角部（座標原点）における侵食量は入射角 α によらず一定となった。また，節部（ $x/L_x=2/8$, $y=0$ ）では常に y 軸方向で流速がゼロであるため， x 軸方向でのみ底質が移動するので直線構造物と同じ値となっている。

5.5. 円柱構造物周辺における底質移動

5.5.1. 円柱構造物の位置付け

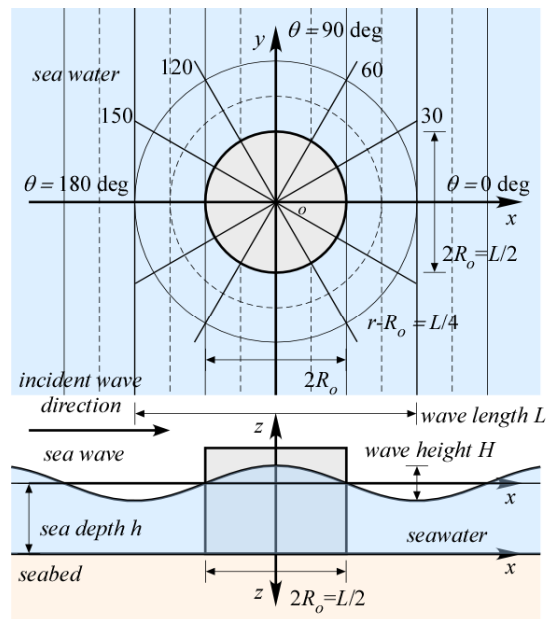


図 5.5-1 円形断面を有する円柱構造物と入射波の進行方向

図 5.5-1 のような円形断面を有する円柱構造物を対象とする。円柱構造物は地盤中に埋まっている、さらに海水面上に十分な高さで突出しており越波しないとみなし解析を行う。半径の波長に対する相対的な構造物の大きさによって波浪の状況は異なるが、ここではまず円柱構造物の半径 R_0 が波長 L を 4 分割したもの $R_0 = L/4$ と設定して検討を進める。

入射波は平面波であり、円柱構造物の正面に達するとその一部は反射されて反射波を生じる。これは無限遠においては減衰して 0 になるものであり、反射波の影響は円柱構造物表面からの半径方向距離のパラメータであると考えられる。反射した残りの部分は、回折波として円柱構造物の背面へ回り込むことになる。ここでは、円柱構造物の中心を座標系の原点とし、入射波の進行方向を x 軸の正の方向とし、 $\theta = 0 \text{ deg}$ を x 軸、反時計回りに直角方向に y 軸を設定し $\theta = 90 \text{ deg}$ としている。

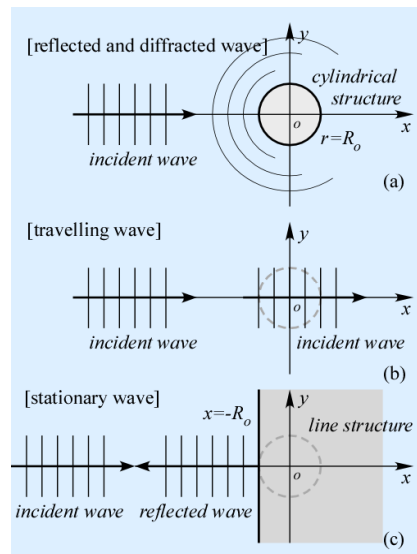


図 5.5-2 円柱構造物がある場合(上), 進行波の場合(中), 直線構造物がある場合(下)

図 5.5-2 より円柱構造物がある場合の海面の変動特性および底質移動を検討するために比較対象として, 5.2 節で検討した進行波および 5.3 節で検討した定常波を用いる。5.2 節より進行波の場合, つまり構造物がない状態で平面波である入射波が通過すると, 底質はすべての地点で入射波の進行方向とは逆向きに底質移動を生じることが分かっている。ただし, この底質移動では 1 周期あたりに蓄積する移動量はすべての地点で等しいため, 結果的には海底面における底質偏りは生じず, 侵食や堆積は発生しないことが明らかになっている。次に 5.3 節より定常波の場合, つまり直線構造物に平面波が垂直に入射するし, 入射波のすべてが反射されて入射波と反射波により定常波が発生する場合には, 波長の $1/4$ の間隔で「腹(Loop)」と「節(Node)」が交互に現れる。定常波では腹から節に向かって底質移動が生じ, 結果として節の周囲では底質が堆積, 腹の周囲では底質が侵食され, 海底面はそれぞれの地点で低下することになる。

以上のことから考慮していくと円柱構造物の周辺の入射波と構造物による反射・回折波が重なったものになると予測できる。したがって底質移動においても, 構造物に妨害されずに通過するだけの「進行波」と直線構造物で全反射されることによる「定常波」の中間的なものになると考えることができる。

5.5.2. 構造物周辺の海面の変動特性

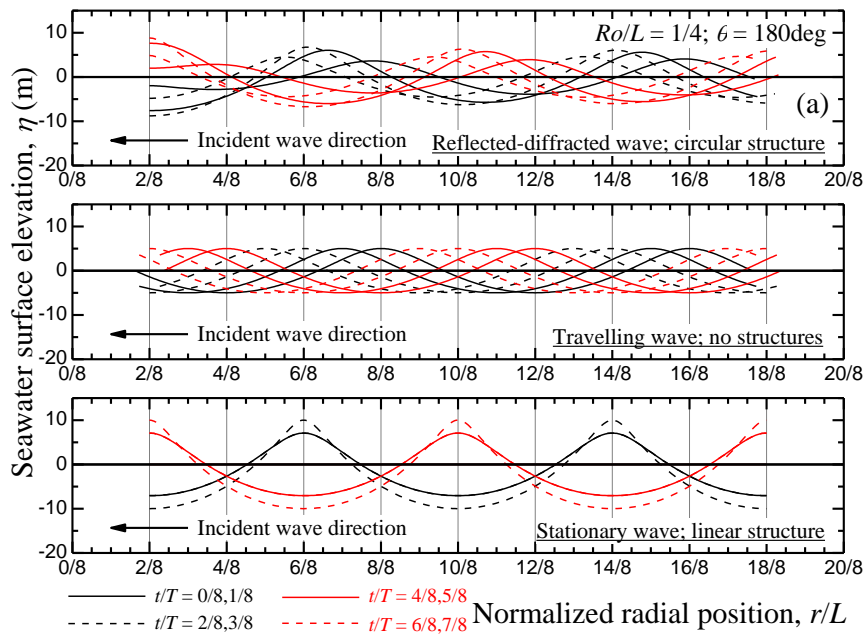


図 5.5-3 $\theta=180\text{deg}$ 方向(構造物前面)における反射・回折波による海面の変動特性

図 5.5-3 の横軸は構造物の中心から測った半径方向の距離 r を波長で正規化した値であり、縦軸は海底面からの高さ z を取っている。ここでは、構造物が入射波を直接受ける前面 $\theta=180\text{deg}$ 方向における挙動を示している。上のグラフは円柱構造物を有する波浪場、中央のグラフは構造物を有せず入射波が通過する進行波、下のグラフは直線構造物による全反射の結果としての定常波に対応している。また、上のグラフでは $r/L=2/8$ の位置に構造物の前面が位置しており、水平方向の変位が 0 となる。下のグラフでは上のグラフと同じく $r/L=2/8$ の位置に直線構造物の鉛直面を配置している。なお、基本的な波浪特性を把握するために海水面の変化について 1 周期を 8 分割して示している。時間とともに海水面の形状は黒実線、黒破線、赤実線、赤破線というように変化していく。ここでは入射波が半径方向と逆向きに進行するので、横軸の負の方向が入射波の進行方向となる。中央のグラフは一様な振幅を有する進行波が波高 $H=10\text{m}$ で一定の速度で進んでいることがわかる。一方、下の定常波のグラフでは波の位相は移動せず、腹と節が $1/4$ 波長ごとに現れて振動していることがわかる。直線構造物の前面を含む腹の位置においては、波高は倍に増幅して $H=20\text{m}$ となっている。これらに対して上のグラフは反射・回折波を有する。この場合には構造物の前面 $r/L=2/8$ の近傍では定常波と似たような挙動を示し、波高は進行波の $H=10\text{m}$ より大きく $H=18\text{m}$ 程度だが、定常波の $H=20\text{m}$ より小さい。また、定常波と比較すると明瞭ではないものの節に類似した挙動がみられる。その節の構造物からの位置は、定常波に比べて少し遠く $r/L=2/8$ を超えた位置となっている。この節の特徴は構造物から距離が離れるにしたがって弱まり、次第に進行波に近い特性を示すようになる。この場合の波長は進行波の波長よりも多少長い、ほぼ等しい値となっている。

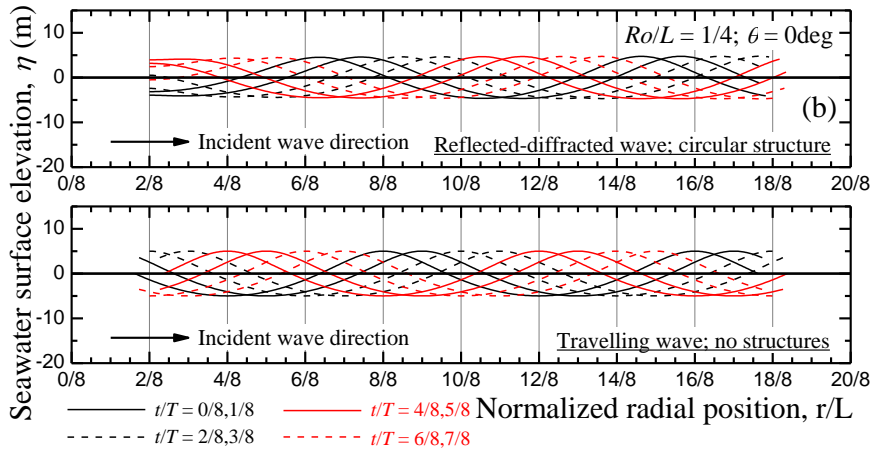


図 5.5-4 $\theta=0\text{deg}$ 方向 (構造物背面) における反射・回折波による海面の変動特性

図 5.5-4 は円柱構造物の背面 $\theta=0\text{deg}$ 方向における波浪の特性を示している。上のグラフは円柱構造物を有して反射・回折波の影響を含む場合、下のグラフは構造物を有しない進行波の場合を示している。また、入射波の進行方向は半径方向と同じである。上のグラフを見ると、円柱構造物を有する場合の反射・回折波の波高は入射波の $\theta=180\text{deg}$ と比べあまり変化がないことがわかる。また、構造物の近傍でのみ定常波の腹に対応するような特徴がみられるが、先ほどの構造物前面とは異なりそれ以外の場所では腹や節は見られない。下の進行波のグラフと比較すると、進行波と類似の挙動がみられるが、位相は波長の $1/8$ 以上遅れていることがわかる。

5.5.3. 半径方向における底質の移動量, 貯留量

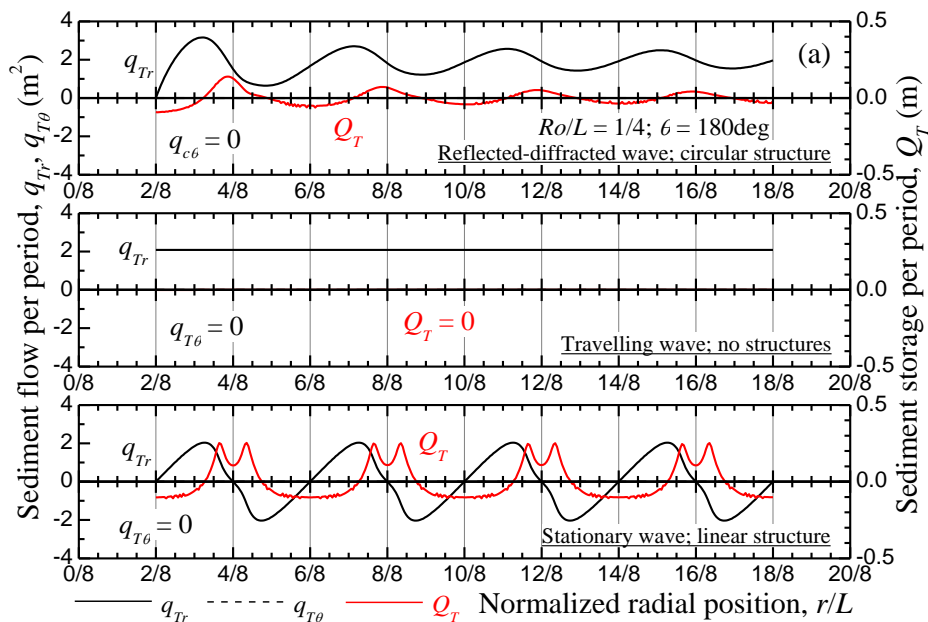


図 5.5-5 $\theta=180\text{deg}$ 方向(構造物前面)における反射・回折波による底質移動の特性

図 5.5-5 の横軸は構造物の中心から測った半径方向の距離 r を波長で正規化した値であり、縦軸は 1 周期あたりに蓄積する底質の半径方向の移動量 q_r 、周方向の移動量 $q_{c\theta}$ および海底地盤の侵食と堆積の程度を示す、1 周期あたりの貯留量 Q_T を示している。上のグラフは円柱構造物を有する波浪場、中央のグラフは構造物を有せず入射波が通過する進行波の場合、下のグラフは直線構造物による全反射の結果としての定常波の場合に対応している。上のグラフでは $r/L=2/8$ の位置に構造物の前面が位置しており、水平方向の変位が 0 となる。下のグラフでは上のグラフと同じ $r/L=2/8$ の位置に直線構造物の鉛直面を配置している。

ここでは、底質移動の時間的な割合（時間の関数としての流動）ではなく、1 周期あたりの積分量を底質移動量として示している。半径方向の底質移動量 q_r を黒実線で示す。構造物から遠ざかる方向の移動量が正、逆に構造物へ向かう移動量が負となっている。周方向の底質移動量 $q_{c\theta}$ を黒破線で示す。構造物の背面側から前面側に向かう移動量が正、逆に構造物の前面側から背面側に向かう移動量が負となっている。図 5.5-5 では構造物の前面方向 $\theta=180\text{deg}$ (x 軸の負の方向)における放射状の直線に沿った底質移動の特性を示している。

中央のグラフは構造物を有しない条件における一様な振幅を有する進行波の場合である。進行波では 1 周期あたりの底質移動量は場所によらず一様で、進行方向と逆向きに底質移動量が生じるが、その導関数に相当する貯留量は 0 となっている。一方、下のグラフは想定した直線構造物による全反射の結果としての定常波の場合である。波の位相は移動せず、構造物表面が腹、その後、節と腹が $1/4$ 波長ごとに現れる。底質移動量は構造物からの距離によって周期的に変動し、腹から節に向かう傾向を有するので、構造物側面を含む腹の位置では、底質貯留量 Q_T は負となり侵食が起こり、節の位置では Q_T は正となり底質は堆積する。

それらと比較して上の円柱構造物による反射・回折波を有する場合のグラフは、進行波と定常波による底質移動の特性を合わせ持つ挙動を示している。すなわち半径方向の底質移動量 q_{cr} は進行波と同様に常に正であり、構造物から遠ざかる方向に底質が移動していることがわかる。さらに $q_{c\theta}$ は周期に合わせて定常波と同様に振動している。その結果として定常波と同じように、構造物表面を含む腹の位置では底質貯留量 Q_c は負となり侵食が起こり、節の位置では Q_c は正となり底質は堆積する。ただし、この侵食と堆積の強さは構造物から離れるにしたがって弱まっている。

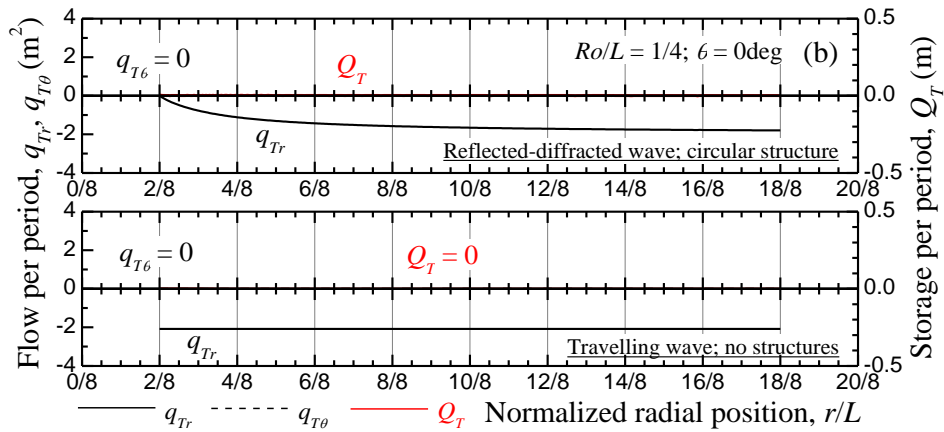


図 5.5-6 $\theta=0\text{deg}$ 方向(構造物背面)における反射・回折波による底質移動の特性

図 5.5-6 は円柱構造物の背面方向 $\theta = 0\text{deg}$ における底質移動の特性を示している。上のグラフは円柱構造物を有して反射・回折波の影響を含む場合、下のグラフは構造物を有しない進行波の場合を示している。入射波の進行方向は半径方向と同じである。

まず、上のグラフでの1周期あたりの半径方向の底質移動量 q_{cr} は構造物の表面にあたる $r/L=2/8$ においては0であるが、無理関数の曲線のように徐々に負の値をとり、構造物から離れるにつれてほぼ一定の値に収束し、進行波の q_{cr} のグラフのようになる。ただし、 q_{cr} の値は進行波に比べて小さい。一方、1周期あたりの周方向の底質移動量 $q_{c\theta}$ は進行波の場合と同様に0である。その結果、1周期あたりの貯留量 Q_c は微小ではあるものの0にはならない。

5.5.4. 周方向における底質の移動量, 貯留量

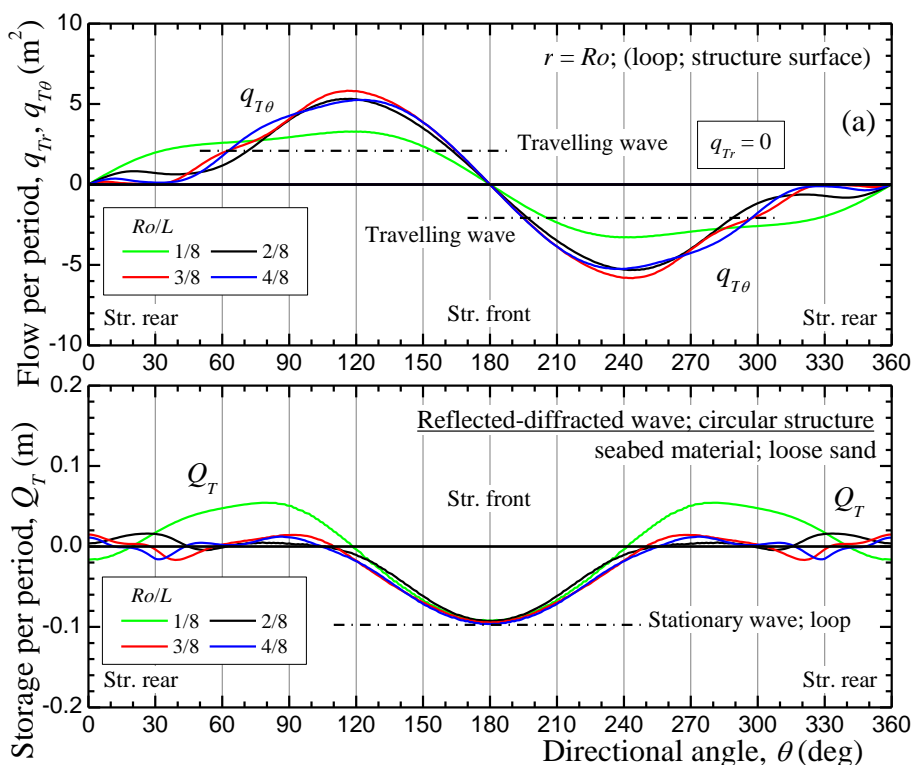


図 5.5-7 構造物径が $R_o/L = 1\sim 4/8$ のときの底質移動量と貯留量の変化($r = R_o$)

図 5.5-7 は構造物の径を $R_o/L = 1\sim 4/8$ に変化させた場合の底質移動量と貯留量の変化をそれぞれ構造物の周り一周分表したものである。底質移動量 $q_{c\theta}$ の変化をみると、径がどのような場合でも $0^\circ \sim 180^\circ$ までは正、 $180^\circ \sim 360^\circ$ で負というような大まかに同じような挙動をしていることがわかる。この挙動は進行波における挙動と似ており、径を小さくしていくとより近い挙動となっている。一方、貯留量 Q_c の変化をみると、 180° 付近においては径に関わらず、同じような挙動をしており、 $R_o/L = 1/8$ のときのみ $30^\circ \sim 120^\circ, 240^\circ \sim 330^\circ$ の堆積量が多いことがわかる。このことから、径に関わらず前面側では侵食が起こると考えることができる。構造物前面で侵食するのは定常波における場合の挙動と似ている。

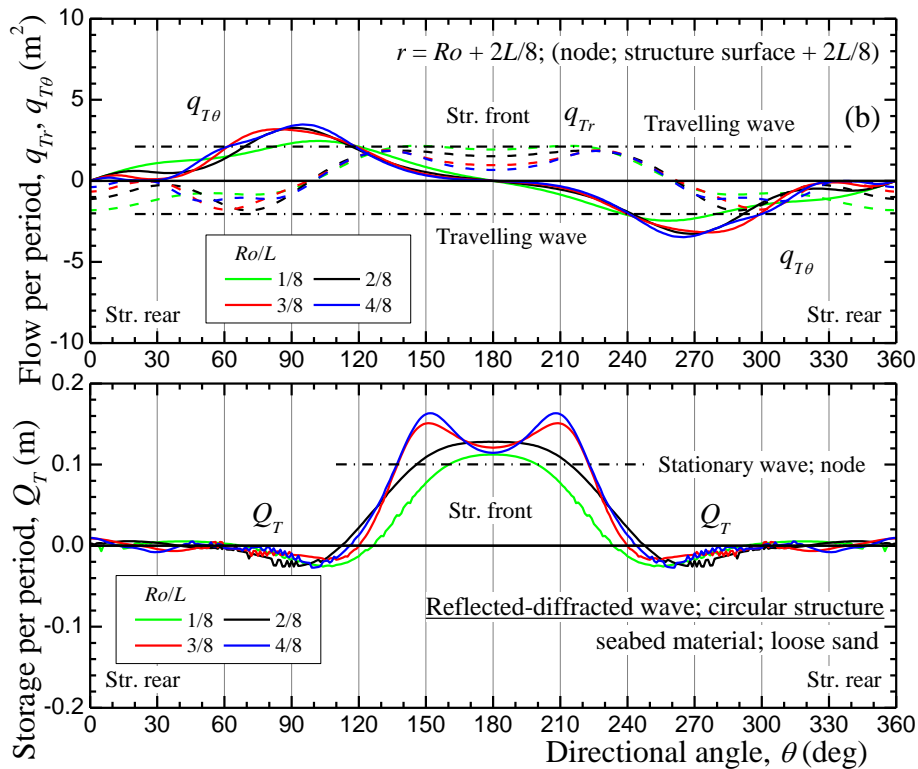


図 5.5-8 構造物径が $R_0/L = 1 \sim 4/8$ のときの底質移動量と貯留量の変化 ($r = R_0 + L/4$)

図 5.5-8 は構造物径を変化させた場合に $1/4L$ 離れたところでの挙動を表したものである。底質移動量 $q_{c\theta}$ をみると、図 5.5-7 と同様に $0^\circ \sim 180^\circ$ では正、 $180^\circ \sim 360^\circ$ では負の値を示している。半径方向の底質移動量 q_{cr} をみてみると、いずれの場合も前面側から側面にかけて正の値をとっていることがわかる。一方の貯留量 Q_c をみてみると、いずれも前面側で堆積しており、その波形は定常波の波形に似ている。あまり侵食は発生していないこともわかる。

5.5.5. 底質移動による洗掘挙動

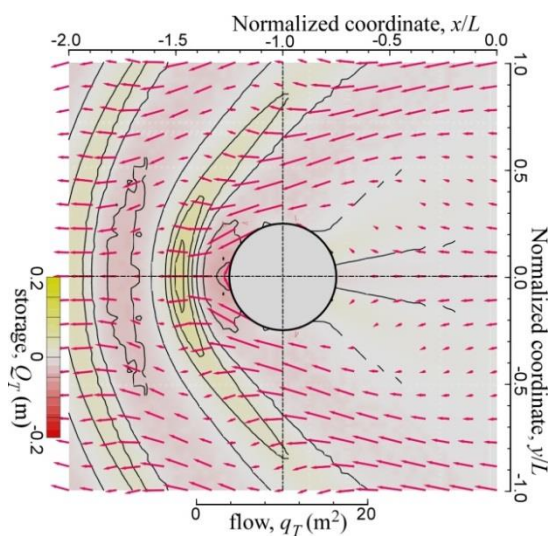


図 5.5-9 底質の平面図と円柱構造物近傍の堆積

図 5.5-9 は底質の平面図と半径 $R_o = L/4$ の円柱構造物近傍の堆積を表したものである。1 周期当りの漂砂量 q_T をベクトルで、また漂砂蓄積量 Q_T を等高線と色階調で示している。構造がなければ、進行波は堆積なしの一定の底質移動が発生する。この場合、底質は進行波の逆方向に移動する。図 5.5-9 には、構造物があるため、堆積または侵食が発生する。

参考文献

入江功，灘岡和夫，近藤隆道，寺崎賢次：重複波による防波堤前面での二次元的海底洗掘，
湾技術研究所報告，Vol.23, No.1, pp.3-52,1984.

土木学会：「海岸波動」，pp. 430-503，1994.

松田達也，三浦均也，佐藤隼可，諫山恭平，澤田弥生：Dean Number を適用した移動床造波水路実験における地盤内水圧応答，土木学会論文集，Vol.73, No.2, pp.I_1117-I_1122, 2017.

三浦均也・浅原信吾・大塚夏彦・上野勝利：波浪に対する海底地盤応答の連成解析のための地盤の定式化，第49回地盤工学シンポジウム論文集，pp. 233-240，2004.

6. 結論

掃流力による構造物周辺における底質移動とその結果としての海底の侵食と底質の堆積を定量的に評価するために、「線形波動理論による波浪解析」、「線形多孔質弾性モデルによる地盤の有効応力解析」、「掃流力による漂砂量の経験的な評価法」からなる定量的な解析手法を提案した。これを一様水深の波浪場に設置した種々の構造物に適用して、底質の移動特性を解析した。その解析結果を比較検討した結果は以下のようにまとめられる。

【進行波および重複波に関して】

- ・ 進行波の下において底質は水粒子の運動に合わせて進行方向の前後に振動するが、一周期当たりの正味の移動量は進行方向と逆向きになることが分かった。このような蓄積する底質の移動はすべての地点で均一であるため、進行波のみを受ける海底では底質の蓄積は生じないことになる。
- ・ 線形波動理論の枠組みでは、水粒子は楕円軌道を描くのみで、一周期当たりの正味の移動量はゼロであるため、底質の特定方向への蓄積的な移動を合理的に説明するのは一般には困難である。このため、洗掘現象の解析においては、波浪の非線形性や底質の浮遊などを考慮する必要がある。提案した解析手法は、線形波動理論の枠組みを出るものではないが、海底地盤を多孔質弾性体としてモデル化して海底地盤の波浪に対する有効応力を応答を考慮することによって底質の蓄積的な移動を合理的に説明できることを示すことができた。すなわち、有効応力が減少すると同じ掃流力を受けた時の流動化層は厚くなる、波浪解析と有効応力応答解析は海底における掃流力の向きが波浪進行方向と逆になるときに厚くなることを明瞭に示した。
- ・ 波浪が直線構造物へ垂直に入射する場合には入射波と反射波の重ね合わせにより典型的な重複波が発生して、構造物の側面では腹、続いて4分の1波長ごとに節と腹が繰り返してみられることになる。このような重複波の下で底質は腹から節へ蓄積的に移動し、その結果構造物側面を含む腹部では海底が侵食され、相当する底質が節部に堆積することが、提案する解析によって定量的に明らかになった。このことは底質移動による侵食が構造物の安定性を低下させる可能性があることを明瞭に示している。

【直線構造物に関して】

- ・ 直線構造物に入射波が斜方向から作用するとき、構造物に平行な方向には進行波が発生し、垂直な方向には重複波が発生することが分かった。このような2成分の波浪の強弱と波長は入射角の関数である。提案手法による解析は、構造物と平行な方向では一様に底質が移動すると同時に、垂直方向では通常のリバウンドと同様に底質は腹から節へ蓄積的に移動することを示した。結果的に、構造物側面を含む重複波の腹部では海底面が侵食され、逆に節部では底質が堆積することが定量的に明らかになった。

- ・ 直角に屈曲する直線構造物に波浪が斜め方向から入射する場合、波浪場には長方形格子状の重複波が発生することになる。格子線上には節が連続して現れる一方で、各格子単位の中央には腹があらわれることが線形波浪解析によって分かった。このような波浪状況においても、底質移動は腹部から節へ蓄積的に移動することが解析により明らかになった。結果として、波浪が腹となる屈曲直線構造物の隅角部では海底が侵食されることが定量的に示すことができた。
- ・ 提案した底質移動解析によると、直線構造物の場合には構造物側面で、また、直線構造物が屈曲している場合には隅角部で、底質の蓄積的な移動の結果として海底地盤が侵食されることが明らかになった。このことは底質移動による侵食によって構造物が安定化する可能性があることを定量的に示している。

【円柱構造物に関して】

- ・ 円柱構造物周辺には入射波に対応して、波長に対する構造物直径の関数となる反射波と回折波が発生するので、それらの重ねあわせてとなる構造物周辺の波浪場は複雑になることが線形波浪解析によって明らかである。入射波を受ける構造物前面では反射波による重複波の特性が卓越するが、構造物背面では進行波の特性が強くなる。
- ・ 円柱構造物背面では節と腹が見られない進行波の特性が卓越するため、底質は構造物に向かって供給されることが提案する底質移動解析により定量的に示された。背後から供給された底質は円柱構造物側面に沿って背面から前面へ回り込むことも示された。
- ・ 構造物前面では重複波の特性によって腹から節への蓄積的な底質移動が生じるため、構造側面を含み同心円弧状に海底地盤の侵食と底質の堆積が繰り返されることが分かった。重複波の特性は構造物から離れるほど弱くなるので、本研究の範囲内では、構造物側面から一波長以内で侵食と堆積が特に顕著であった。
- ・ 構造物の背後から底質の供給があるにもかかわらず、構造物前面において波浪の腹が現れる構造物側面では海底が侵食されることが解析によって示された。構造物直径が波長の4分の1以上の場合には、波浪の腹となる構造物側面における侵食の程度は直線構造物の場合に見られる侵食に匹敵するものであった。したがって、円柱構造物の場合にも入射波を受ける側の構造物側面における侵食が構造物の安定性を損なう可能性が高いことを示すことが出来た。

謝 辞

本研究の取りまとめに際して、平素から御指導御鞭撻を賜りました豊橋技術科学大学建築・都市システム学系三浦均也教授，並びにアドバイスを通じて多くの知識や示唆を頂き，原稿をチェックして頂いた同大学同系松田達也講師に厚く御礼申し上げます。論文の仕上げの時に，ご意見をいただいた加藤茂教授および中澤祥二教授に感謝申し上げます。

吉野貴仁君，後藤志侑子さん，村上大基君を始め，日々の研究生活を共に過ごした研究室メンバーに感謝の意を表します。

博士課程の勉強を通して，研究仕方と地盤工学分野を始め，土木の知識を自分の財産になると思います。

ベトナムの先生方々，日本の先生方々，豊橋技術科学大学，両親のお陰で，教員になる夢は近い将来に叶うことが出来ると思います。日本で学習してきた土木工学の知識を母国の学生たちに伝えていきたいと思います。私はベトナムの発展に力を尽くし，両国のさらなる友好的な関係の構築に貢献したいと思います。